

Za razliku od kontaktnih peći s mirnim slojem, u pećima s fluidiziranim slojem uz prikladnu regulaciju moguće je indirektnim hlađenjem održavati velike razlike temperatura između vrućeg i rashladnog medija. Izbor te razlike temperatura ovisi o postojanosti katalizatora, ili reaktanata i proizvoda, i o opasnosti od taloženja na stijenkama izmjenjivača.

Temperatura sloja može se regulirati promjenom tlaka rashladnog medija, promjenom količine reaktanta, promjenom temperature i brzine strujanja medija, te uključivanjem ili isključivanjem dijelova izmjenjivača topline.

Za direktnu izmjenu topline kao prenosilac topline služi katalizator. Najuspješniji je postupak u kojem je to kombinirano s regeneracijom katalizatora. I električno je grijanje (elektrodama zaronjenim u fluidizirani sloj) vrlo prikladno jer nema gubitaka proizvoda, a upotrebljava se kad su potrebne vrlo visoke temperature.

LIT.: O. Barth, Die Metallverflüchtungsverfahren. W. Knapp, Halle 1935. – V. Tafel, Lehrbuch der Metallkunde. S. Hirzel, Leipzig 1953. – K. Braun, Die Öfen der Eisenhüttenwerke. Fachbuchverlag, Leipzig 1958. – F. Schytil, Wirbelschichttechnik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1961. – F. Matthes, G. Vehner, Anorganisch-technische Verfahren. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1964. – W. Heiligenstaedt, Wärmetechnische Rechnungen für Industrieöfen. Verlag Stahl Eisen, Düsseldorf 1966. – L. von Bogdany, H. J. Engel, Die Reduktion der Eisenerze. Springer Verlag, Berlin 1967. – D. Kunii, O. Levenspiel, Fluidization Engineering. John Wiley & Sons Inc., New York-London-Sydney-Toronto 1969. – J. F. Davidson, D. Harrison, Fluidization. Academic Press, London-New York 1971.

Ž. Viličić

REGULACIJA, AUTOMATSKA, automatsko održavanje željenog stanja nekog procesa ili mijenjanje tog stanja po određenom zakonu, bez obzira na djelovanje vanjskih i unutrašnjih poremećaja. To se ostvaruje mjerenjem stanja procesa i upotrebom mjernih signala za formiranje upravljačkih djelovanja na proces.

Različita djelovanja u prirodi, društvu i tehnici nazivaju se *procesima*. Mnogi osnovni procesi u živim bićima održavaju se automatskom regulacijom. Primjeri procesa jesu i određena djelovanja u ekonomskim sustavima, u tehničkim uređajima, proizvodni tehnološki procesi itd. Objekt (regulacijski objekt) je stroj ili dio stroja (npr. alatni ili električni stroj), ili tijelo kao što je avion, raketa ili brod, uz čije je gibanje vezan neki proces. Npr. brod je objekt uz koji je vezan proces plovidbe.

Stanje procesa određuju različite fizikalne veličine. Karakteristične veličine procesa mogu biti temperatura, tlak, protok, razina, debljina, pomak, brzina, ubrzanje, sila, električni napon, struja, frekvencija i snaga. Različita svojstva tvari koje sudjeluju u procesu, npr. kemijski sastav, tvrdoća ili viskoznost, mogu također karakterizirati neki proces.

Automatska regulacija (skraćeno regulacija) nije tehnički izum, već jedan od prirodnih zakona. Prva poznata čovjekova tvorevina u kojoj je primijenjeno načelo automatske regulacije nastala je u ←III st. (Ktesibijev vodeni sat). Industrijska primjena automatske regulacije počinje s regulatorom razine vode u kotlu parnog stroja 1765. (И. И. Ползунов) i s Wattovim centrifugalnim regulatorom brzine parnog stroja 1784. (J. Watt, prema zamisli C. Huygensa od 1658). Oko 80 godina kasnije pojavljuju se prva produbljenija teoretska razmatranja stabilnosti u vezi s Wattovim regulatorom (J. C. Maxwell, 1868). Prvi kriteriji stabilnosti formulirani su 1877. (E. J. Routh) i 1895. (A. Hurwitz). Frekvencijski kriterij stabilnosti formulirao je H. Nyquist 1932. Brzi razvoj teorije i prakse automatske regulacije počinje sredinom našeg stoljeća.

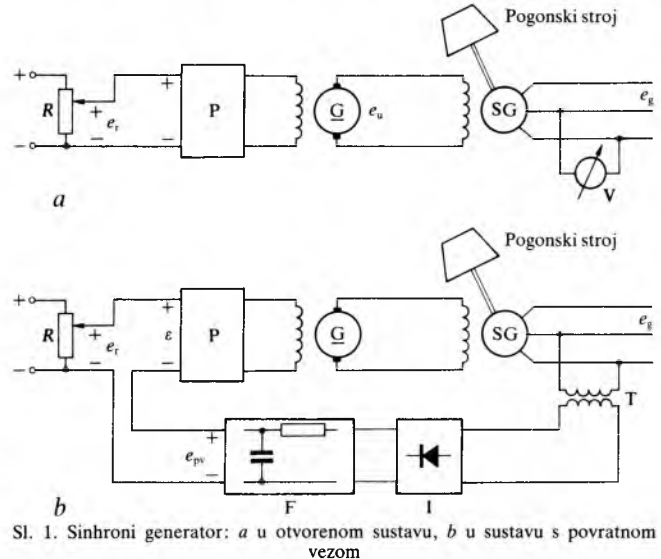
REGULACIJSKI KRUG

Primjer održavanja stalne vrijednosti napona trofaznog sinhronog generatora može poslužiti za ilustraciju djelovanja automatske regulacije. Radi jednostavnosti pretpostavlja se da sinhroni generator nije povezan s elektroenergetskim sustavom, već da opskrbljuje električnom energijom svoja vlastita trošila (npr. generator u tvornici udaljenoj od električnih mreža; slične su prilike u brodskih generatora, ili generatora u sastavu nekog samostalnog agregata). Taj generator, kao pretvarač mehaničke energije u električnu,

treba osigurati opskrbu trošila električnom energijom konstantnog napona i frekvencije. Promjene napona generatora e_g i frekvencije tog napona f moraju ostati unutar dopuštenih odstupanja.

Sinhroni generator dobiva mehaničku energiju od pogonskog stroja (obično parna turbina, vodna turbina ili motor s unutrašnjim izgaranjem). Pretpostavlja se da je brzina vrtnje pogonskog stroja takva da se frekvencija f ne mijenja izvan dopuštenih granica.

Otvoreni sustav. U tzv. otvorenom sustavu (sl. 1a) željena (nominalna) vrijednost napona e_g odabire se postavljanjem klizača potencijometra R u odgovarajući položaj, tj. odgovarajućim iznosom napona e_r . Taj napon, pojačan na pojačalu P i istosmjernom uzбудniku G, uzrokuje pripadnu uzбудnu struju sinhronog generatora SG, pa time i ispravan napon e_g .



Sl. 1. Sinhroni generator: a u otvorenom sustavu, b u sustavu s povratnom vezom

Neka je nominalni napon namješten u praznom hodu, tj. kada nisu priključena trošila na sinhroni generator. Kada se trošila priključe, napon e_g će se smanjiti. To smanjenje napona ovisi o opterećenju i može biti nedopustivo veliko (i više od 10%). Uzroci tom smanjenju napona jesu unutrašnji pad napona (na impedanciji armaturnog namota) sinhronog generatora, zatim reakcija armature, te donekle i smanjenje brzine vrtnje pogonskog stroja. Uz isti položaj klizača potencijometra napon sinhronog generatora može se mijenjati i zbog promjena temperature. Zbog tih promjena mijenjaju se vrijednosti otpora uzбудnih namota sinhronog generatora i uzбудnika, pa prema tome i vrijednosti uzбудnih struja, odnosno induciranih napona. Nadalje, promjene napona sinhronog generatora mogu biti posljedica promjena napona izvora za napajanje pojačala P, trošenja i starenja aparature, itd.

Promjene napona e_g mjere se voltmetrom V, a primjerenim pomicanjem klizača potencijometra ponovno se namješta željena vrijednost napona.

Zatvoreni sustav. Uvođenjem povratne veze (sl. 1b) mogu se odstupanja napona od nominalne vrijednosti znatno smanjiti. Napon generatora mjeri se pomoću transformatora T. Ispravljač I služi za ispravljanje sekundarnog napona transformatora, a filter F za filtriranje ispravljenog napona. Izgladeni istosmjerni napon povratne veze e_{pv} , proporcionalan naponu sinhronog generatora, suprotstavlja se (negativna povratna veza) ulaznom naponu e_r . Sada je ulazni napon pojačala P jednak razlici tih napona, dakle $\varepsilon = e_r - e_{pv}$. Uzбудni namot sinhronog generatora napaja se pojačanim naponom razlike ε (signal razlike, signal odstupanja, regulacijsko odstupanje).

Nominalna vrijednost napona sinhronog generatora u sustavu s povratnom vezom namještena je (pomoću potencijometra R) u praznom hodu. Smanjenje tog napona pri opterećenju generatora uzrokuje također smanjenje napona

povratne veze e_{pv} . Budući da je ulazni napon e_r ostao neizmijenjen, smanjenjem napona e_{pv} povećava se signal razlike ε . Povećava se i uzbudni napon sinhronog generatora, pa prema tome i napon sinhronog generatora e_g .

Analogno bi se tako smanjio signal razlike ε ako bi se iz bilo kojeg razloga napon sinhronog generatora povećao iznad nominalne vrijednosti (npr. pri rasterećenju, ako je nominalna vrijednost tog napona bila namještena uz priključene potrošače). Zbog toga bi se i napon sinhronog generatora smanjio prema nominalnoj vrijednosti.

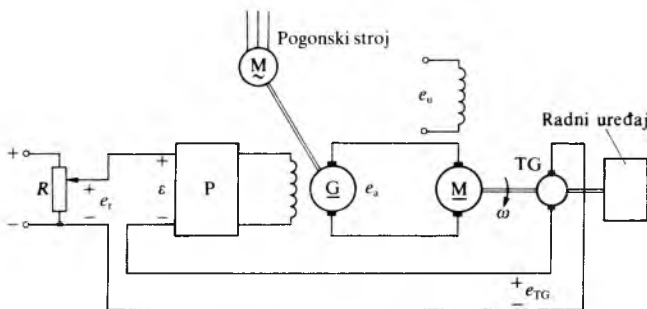
Za razliku od otvorenog sustava, u sustavu s povratnom vezom nastaje zatvoreni krug djelovanja (regulacijski krug, regulacijska petlja). Odstupanje napona sinhronog generatora (regulirane veličine) od željene vrijednosti, nastalo kao posljedica djelovanja različitih poremećaja, automatski (bez intervencije čovjeka) stvara protudjelovanje koje teži da vrati sustav u prvobitno stanje. Tako ostvareno povratno djelovanje, povratna veza, naziva se negativnom povratnom vezom (mjerni signal e_{pv} suprotstavlja se tzv. referentnom signalu e_r).

Napon e_r , određen položajem klizača potenciometra, naziva se referentnom veličinom (referentnim signalom). Napon sinhronog generatora je regulirana veličina koja treba biti u određenom funkcionalnom odnosu prema referentnoj veličini. Referentna veličina je ulazna, nezavisno promjenljiva veličina, a regulirana veličina je izlazna veličina koja karakterizira proces (objekt).

Promjene regulirane veličine posljedica su promjena referentne veličine i djelovanja različitih poremećajnih veličina (promjena opterećenja, promjena temperature itd.). Poremećajnim veličinama (poremećajima, smetnjama) nazivaju se svi utjecaji koji teže da poremete željeni funkcionalni odnos između regulirane i referentne veličine. Regulacijski se sustav različito ponaša prema promjenama referentne i poremećajne veličine. Dok regulirana veličina mora vjerno slijediti referentnu veličinu prema određenom zakonu, utjecaj poremećajnih veličina na reguliranu veličinu mora biti što manji. Referentna veličina djeluje na sustav preko elementa za usporedbu referentnog signala i signala povratne veze, a poremećajne veličine mogu djelovati na bilo kojem mjestu u sustavu.

Osim referentne veličine, može biti i više poremećajnih ulaznih veličina. Sustav može imati više referentnih i reguliranih veličina (multivariabilni sustav). Npr. da bi se održavala stalna frekvencija f napona sinhronog generatora, treba osigurati regulaciju brzine vrtnje pogonskog stroja. Izlazne veličine su prema tome napon e_g i frekvencija f , a svaka od njih ima svoju referentnu veličinu. Između kruga regulacije napona i kruga regulacije frekvencije postoje međusobni utjecaji. Ako je sinhroni generator uključen u elektroenergetski sustav čvrstog napona i frekvencije, regulacija napona i frekvencije djeluje kao regulacija jalove i djelatne snage koju generator predaje u mrežu.

Sustav s istosmjernim nezavisno uzbuđenim motorom M (sl. 2) primjer je sustava za regulaciju brzine vrtnje (v. *Elektromotorni pogon*, TE 4, str. 437). Povratna veza ostvarena je pomoću tahogeneratora TG kojemu je napon e_{TG} proporcionalan brzini vrtnje ω . Pogonski stroj istosmjernog generatora G je asinhroni ili sinhroni motor. Signal razlike sada je $\varepsilon = e_r - e_{TG}$, a djelovanje je povratne veze kao i u



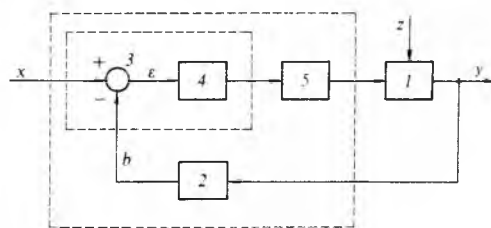
Sl. 2. Sustav za regulaciju brzine vrtnje istosmjernog motora

prethodnom primjeru. Tu se pretpostavlja da je uzbudni napon motora e_u konstantan i jednak nominalnom pa se željena vrijednost brzine vrtnje postiže mijenjanjem napona armature e_a (posredno mijenjanjem referentnog napona e_r). Inače, želi li se namjestiti vrijednost brzine vrtnje većom od osnovne (nominalne), treba smanjivati napon uzbuđenja e_u . Tada se uvode dodatne povratne veze (tzv. kombinirana regulacija brzine vrtnje, s dvije referentne veličine).

U navedenim primjerima regulirane veličine su električni napon, odnosno brzina vrtnje. Isti je princip djelovanja pri regulaciji procesa skladištenja materijala, regulaciji temperature u kemijskom reaktoru (v. *Dinamika procesa*, TE 3, str. 370, 372) itd.

Elementi regulacijskog sustava. Regulacijski sustav općenito sadrži sljedeće funkcionalne elemente (sl. 3): 1. *Proces* (objekt); određen je tehnološkim zahtjevima i njegovi se parametri najčešće ne mogu mijenjati. Ulazna veličina procesa je i poremećajna veličina z . 2. *Mjerni član*; općenito sadrži mjerno osjetilo (senzor) i mjerni pretvarač. Mjernim osjetilom mjeri se trenutna vrijednost regulirane veličine y . U mjernom se pretvaraču signal iz mjernog osjetila pretvara u oblik pogodan za dalju obradu. 3. *Komparator* (element za uspoređivanje); u njemu se usporedbom referentnog signala x i signala povratne veze b stvara signal razlike $\varepsilon = x - b$. 4. *Pojačalo*; ono pojačava signal razlike. Redovno je pojačalu pridružen korekcijski član kojim se signal razlike i vremenski preoblikuje (integrira, derivira). 5. *Postavni (izvršni) član*; preko njega pojačani i vremenski oblikovani signal razlike djeluje na proces.

Elementi 2, 3, 4 i 5 čine regulacijski uređaj (regulator u širem smislu). Ti se elementi mogu birati tako da se postigne najpovoljnije djelovanje sustava. Pod pojmom regulator (u užem smislu) često se smatra cjelina koju čine komparator 3 i pojačalo (s korekcijskim članom) 4.



Sl. 3. Funkcionalni blok-dijagram regulacijskog kruga s jednom referentnom veličinom (x) i jednom izlaznom veličinom (y). 1 proces ili objekt, 2 mjerni član, 3 komparator, 4 pojačalo, 5 postavni član

Razvrstavanje regulacijskog kruga na navedene elemente ne treba kruto shvatiti. Takvo razvrstavanje ponekad nije ni konstruktivno izraženo, a nije ni bitno s gledišta djelovanja i proučavanja vladanja zatvorenog kruga.

Grana koju čine elementi 4, 5 i 1 naziva se direktnom granom regulacijskog kruga. Povratna grana u kojoj je mjerni član 2 naziva se granom povratne veze.

Prijenos signala. U regulacijskom krugu određen je smjer djelovanja signala (smjer prijenosa signala, tok signala). Taj se smjer označuje strelicama. Referentni signal može djelovati na reguliranu veličinu i signal povratne veze samo preko direktne grane.

Prijenos signala i prijenos energije dva su različita načina djelovanja. U sustavu za regulaciju napona sinhronog generatora (sl. 1b) energija se od pogonskog stroja preko sinhronog generatora prenosi na potrošače. Prijenosom te energije upravlja se pomoću signala. S druge strane, i za prijenos signala potrebna je energija. Upravljanje ima smisla samo ako je energija potrebna za upravljanje manja od energije kojom se upravlja. Regulacijski sustav općenito, ako djeluje samostalno u određenom prostoru, izmjenjuje s okolišem energiju, tvar i informacije. Za teoriju automatske regulacije bitan je tok signala.

Pri prolazu kroz sustav signalima se može mijenjati oblik, amplituda i faza. Realni elementi, u kojima se može

akumulirati energija, ne prenose trenutno signale sa svog ulaza na izlaz, već unose određena vremenska kašnjenja. Kinetička energija masa, energija magnetskog i električnog polja itd. ne mijenjaju se skokovito. U krugu induktivnog karaktera električna struja ne slijedi trenutno narinuti napon, već vremenski (fazno) kasni prema njemu. Zbog vremenskih kašnjenja može se dogoditi da se signal razlike sve više i više pojačava, neovisno o referentnom signalu.

Ako je, npr., referentni napon e_r u sustavu za regulaciju brzine vrtnje (sl. 2) jednak nuli, onda motor M miruje, pa je i napon povratne veze e_{TG} jednak nuli. Neka se naglim pomakom klizača potencijometra referentni napon praktički skokovito poveća na neku konstantnu vrijednost. Energija magnetskih polja uzbudnog namota generatora i armaturnih namota generatora i motora, kao ni kinetička energija rotirajućih masa motora i radnog uređaja, ne povećavaju se skokovito, već kontinuirano s vremenskim kašnjenjem. Prema tome, u trenutku skoka referentnog napona brzina vrtnje i napon tahogeneratora još uvijek su jednaki nuli, a signal razlike $\varepsilon = e_r - e_{TG}$ jednak referentnom naponu e_r . Preveliki signal razlike može uzrokovati porast brzine vrtnje do vrijednosti koja je veća od one koja u stacionarnom stanju odgovara narinutom referentnom naponu. Zbog prevelike brzine vrtnje, odnosno prevelikog napona tahogeneratora, smanjuje se signal razlike, a nakon toga i brzina vrtnje, ispod odgovarajuće stacionarne vrijednosti. Ponovno se smanjuje napon tahogeneratora, povećava signal razlike i brzina vrtnje, itd. Mogu dakle nastati oscilacije sve veće amplitude, što karakterizira nestabilne sustave. Gubici u sustavu koji nastaju zbog takvih njihanja (izmjene) energije između pojedinih skladišta energije nadoknađuju se energijom koju sustav prima iz okoliša. Amplituda se oscilacija u nestabilnom sustavu poslije nekog vremena ograniči zbog zasićenja nelinearnih komponenata sustava, ili prevelike akumulirane energije uzrokuju oštećenje nekog dijela sustava (ako se to ne spriječi primjerenim zaštitama).

Prema tome, postojanje povratne veze (koja omogućava vraćanje dijela energije s izlaza na ulaz sustava) može biti uzrok nastanka nekontroliranih oscilacija u zatvorenim sustavima. Zato se u teoriji automatske regulacije posvećuje velika pažnja međusobnim utjecajima elemenata sustava i vladanju sustava kao posljedici tih utjecaja. Iako je vrlo važno i pitanje statičke točnosti (s kojom se u stacionarnom stanju održava željena vrijednost regulirane veličine), u prvom redu proučava se dinamičko vladanje sustava. Statička stanja su specijalni slučaj koji proizlazi iz dinamičkog modela sustava.

UPRAVLJANJE I REGULACIJA

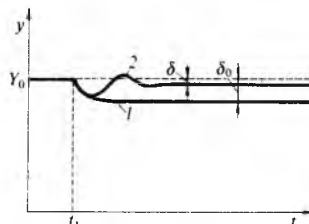
Sustavi bez povratne veze nazivaju se otvorenim sustavima. Djelovanju poremećaja u takvim sustavima ne suprotstavljaju se automatski stvorena protudjelovanja. Ta protudjelovanja mora u otvorenim sustavima stvoriti čovjek, uočavajući odstupanje izlazne veličine od željene vrijednosti (npr. pomoću pokaznih mjernih instrumenata) i mijenjajući na odgovarajući način upravljačku veličinu (npr. ulazni napon pomoću klizača potencijometra). Povratnu vezu u otvorenim sustavima zapravo zatvara čovjek. Takva se, tzv. ručna regulacija naziva upravljanjem. Karakterističnom veličinom procesa, upravljanoj veličinom, upravlja se pomoću upravljačke veličine.

Mnogo je faktora zbog kojih je čovjek loša komponenta sustava: sponost reagiranja, zamaranje, nemogućnost rada u uvjetima opasnim za život ili štetnim za zdravlje, nemogućnost pravovremenog nadzora pokazatelja, odlučivanja i reagiranja pri brzim i složenim procesima, neekonomičnost itd.

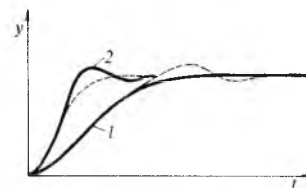
Pod pojmom upravljanja ponekad se misli na automatsko upravljanje, koje je širi pojam i od automatske regulacije, viši stupanj automatizacije (v. *Automatizacija*, TE 1, str. 491). Automatsko upravljanje (vođenje) kombinacija je upravljanja i automatske regulacije u složenim procesima. Danas se najčešće ostvaruje pomoću elektroničkih računala.

Statička točnost otvorenih sustava je loša. U otvorenom sustavu s konstantnom upravljačkom veličinom, koji je

izložen djelovanju poremećajne veličine u trenutku t_1 (npr. opterećenje sinhronog generatora), stacionarno odstupanje upravljane veličine y (napona sinhronog generatora) od željene vrijednosti Y_0 iznosi δ_0 (sl. 4). U zatvorenom sustavu to se odstupanje smanjuje na iznos δ (i teoretski se može potpuno eliminirati, tako da npr. opterećen i neopterećen generator, uz neizmijenjenu referentnu veličinu, ima jednak napon).



Sl. 4. Kvalitativna usporedba vladanja otvorenog i zatvorenog sustava pri skokovitom povećanju smetnje: 1 bez povratne veze, 2 s povratnom vezom



Sl. 5. Kvalitativna usporedba promjene izlazne veličine otvorenog i zatvorenog sustava pri skokovitom porastu upravljačke (referentne) veličine: 1 bez povratne veze, 2 s povratnom vezom

Otvoreni sustavi i dinamički su lošiji od regulacijskih sustava. Iako u sustavu ostaju komponente istih vremenskih konstanti (ista skladišta energije), uvođenjem povratne veze sustav može postati brži (sl. 5). Skraćenje prijelazne pojave u zatvorenom sustavu moguće je zahvaljujući tzv. forsiranju. Povišenim iznosom signala razlike ε u početnom dijelu prijelazne pojave, nakon npr. skokovitog porasta referentnog signala, ubrzava se (forsira) porast regulirane veličine.

Prema tome, osim što mora biti stabilan (uvjet primjenjivosti), regulacijski sustav mora osiguravati određenu statičku točnost, te kratkotrajne prijelazne pojave bez velikih nadvišenja.

Otvoreni sustavi ne mogu biti nestabilni, ako su izgrađeni od stabilnih komponenata. Upotrebljavaju se kada zahtjevi za statičku točnost i trajanje prijelaznih pojava nisu strogi, te kada se ne javljaju veliki i česti poremećaji. Tada su povoljniji s obzirom na jednostavnost, održavanje, pouzdanost i cijenu.

Svrha regulacije može biti održavanje stalnih vrijednosti izlaznih veličina ili mijenjanje tih vrijednosti prema određenom zakonu. Prema tome se regulacijski sustavi razvrstavaju dvojako: a) *Sustavi automatske stabilizacije* (sustavi čvrste regulacije) kojima je referentna veličina konstantna. Vrijednost izlazne veličine treba održavati stalnom sa zadanom točnošću, bez obzira na djelovanje poremećajnih veličina. b) *Slijedni regulacijski sustavi*, kojima je referentna (vodeća) veličina vremenski promjenljiva. Slijedna regulacija kojoj se referentna veličina mijenja prema unaprijed poznatom zakonu naziva se programskom regulacijom.

Ponekad se tzv. servosustavi (servomehanizmi) izdvajaju kao posebna grupa regulacijskih sustava. Regulirane veličine u servosustavu su mehaničke: pomak, brzina i ubrzanje.

Prirodna automatska regulacija. Automatska regulacija je prirodni zakon. Ona je jedno od osnovnih načela kibernetike, znanosti o upravljanju složenim biološkim, društvenim i tehničkim sustavima (v. *Kibernetika*, TE 7, str. 82).

Primjer automatske regulacije u živih bića jest održavanje stalnog krvnog tlaka u tijelu (čime se osigurava jednoliko opskrbljivanje tkiva krvlju). Srce (kao pumpa) tjera krv u arterije, koje tu krv vode prema periferiji, granajući se u sve sitnije grane do najsitnijih ogranaka, kapilara. Krv ponovno ulazi u srce kroz venu. Tlak zavisi od količine dotjecanja krvi iz srca u arterije i od otpora što ga protjecanju krvi pružaju arteriole. Promjenu tlaka osjećaju živčani završeci koji se nalaze u stijenka arterija. Signal o promjeni tlaka prenose živci u mozak (regulator). Živci prenose i upravljačke signale iz mozga do srca i arteriola. Pri smanjenom tlaku ti signali djeluju tako da kontrakcije srca postaju češće i snažnije, a arteriole se sužavaju i tako povećavaju otpor protjecanju krvi.

Automatskom regulacijom održava se također količina šećera u krvi, ravnoteža tijela, stalna tjelesna temperatura sisavaca i ptica, itd. Visoka usavršenost i organiziranost

bioloških organizama bogat je izvor ideja tehničkoj kibernetici (v. *Mehanika živih sustava*, TE 8, str. 262).

Primjer automatske regulacije u ekonomskom sustavu jest zakon ponude i potražnje na tržištu.

MATEMATIČKI OPIS DINAMIČKIH SUSTAVA

Diferencijalne jednadžbe. Djelovanje regulacijskih sustava je tipično dinamičko. U sustavima automatske stabilizacije poremećajne veličine narušavaju ravnotežno stanje, ali se stvaraju i protudjelovanja koja se protive promjenama tog stanja. U slijednim sustavima mijenjaju se i referentne veličine, pa prema tome i stanje sustava. Djelovanje regulacijskih sustava opisuju dakle diferencijalne jednadžbe.

Da bi se odredio sustav jednadžbi koje povezuju regulirane veličine s referentnim i poremećajnim veličinama, treba poznavati matematički opis (matematički model) regulacijskog sustava. Uz poznate početne uvjete, taj sustav jednadžbi omogućuje da se na temelju ulaznih veličina odredi regulirana veličina.

U biti je svaki realni sustav nelinearan, i njegovi su parametri (mase, momenti inercije, trenja, otpori, induktivnosti, kapaciteti, pojačanja, itd.) manje ili više distribuirani (raspodijeljeni) i vremenski promjenljivi. Međutim, da bi se proučavanje sustava pojednostavnilo, kad god je to moguće, pretpostavlja se da su ti parametri linearni (tj. ti se parametri lineariziraju), usredotočeni (koncentrirani) i vremenski nepromjenljivi. Takav pristup većinom daje zadovoljavajuća rješenja, posebno kada su promjene koordinata sustava (ulaznih i izlaznih veličina) oko neke radne točke male.

Za linearne sustave vrijedi načelo superpozicije. Prema tom načelu, ako je izlazna veličina $y(t)$ nekog sustava posljedica istodobnog djelovanja ulaznih veličina $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, onda je

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + \dots + y_n(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t), \quad (1)$$

gdje je veličina $y_i(t)$ posljedica djelovanja samo ulazne veličine $x_i(t)$.

Djelovanje stacionarnih (s vremenski neovisnim parametrima) linearnih (odnosno lineariziranih) sustava s usredotočenim parametrima opisuju linearne diferencijalne jednadžbe s konstantnim koeficijentima (v. *Diferencijalne jednadžbe, obične*, TE 3, str. 269).

Opis regulacijskih sustava počinje od diferencijalnih jednadžbi pojedinih elemenata sustava. Jednadžbe svih elemenata čine sustav jednadžbi koji se eliminacijom međuvarijabli svodi na jednu diferencijalnu jednadžbu n -tog reda:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x. \quad (2)$$

Tu je $x(t)$ ulazna, a $y(t)$ izlazna veličina. Općenito na sustav djeluje više ulaznih veličina (referentne i poremećajne), pa se rješenje $y(t)$ dobiva primjenom načela superpozicije. Koeficijente a_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) i b_i ($i = 0, 1, 2, \dots, m$) određuju parametri sustava. Članovi na lijevoj strani jednadžbe (2) karakteriziraju tromosti sustava, a članovi na desnoj strani vladanje sustava s obzirom na ulazni signal.

Rješenje jednadžbe (2) općenito ima oblik

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t), \quad (3a)$$

gdje je $y_1(t)$ opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe (komplementarna funkcija), a $y_2(t)$ partikularno rješenje (partikularni integral). Rješenje (3a) prikladno je za stabilne sustave prikazati u obliku

$$y(t) = y_{pr}(t) + y_{st}(t), \quad (3b)$$

gdje $y_{pr}(t)$ opisuje prijelaznu pojavu (tranzijentna komponenta, slobodno gibanje sustava), a $y_{st}(t)$ je stacionarna komponenta (prisilno gibanje sustava).

Supstitucijom $y = e^{rt}$ u homogenoj diferencijalnoj jednadžbi

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = 0 \quad (4)$$

dobiva se karakteristična jednadžba

$$a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_1 r + a_0 = 0. \quad (5)$$

Ako su korijeni r_1, r_2, \dots, r_n karakteristične jednadžbe različiti (realni ili konjugirano kompleksni), opće rješenje ima oblik

$$y_1(t) = y_{pr}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{r_i t}. \quad (6a)$$

Konstante integracije C_1, C_2, \dots, C_n određene su početnim uvjetima (prethodno akumuliranim energijama) i desnom stranom jednadžbe (2). Prijelazna komponenta $y_{pr}(t)$ zapravo je zbroj dviju komponenti: prijelazne komponente uzrokovane početnim uvjetima i prijelazne komponente zbog priključenja ulazne veličine. Korijeni karakteristične jednadžbe određeni su samo strukturom sustava i ne zavise od vanjskih djelovanja na sustav. Prijelazna komponenta $y_{pr}(t)$ s vremenom će se prigušiti (stabilan sustav) ako korijeni karakteristične jednadžbe imaju negativne realne dijelove. Slobodno gibanje sustava je u izravnoj vezi sa stabilnošću sustava. Stabilnost razmatranih linearnih sustava je dakle unutrašnje svojstvo tih sustava, neovisno o vanjskim djelovanjima na sustav.

Ako karakteristična jednadžba ima i višestrukih korijena, rješenje homogene diferencijalne jednadžbe (4) ima oblik

$$y_1(t) = y_{pr}(t) = \sum_{i=1}^n C_i g_i(t) e^{r_i t}, \quad (6b)$$

gdje je $g_i(t)$ polinom od t .

Stacionarna komponenta (partikularno rješenje) $y_2(t) = y_{st}(t)$ određena je ulaznom veličinom i strukturom sustava. Stacionarno stanje nastaje poslije prigušenja prijelaznih komponenti, kada $t \rightarrow \infty$. Smatra se da je stacionarno stanje praktički uspostavljeno kada se prijelazna komponenta $y_{pr}(t)$ toliko priguši da rješenje $y(t)$ malo odstupa od stacionarnog rješenja (obično 2...5%).

Stacionarna ovisnost izlazne veličine o ulaznoj dobiva se tako da se sve derivacije veličina y i x u jednadžbi (2) izjednače s nulom.

Rješenje diferencijalne jednadžbe može se odrediti na klasičan način ili pomoću Laplaceove transformacije. U proučavanju vladanja regulacijskih sustava široko se primjenjuje Laplaceova transformacija.

Laplaceova transformacija je funkcionalna transformacija pomoću koje se neka vremenska funkcija $f(t)$ preslikava u funkciju $f(p)$, funkciju kompleksnog operatora (kompleksne kružne frekvencije) $p = \sigma + j\omega$ (umjesto p upotrebljava se i oznaka s). Vremenskoj funkciji $f(t)$, tzv. originalu, pridružuje se njezina slika $f(p)$ u tzv. donjem, kompleksnom području (v. *Linearne integralne transformacije*, TE 7, str. 518; v. *Dinamika procesa*, TE 3, str. 363).

Zahvaljujući Laplaceovoj transformaciji, rješavanje diferencijalnih jednadžbi svodi se na rješavanje algebarskih jednadžbi. Postupak se preslikavanja ubrzava upotrebom tablica Laplaceovih transformacija. Istodobno se dobiva rješenje za stacionarno stanje i prijelaznu pojavu. Jednostavno se uzimaju u obzir početni uvjeti i rješavaju slučajevi kada su ulazni signali diskontinuirani. U analizi regulacijskih sustava jasnije se uočava utjecaj promjene pojedinih parametara sustava na vladanje sustava kao cjeline.

Primjenjujući odgovarajuće teoreme Laplaceove transformacije, moguće je jednadžbe sustava pisati direktno u donjem području. Tako se npr. uz nulte početne uvjete deriviranje originala $f(t)$ preslikava u množenje slike $f(p)$ operatorom p , a integriranje originala u dijeljenje slike istim operatorom. Impedancije elemenata linearne električne mreže u donjem području, uz nulte početne uvjete, iznose: R za otpornik, pL za svitak i $1/(pC)$ za kondenzator.

U analizi regulacijskih sustava slika nepoznate (obično regulirane) veličine najčešće se dobiva u obliku racionalne funkcije

$$f(p) = \frac{D(p)}{A(p)}, \quad (7)$$

gdje je najčešće stupanj polinoma $D(p)$ manji ili jednak stupnju polinoma $A(p)$. Original $f(t)$ funkcije $f(p)$ određuje se pomoću inverzne Laplaceove transformacije (primjenom drugog teorema razvoja, odnosno Heavisideova teorema razvoja).

Imajući u vidu pravila preslikavanja, mogu se na temelju slike $f(p)$ izvući važni zaključci o svojstvima originala $f(t)$. Ti se zaključci zasnivaju na položaju polova funkcije $f(p)$ u kompleksnoj ravnini, tj. na položaju korijena polinoma $A(p)$ racionalne funkcije (7). Ti polovi mogu biti jednaki nuli ili realni i različiti od nule, jednostruki i višestruki, konjugirano kompleksni ili imaginarni (sl. 6a). Na temelju odgovarajućih izraza, koji povezuju original $f(t)$ i sliku $f(p)$ (sl. 6g), zaključuje se da jednostrukom polu O u ishodištu kompleksne ravnine odgovara konstantna komponenta (funkcija skoka, odskočna, step ili udarna funkcija $Au(t)$, uz $A=1$ Heavisideova funkcija) funkcije $f(t)$ (sl. 6b). Dvostrukom polu u ishodištu O' odgovara nagibna funkcija (funkcija linearnog porasta, pravčasta uzlazna promjena, sl. 6b), a paru imaginarnih korijena $1-1'$ sinusoida konstantne amplitude (sl. 6c).

vremenske funkcije 4 ili sinusoida 5-5' kojoj se amplituda eksponencijalno povećava (sl. 6f). Takav porast izlazne veličine svojstven je nestabilnim sustavima.

Prijenosna funkcija. Bilo koji dio regulacijskog sustava koji prema nekom zakonu pretvara (prenosi) ulazni signal u izlazni može se smatrati komponentom (elementom) regulacijskog sustava, manjim i jednostavnijim sustavom. Svaki se linearni sustav, osim diferencijalnom jednačbom, može opisati i prijenosnom funkcijom.

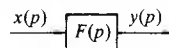
Prijenosna funkcija (funkcija prijenosa) sustava je omjer Laplaceove transformacije promjene izlazne veličine i Laplaceove transformacije promjene ulazne veličine, uz početne uvjete jednake nuli.

S obzirom na početak o deriviranju originala i na početne uvjete jednake nuli prijenosna se funkcija može odrediti iz diferencijalne jednačbe (2) formalnom zamjenom operacije deriviranja operatorom p , tj. $d/dt = p$:

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{B(p)}{N(p)}. \quad (8a)$$

Uobičajeno je da se linearni sustav simbolički prikazuje blokom s upisanom prijenosnom funkcijom $F(p)$ (sl. 7).

S gledišta procesa upravljanja, informacijske strane procesa (prijenosa i pretvorbe signala), potpuno je dovoljan opis sustava prijenosnom funkcijom. Pri tom su nevažne fizikalne prirode ulaznih i izlaznih veličina te energetske prilike. Tako npr. hidrauličko pojačalo, elektroničko pojačalo i sinhroni generator velike snage mogu imati jednake prijenosne funkcije.



Sl. 7. Simbolički prikaz linearnog sustava

Vremenski odziv. S poznatom prijenosnom funkcijom $F(p)$ i poznatom promjenom ulaznog signala $x(p)$ može se odrediti izlazna veličina

$$y(p) = x(p) F(p). \quad (8b)$$

Original $y(t)$ funkcije $y(p)$, tj. vremenska ovisnost izlaznog signala za određenu promjenu ulaznog signala, naziva se vremenskim odzivom. Kao standardne promjene ulaznog signala (pobude, pobudne funkcije) uzimaju se odskočna funkcija, nagibna funkcija, sinusna funkcija itd. Vremenski odziv na jediničnu odskočnu funkciju (funkcija O uz $A=1$, sl. 6b) naziva se prijelaznom funkcijom.

FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE LINEARNIH SUSTAVA

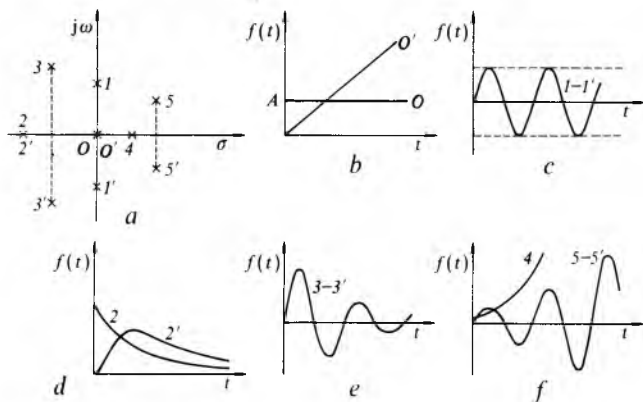
Uz pobudu u obliku odskočne funkcije, za analizu sustava najčešće se upotrebljava sinusna pobuda. Ako se na ulaz linearnog sustava narine sinusni signal $x(t) = X_m \sin \omega t$, nakon završetka prijelazne pojave (promatra se dakle stacionarno stanje) izlazna veličina $y(t)$ prisilno će oscilirati prema sinusnom zakonu, s frekvencijom jednakom frekvenciji ulaznog signala ω . Ulazni i izlazni signal se tada razlikuju prema amplitudi i fazi, pa je $y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi)$.

Za različite frekvencije ulaznog signala bit će omjer amplituda Y_m/X_m i fazni kut φ različiti. Omjer

$$\frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{Y_m e^{j(\omega t + \varphi)}}{X_m e^{j\omega t}} = F(j\omega) = M e^{j\varphi} \quad (9a)$$

naziva se frekvencijskom (sinusnom) prijenosnom funkcijom. Frekvencijska je prijenosna funkcija, dakle, kompleksni broj kojemu je modul $M = M(\omega)$ jednak omjeru amplituda izlaznog i ulaznog signala (tj. jednak pojačanju sustava), a argument $\varphi = \varphi(\omega)$ faznom pomaku izlaznog prema ulaznom sinusnom signalu. Frekvencijska se prijenosna funkcija $F(j\omega)$ dobiva iz prijenosne funkcije $F(p)$ zamjenom $p = j\omega$.

Krivulja koju opisuje vrh kompleksnog broja $F(j\omega)$ pri promjeni frekvencije od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$ naziva se Nyquistovim dijagramom (polarni, amplitudno-fazni dijagram).



Sl. 6. Veza između položaja polova funkcije slike $f(p)$ i originala $f(t)$. a položaj nekih polova u kompleksnoj ravnini ($\sigma, j\omega$), b...f grafički prikaz originala $f(t)$ za neke položaje polova

Broj	Funkcija originala $f(t)$	Funkcija slike $f(p)$
O	$Au(t)$	$\frac{A}{p}$
O'	At	$\frac{A}{p^2}$
$1-1'$	$A \sin \omega t$	$\frac{A \omega}{p^2 + \omega^2}$
$2, 4$	Ae^{-at}	$\frac{A}{p + a}$
$2'$	Ate^{-at}	$\frac{A}{(p + a)^2}$
$3-3'$		
$5-5'$	$Ae^{-at} \sin \omega t$	$\frac{A}{(p + a)^2 + \omega^2}$

Polovima funkcije $f(p)$, koji se nalaze lijevo od imaginarne osi, odgovaraju vremenske komponente koje se prigušuju: jednostrukom realnom negativnom polu 2 prigušena eksponencijalna funkcija, dvostrukom realnom negativnom polu 2' prigušena funkcija Ate^{-at} (sl. 6d), a paru konjugirano kompleksnih korijena s negativnim realnim dijelom 3-3' prigušena sinusoida (sl. 6e). Ta se sinusoida to brže prigušuje što je par konjugirano kompleksnih korijena udaljeniji od imaginarne osi. Polovima smještenim u desnoj poluravnini kompleksne ravnine odgovara ili eksponencijalni porast

Pri analizi stabilnosti složenijih regulacijskih sustava prikladno je konstruirati Nyquistov dijagram za područje frekvencija od $\omega = -\infty$ do $\omega = \infty$. Negativna frekvencija je formalni pojam, bez direktnog fizikalnog smisla. Dio dijagrama za negativne frekvencije simetričan je s obzirom na os realnih brojeva dijelu dijagrama za pozitivne frekvencije.

Modul frekventijske prijenosne funkcije $M(\omega) = |F(j\omega)|$ određuje amplitudnu frekventijsku karakteristiku, a argument $\varphi(\omega) = \arg F(j\omega)$ faznu frekventijsku karakteristiku.

Općenito se Nyquistov dijagram crta točka po točku, određujući vrijednost kompleksnog broja $F(j\omega)$ za različite frekvencije. Za više frekvencije Nyquistov dijagram postaje nepregledan, jer zauzima malo područje (obično oko ishodišta kompleksne ravnine). Praktičniji su Bodeovi dijagrami (logaritamska frekventijske karakteristike), koji se u praksi široko primjenjuju.

Bodeov amplitudni dijagram (logaritamska amplitudno-frekventijska karakteristika) crta se u koordinatnom sustavu, u kojemu se na apscisnu os nanosi kružna frekvencija ulaznog signala ω u logaritamskom mjerilu, a na ordinatnu os pojačanje sustava izraženo u decibelima, tj. veličina

$$L(\omega) = 20 \lg |F(j\omega)| = 20 \lg M(\omega). \quad (9b)$$

Npr. pojačanje 10 izraženo u decibelima iznosi 20 dB, a jednom decibelu odgovara pojačanje od 1,12. Pojačanje od 0 dB znači da je izlazni signal jednak ulaznom (pojačanje 1). Bodeovi amplitudni dijagrami crtaju se jednostavno i brzo, najčešće u obliku asimptotskih dijagrama, tj. izlomljenih linija (v. *Dinamika procesa*, TE 3, str. 367; v. *Elektronika, sklopovi*, TE 4, str. 514).

Ovisnost faznog kuta φ (u linearnom mjerilu) o frekvenciji ω (u logaritamskom mjerilu) određuje Bodeov fazni dijagram (logaritamsku faznu karakteristiku).

KOMPONENTE REGULACIJSKIH SUSTAVA

Koliko se god komponente regulacijskih sustava razlikuju po prirodi izlaznih veličina, načelima djelovanja, brzini prijenosa signala, energetske prilikama, izvedbi itd., moguće ih je svrstati u određeni broj osnovnih tipova. Pod tim se uvijek razumije i određena idealizacija parametara tih komponenta.

Proporcionalni član (nultog reda) trenutno prenosi signal s ulaza na izlaz (ne sadrži nijedno skladište energije). Izlazna veličina proporcionalna je ulaznoj veličini:

$$y(t) = kx(t), \quad (10a)$$

pa je prijenosna funkcija

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = k. \quad (10b)$$

Koeficijent k naziva se koeficijentom pojačanja ili jednostavno pojačanjem. Primjeri takvih članova su pojačalo P, transformator T i ispravljač I (sl. 1b), te tahogenerator TG (sl. 2).

Nyquistov dijagram proporcionalnog člana koncentriran je u točku $(k, j0)$. Bodeov amplitudni dijagram je horizontalni pravac $L = 20 \lg k$ (pojačanje ne ovisi o frekvenciji), a fazni dijagram također horizontalni pravac $\varphi = 0$.

Integralni član (integrator) ima izlaznu veličinu proporcionalnu integralu ulazne veličine:

$$y(t) = k \int_0^t x(t) dt. \quad (11a)$$

Prijenosna je funkcija

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{p}, \quad (11b)$$

a prijelazna funkcija ima oblik nagibne funkcije:

$$y(t) = kt. \quad (11c)$$

Nyquistov dijagram, određen frekventijskom prijenosnom funkcijom $F(j\omega) = k/(j\omega) = -jk/\omega$, podudara se s negativ-

nom imaginarnom poluosi. Bodeov amplitudni dijagram $L(\omega) = 20 \lg(k/\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega$ jest pravac s nagibom -20 dB po dekadi (-20 dB/dek.), a prolazi kroz točku $(\omega = k, L = 0)$. Dekada je raspon između dviju frekvencija omjera 1:10 (npr. područje frekvencija od $\omega = 1$ rad/s do $\omega = 10$ rad/s, ili od $\omega = 10$ rad/s do $\omega = 100$ rad/s). Bodeov fazni dijagram je horizontalni pravac $\varphi = -90^\circ$.

Derivacijski član derivira ulazni signal, pa je

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}, \quad (12a)$$

a prijenosna funkcija

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = kp. \quad (12b)$$

Izlazni signal postoji samo kada se ulazni signal mijenja.

Nyquistov dijagram $F(j\omega) = jk\omega$ podudara se s pozitivnom imaginarnom poluosi. Bodeov amplitudni dijagram $L(\omega) = 20 \lg(k\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega$ jest pravac s nagibom $+20$ dB/dek., a prolazi kroz točku $(\omega = 1/k, L = 0)$. Bodeov fazni dijagram je horizontalni pravac $\varphi = 90^\circ$.

Aperiodični član (aperiodični član prvog reda, proporcionalni član prvog reda, sustav prvog reda) vrlo je čest u regulacijskim sustavima. Ima jedno skladište energije. Opisuje ga diferencijalna jednadžba

$$y(t) + T \frac{dy(t)}{dt} = kx(t), \quad (13a)$$

a prijenosna funkcija je (prvog reda)

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{1 + pT}. \quad (13b)$$

Tu je k koeficijent pojačanja (statičkog; statička karakteristika $Y = kX$ dobiva se iz diferencijalne jednadžbe uz $dy(t)/dt = 0$), a T vremenska konstanta (posljedica tromosti u prijenosu signala zbog prisutnog skladišta energije).

Prijelazna funkcija

$$y(t) = k(1 - e^{-t/T}) \quad (14)$$

ima oblik eksponencijalne funkcije prvog reda (sl. 8a). Prijelazna pojava se smatra završenom nakon $t \approx (3 \dots 4)T$. Tangenta na prijelaznu funkciju u ishodištu prolazi kroz točku $(t = T, y = k)$.

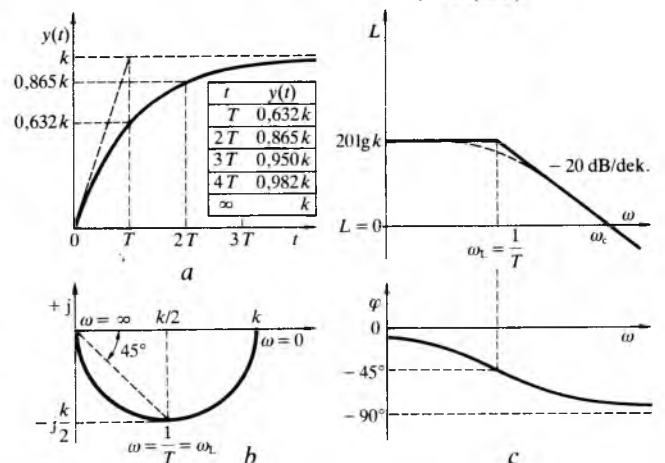
Na temelju frekventijske prijenosne funkcije

$$F(j\omega) = \frac{k}{(1 + j\omega T)} \quad (15)$$

crta se Nyquistov dijagram koji ima oblik polukružnice (sl. 8b).

Bodeov amplitudni dijagram određen je izrazom

$$L(\omega) = 20 \lg |F(j\omega)| = 20 \lg \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}. \quad (16)$$



Sl. 8. Karakteristike aperiodičnog člana: a prijelazna funkcija, b Nyquistov dijagram, c Bodeovi dijagrami

Obično se crtaju samo asimptote tog dijagrama. Na frekvencijama $\omega < 1/T$, kada je $\omega T < 1$, zanemaruje se član $(\omega T)^2$ prema jedinici u (16), pa je niskofrekvencijska asimptota horizontalni pravac $L \approx 20 \lg k$ (sl. 8c). Taj se pravac proteže lijevo u beskonačnost (do frekvencije $\omega = 0$, dakle do točke koja na apscisnoj osi odgovara istosmjernom ulaznom signalu, a $\lg 0 = -\infty$). Za frekvencije veće od lomne frekvencije $\omega_L = 1/T$ jest $\omega T > 1$, pa se u (16) zanemaruje jedinica prema članu $(\omega T)^2$. Tako se dobiva jednadžba visokofrekvencijske asimptote $L(\omega) \approx 20 \lg(k/(\omega T)) = 20 \lg k - 20 \lg(\omega T)$, a to je pravac s nagibom -20 dB/dek.

Prema tome, aperiodični član se pri niskim frekvencijama ulaznog signala vlada kao proporcionalni član (nultog reda), a pri visokim frekvencijama kao integrator.

Točan Bodeov amplitudni dijagram (označen crtkano na sl. 8c) odstupa najviše od asimptotskog upravo na lomnoj frekvenciji. Stvarno pojačanje sustava na toj frekvenciji iznosi $k/\sqrt{2}$, a ne k . Izraženo u decibelima, stvarno pojačanje na lomnoj frekvenciji manje je za ~ 3 dB.

Pomoću Bodeova amplitudnog dijagrama izravno se očitava pojačanje sustava na različitim frekvencijama ulaznog signala. Sve do presječne frekvencije ω_c (presječna frekvencija pojačanja, frekvencija kritične amplitude) sustav pojačava ulazni signal. Na frekvenciji $\omega = \omega_c$ amplitude ulaznog i izlaznog signala su jednake (pojačanje 1 ili 0 dB). Ulazne signale frekvencija većih od presječne sustav prigušuje.

Bodeov fazni dijagram određen je izrazom

$$\varphi(\omega) = \arg F(j\omega) = -\arctan \omega T. \quad (17)$$

Asimptote faznog dijagrama su pravci $\varphi = 0$ i $\varphi = -90^\circ$.

Za primjer, može se sinhroni generator (približno) opisati kao sustav prvog reda. Pretpostavlja se da je brzina vrtnje pogonskog stroja konstantna. Ulazna veličina je uzbudni napon $e_u(t)$ koji uzrokuje struju $i_u(t)$ kroz uzbudni namot otpora R_g i induktiviteta L_g . Primjenom II. Kirchhoffova zakona dobiva se jednadžba uzbudnog kruga

$$e_u(t) = i_u(t)R_g + L_g \frac{di_u}{dt}. \quad (18a)$$

Napon generatora proporcionalan je (u linearnom dijelu karakteristike praznog hoda, odnosno pri malim promjenama oko radne točke) uzbudnoj struji:

$$e_g(t) = k'_g i_u(t). \quad (18b)$$

Laplaceovom transformacijom jednadžbi (18a) i (18b) dobivaju se jednadžbe

$$e_u(p) = i_u(p)(R_g + pL_g), \quad (19a)$$

$$e_g(p) = k'_g i_u(p), \quad (19b)$$

iz kojih se eliminacijom varijable $i_u(p)$ dobiva prijenosna funkcija oblika (13b). Pojačanje je $k = k'_g/R_g$ a vremenska konstanta $T = L_g/R_g$. Ako bi se uzbudni napon skokovito povećao, efektivna bi se vrijednost napona generatora (odnosno amplitude) povećavala po eksponencijalnoj krivulji I. reda (sl. 8a).

Sličnim razmatranjem se može pokazati da su istosmjerni generator G i filter F (sl. 1b) također sustavi I. reda. I termometar se može opisati kao aperiodičan član (v. *Dinamika procesa*, TE 3, str. 362).

Proporcionalni član drugog reda sadrži dva skladišta energije između kojih se energija može (u nekim slučajevima) izmjenjivati. Opisuje ga diferencijalna jednadžba

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 x(t), \quad (20a)$$

odnosno prijenosna funkcija

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k\omega_n^2}{p^2 + 2p\zeta\omega_n + \omega_n^2}, \quad (20b)$$

gdje je k koeficijent pojačanja, ζ relativni koeficijent prigušenja, a ω_n prirodna frekvencija (nepriгуšena vlastita frekvencija).

Rješenjem jednadžbe

$$p^2 + 2p\zeta\omega_n + \omega_n^2 = 0 \quad (21)$$

dobivaju se korijeni

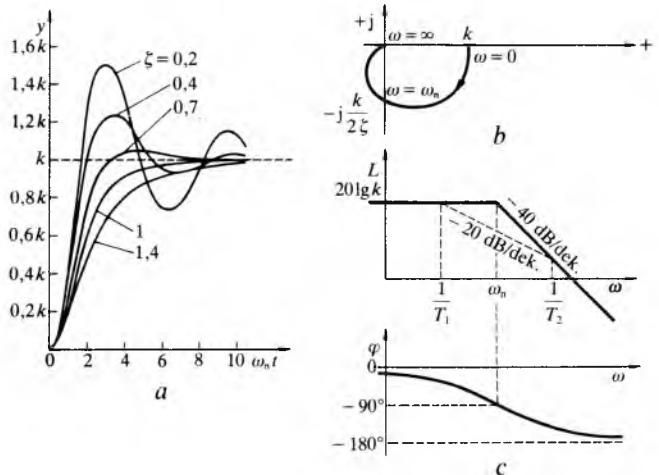
$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \alpha \pm j\beta, \quad (22)$$

gdje je $\alpha = -\zeta\omega_n$ koeficijent prigušenja, a $\beta = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ frekvencija prigušenih oscilacija. Položaj tih korijena u kompleksnoj ravnini ovisi o vrijednosti koeficijenta ζ , pa se razlikuju tri slučaja: a) $\zeta > 1$, korijeni su negativni realni brojevi. Vremenski odziv je aperiodičan. b) $\zeta = 1$, korijeni su jednaki (realni negativni). Vremenski odziv je granično aperiodičan. c) $\zeta < 1$, korijeni su konjugirano kompleksni, s negativnim realnim dijelom. Vremenski odziv je oscilatoran. U graničnom slučaju, kada je $\zeta = 0$ i $p_{1,2} = \pm j\omega_n$, vremenski odziv je određen sinusoidom konstantne amplitude.

Prijelazna funkcija je određena izrazom

$$y(t) = k - \frac{k}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t + \arctan\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \quad (23)$$

Nadvišenje u vremenskom odzivu (razlika između maksimalne i stacionarne vrijednosti odziva) to je veće što je relativni koeficijent prigušenja manji (sl. 9a). Kao najpovoljnije se obično uzimaju vrijednosti tog koeficijenta $\zeta = 0,4 \dots 0,7$. Pri manjim vrijednostima ζ pojavljuju se prevelika nadvišenja i oscilacije, a pri velikim se vrijednostima ζ prijelazna pojava sporo odvija.



Sl. 9. Karakteristike proporcionalnog člana drugog reda: a) prijelazna funkcija, b) Nyquistov dijagram, c) Bodeovi dijagrami

Ako je $\zeta > 1$, prijenosna se funkcija (20b) može izraziti u obliku

$$F(p) = \frac{k}{(1+pT_1)(1+pT_2)}. \quad (24)$$

U tom slučaju prijelazna funkcija, osim konstantne komponente, sadrži dvije eksponencijalno prigušene komponente prvog reda.

Nyquistov dijagram je određen frekvencijskom prijenosnom funkcijom

$$F(j\omega) = \frac{k\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2j\omega\zeta\omega_n + \omega_n^2} = \frac{k\omega_n^2}{(\omega_n^2 - \omega^2) + 2j\omega\zeta\omega_n} \quad (25)$$

i proteže se kroz dva kvadranta (sl. 9b).

Niskofrekvencijska asimptota Bodeova amplitudnog dijagrama horizontalni je pravac $L = 20 \lg k$. Visokofrekvencijska asimptota je pravac s nagibom -40 dB/dek. (jer je na visokim frekvencijama $F(p) \approx k\omega_n^2/p^2$). Pri $\zeta < 1$ postoji samo jedna lomna frekvencija (sl. 9c), a pri $\zeta > 1$ postoje dvije lomne frekvencije.

Rezonantni maksimumi u Bodeovu amplitudnom dijagramu postoje pri $\zeta < 1/\sqrt{2} = 0,707$, ali su znatnije izraženi tek pri $\zeta < 0,4$ (v. *Dinamika procesa*, TE 3, str. 368). Bodeov

fazni dijagram određen je izrazom

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\zeta\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (26)$$

Pri $\zeta > 1$ prikladnije je Bodeov fazni dijagram crtati pomoću izraza $\varphi(\omega) = -\arctan \omega T_1 - \arctan \omega T_2$.

Istosmjerni motor upravljani naponom armature (sl. 2) primjer je proporcionalnog člana drugog reda. Motor je elektromehanički sustav sa dva skladišta energije (u kojima akumulirana energija nije konstantna): energija elektromagnetskog polja armaturnog namota i kinetička energija rotirajućih masa. Radi se o skladištima raznovrsne energije, pa je moguće izmjenjivanje (prigušene oscilacije) energije između tih skladišta (i u otvorenom sustavu). Naponska je jednadžba armaturnog kruga motora

$$e_a(t) = i_a(t)R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + k_c \omega(t), \quad (27a)$$

gdje je $e_a(t)$ napon armature, $i_a(t)$ struja armature, $\omega(t)$ kutna brzina vrtnje, R_a i L_a radni otpor i induktivitet armaturnog kruga, a k_c konstanta induciranog napona (pretpostavlja se da je magnetski tok motora konstantan). Jednadžba je ravnoteže mehaničkih momenata

$$k_m i_a(t) = m_i(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt}, \quad (27b)$$

gdje je $m_i(t)$ moment tereta, J moment inercije, a k_m konstanta momenta.

Laplaceovom transformacijom jednadžbi (27a) i (27b) (uz početne uvjete jednake nuli) dobivaju se jednadžbe

$$e_a(p) = i_a(p)(R_a + pL_a) - k_c \omega(p), \quad (28a)$$

$$k_m i_a(p) = m_i(p) + Jp\omega(p), \quad (28b)$$

iz kojih se određuje ovisnost brzine vrtnje o upravljačkoj veličini e_a i poremećajnoj veličini m_i :

$$\omega(p) = e_a(p) \frac{1}{p^2 T_a T_m + p T_m + 1} - m_i(p) \frac{T_m}{J} \frac{1 + p T_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + 1} \quad (29)$$

Tu je $T_a = L_a/R_a$ električna, a $T_m = JR_a/(k_c k_m)$ elektromehanička vremenska konstanta. Ovisnost brzine vrtnje o upravljačkoj veličini određena je prijenosnom funkcijom po upravljačkoj veličini

$$F_m(p) = \frac{\omega(p)}{e_a(p)} = \frac{1}{p^2 T_a T_m + p T_m + 1} \quad (30)$$

Analogno je prijenosna funkcija po poremećajnoj veličini

$$F_z(p) = \frac{\omega(p)}{m_i(p)} = -\frac{T_m}{J} \frac{1 + p T_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + 1} \quad (31)$$

Usporedbom prijenosnih funkcija (20b) i (30) određuje se relativni koeficijent prigušenja $\zeta = \sqrt{T_m/(4T_a)}$.

Član s mrtvim vremenom ne može se opisati običnom diferencijalnom jednadžbom. Prijenosna funkcija ima oblik transcendentne funkcije:

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = k e^{-p\tau}, \quad (32)$$

gdje je k koeficijent pojačanja, a τ mrtvo vrijeme. Prijelazna funkcija ima oblik odskočne funkcije koja prema ulaznom signalu kasni za vrijeme τ (sl. 10c):

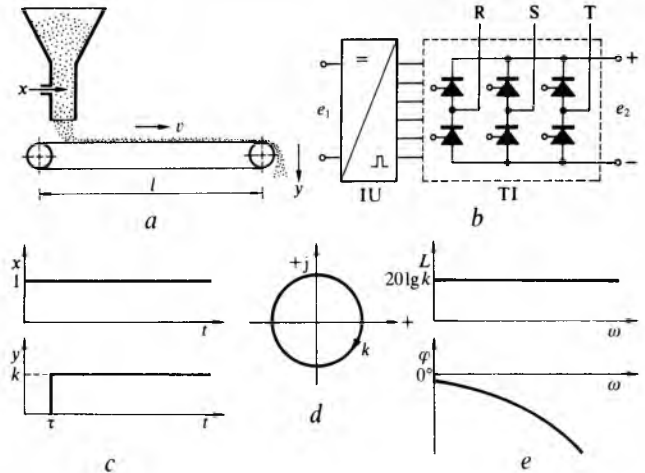
$$y(t) = k u(t - \tau). \quad (33)$$

Primjer člana s mrtvim vremenom je transportna traka (sl. 10a). Ako se traka giba konstantnom brzinom v , od trenutka pomaka zasuna proteći će vrijeme $\tau = l/v$ dok se transportirani materijal pojavi na izlazu. I tiristorski ispravljač TI (v. *Elektronika, sastavni dijelovi*, TE 4, str. 484) s impulsnim uređajem IU (sl. 10b) može se približno opisati kao član s mrtvim vremenom.

Vrh kompleksnog broja

$$F(j\omega) = k e^{-j\omega\tau} \quad (34)$$

opisuje, pri promjeni frekvencije od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$, beskonačno mnogo kružnica polumjera k (sl. 10d). Bodeov amplitudni dijagram je horizontalni pravac $L = 20 \lg k$, a Bodeov fazni dijagram krivulja $\varphi(\omega) = \arg F(j\omega) = -\omega\tau$ (sl. 10e).

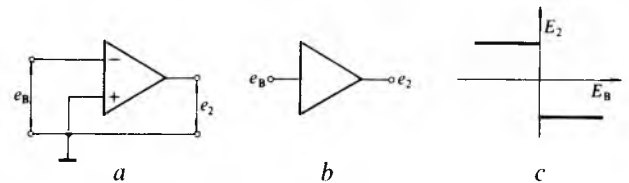


Sl. 10. Članovi s mrtvim vremenom i njihove karakteristike. a transportna traka, b trofazni punoupravljivi tiristorski ispravljač, c prijelazna funkcija, d Nyquistov dijagram, e Bodeovi dijagrami

OPERACIJSKA POJAČALA

Operacijska računska pojačala upotrebljavaju se za gradnju regulatora i obradbu signala općenito, za generiranje različitih nelinearnih funkcija, kao osnovne jedinice analognih računala (v. *Analogno računalo*, TE 1, str. 297) itd. Danas se skoro isključivo izrađuju tehnologijom integriranih elektroničkih sklopova.

Operacijsko pojačalo je istosmjerno pojačalo s velikim koeficijentom naponskog pojačanja A ($\sim 10^4 \dots 10^8$) i s velikim ulaznim otporom ($10^5 \Omega$ i više). Ima dva ulaza (diferencijalno pojačalo): invertirajući (–) i neinvertirajući (+). Signalu dovedenom na invertirajući ulaz pojačalo obrće fazu (polaritet). Za regulator najčešće se upotrebljava invertirajući ulaz, a neinvertirajući se ulaz spaja na elektroničku nulu (multi, referentni potencijal, tzv. *masa*). Taj četveropol (sl. 11a) simbolički se prikazuje kao dvopol (izostavljaju se ulazna i izlazna stezaljka elektroničke nule, sl. 11b).



Sl. 11. Operacijsko pojačalo. a invertirajući spoj, b njegov pojednostavljen simbol, c idealizirana statička karakteristika

Zbog velikog koeficijenta pojačanja ovo pojačalo ima praktički nelinearnu statičku karakteristiku dvopoložnog releja (sl. 11c). Naime, već pri vrlo malom ulaznom naponu e_B izlazni napon e_2 postaje jednak naponu zasićenja (nešto manjem od napona napajanja pojačala, u integriranim pojačalima reda veličine ± 10 V). Linearano se vladanje sklopa osigurava ugradnjom odgovarajućih impedancija (RC slogova) na ulazu (Z_1) i u povratnoj vezi (Z_2); tako se i dobiva operacijsko pojačalo u pravom smislu (sl. 12).

Primjenom I. Kirchhoffova zakona na čvor na ulazu pojačala (sumacijska točka) dobiva se jednadžba

$$i_1 - i_2 - i_p = 0. \quad (35)$$

Zbog velikog koeficijenta pojačanja A napon e_B tog čvora praktički je jednak nuli (virtualna nula). S obzirom i na velik

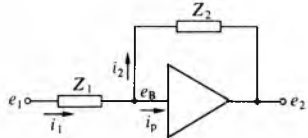
ulazni otpor može se zanemariti ulazna struja i_p pojačala, pa se jednadžba (35) može pisati u obliku $i_2 = i_1$, odnosno

$$-\frac{e_2(p)}{Z_2(p)} = \frac{e_1(p)}{Z_1(p)} \quad (36)$$

Prijenosna je funkcija operacijskog pojačala

$$F(p) = \frac{e_2(p)}{e_1(p)} = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} \quad (37)$$

Uz $Z_2 = R_2$ i $Z_1 = R_1$ dobiva se proporcionalno pojačalo s pojačanjem $k = -R_2/R_1$.



Sl. 12. Linearni sklop operacijskog pojačala

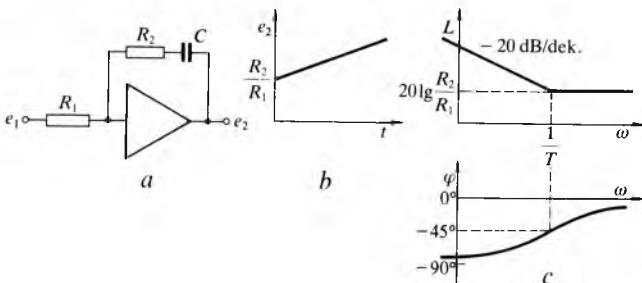
Prijenosna je funkcija proporcionalno-integralnog (PI) pojačala (sl. 13a):

$$F(p) = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = -\frac{R_2 + \frac{1}{pC}}{R_1} = -k \left(1 + \frac{1}{pT} \right) = -k \frac{1 + pT}{pT} \quad (38)$$

gdje je $k = R_2/R_1$, $T = R_2C$. Prijelazna je funkcija (sl. 13b; uobičajeno je da se izlazni napon predočava kao da je pozitivan) određena izrazom

$$e_2(t) = -k \left(1 + \frac{t}{T} \right) \quad (39)$$

Ona je sastavljena od dviju komponentata: jedne proporcionalne ulaznog naponu i druge proporcionalne integralu ulaznog napona. Naime, izlazni napon jednak je zbroju napona na otporniku R_2 (jednakom $R_2 i_2 = R_2 i_1 = R_2/R_1$) i napona na kondenzatoru (koji linearno raste jer se kondenzator nabija konstantnom strujom $i_2 = i_1$). Iz Bodeova amplitudnog dijagrama (sl. 13c) vidi se da pojačanje pri niskim frekvencijama teži u beskonačnost. Na tim je frekvencijama impedancija kondenzatora velika, pa je $|Z_2(j\omega)| = |R_2 + 1/(j\omega C)| \approx 1/(\omega C)$. Pojačanje je pojačala $|Z_2(j\omega)/Z_1(j\omega)| \approx 1/(\omega CR_1)$, tj. pojačalo djeluje kao integralni član. Na visokim frekvencijama kondenzator djeluje kao kratki spoj, pa je $|Z_2(j\omega)| \approx R_2$. Pojačalo djeluje kao proporcionalno pojačalo s pojačanjem $|Z_2(j\omega)/Z_1(j\omega)| \approx R_2/R_1$. Bodeov fazni dijagram određen je izrazom $\varphi(\omega) = \arg F(j\omega) = -90^\circ + \arctan \omega T$.



Sl. 13. Proporcionalno-integralno pojačalo. a shema, b prijelazna funkcija, c Bodeovi dijagrami

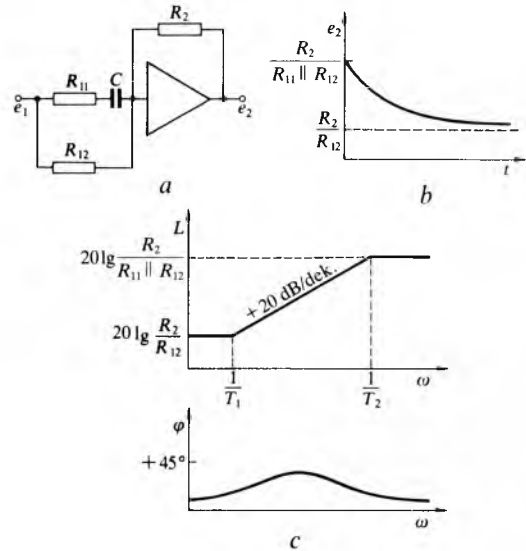
Prijenosna je funkcija proporcionalno-derivacijskog (PD) pojačala (sl. 14a):

$$F(p) = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = -\frac{R_2}{\left(R_{11} + \frac{1}{pC} \right) R_{12}} = -k \frac{1 + pT_1}{1 + pT_2} \quad (40)$$

gdje je $k = R_2/R_{12}$, $T_1 = C(R_{11} + R_{12})$, $T_2 = CR_{11} < T_1$. Početni skok u prijelaznoj funkciji (u trenutku $t=0$ kondenzator je još bez naboja pa djeluje kao kratki spoj) određen je omjerom otpora R_2 i paralelne kombinacije $R_{11} \parallel R_{12}$ otpora R_{11} i R_{12} (sl. 14b). U stacionarnom stanju kondenzator djeluje kao prekid (za istosmjernu struju), pa je izlazni napon određen pojačanjem R_2/R_{12} . Prijelazna je funkcija određena izrazom

$$e_2(t) = -k \left[1 + \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{t}{T_2} \right) \right] \quad (41)$$

Niskofrekvencijska asimptota Bodeova amplitudnog dijagrama (kada kondenzator djeluje kao prekid) horizontalni je pravac $L = 20 \lg(R_2/R_{12})$ (sl. 14c). Na visokim frekvencijama (kondenzator djeluje kao kratki spoj) asimptota je horizontalni pravac $L = 20 \lg[R_2/(R_{11} \parallel R_{12})]$. U području frekvencija od $\omega = 1/T_1$ do $\omega = 1/T_2$ PD pojačalo djeluje kao derivacijski član. Bodeov fazni dijagram određen je ovisnošću $\varphi(\omega) = \arctan \omega T_1 - \arctan \omega T_2$.



Sl. 14. Proporcionalno-derivacijsko pojačalo. a shema, b prijelazna funkcija, c Bodeovi dijagrami

Ovisnost izlaznog napona e_2 sumatora (sl. 15) o ulaznim naponima e_{11} i e_{12} određuje se primjenom I. Kirchhoffova zakona u sumacijskoj točki:

$$i_{11} + i_{12} + i_2 = 0 \quad (42a)$$

Uzevši u obzir da je napon sumacijske točke praktički jednak nuli, dobiva se

$$\frac{e_{11}}{R_{11}} + \frac{e_{12}}{R_{12}} + \frac{e_2}{R_2} = 0 \quad (42b)$$

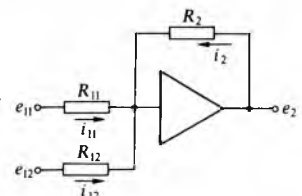
odnosno

$$e_2 = -\left(\frac{R_2}{R_{11}} e_{11} + \frac{R_2}{R_{12}} e_{12} \right) \quad (43a)$$

Uz $R_{11} = R_{12} = R_1$ ta se ovisnost može izraziti u obliku

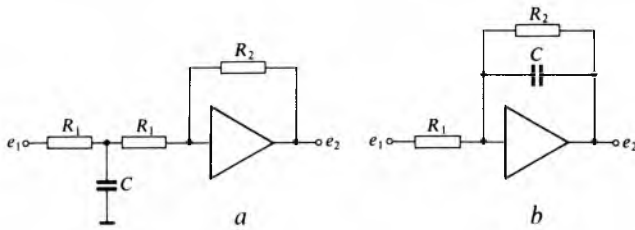
$$e_2 = -\frac{R_2}{R_1} (e_{11} + e_{12}) \quad (43b)$$

Ako je (u regulacijskom sustavu) e_{11} referentni napon, a e_{12} napon povratne veze (obrnutog polariteta od referentnog napona), sumator djeluje kao proporcionalni regulator. On



Sl. 15. Shema sumatora (proporcionalnog regulatora)

tada ujedinjuje funkcije komparatora 3 i pojačala 4 (sl. 3). Kombiniranjem sumatora s PI i PD pojačalom dobiva se PI, PD ili PID regulator.

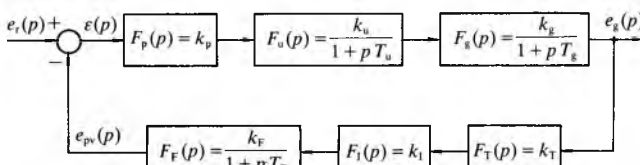


Sl. 16. Sheme niskopropusnih filtara: a sa sklopom RC na ulazu, b sa sklopom RC u grani povratne veze

Za prigušivanje štetnih signala viših frekvencija (šumova), u regulacijskim se sustavima upotrebljavaju niskopropusni filtri (sl. 16). Primjenom I. Kirchhoffova zakona u sumacijskoj točki se dobiva prijenosna funkcija oblika (13b). Pojačanje i vremenska konstanta su $k = -R_2/(2R_1)$, $T = R_1 C/2$ (sl. 16a), odnosno $k = -R_2/R_1$, $T = R_2 C$ (sl. 16b). Vremenski odziv, Nyquistov i Bodeovi dijagrami odgovaraju aperiodičnom članu (sl. 8).

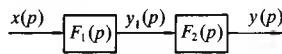
PRIJENOSNE FUNKCIJE REGULACIJSKIH SUSTAVA

Prijenosne funkcije regulacijskog sustava određuju se na temelju diferencijalne jednadžbe ili na temelju strukturnog blok-dijagrama tog sustava. Strukturni je blok-dijagram (strukturna blok-shema) oblik matematičkog modela regulacijskog sustava. Taj dijagram pregledno odražava strukturu i organizaciju sustava, tok i pretvorbu signala. Blokovi u koje se upisuju odgovarajuće prijenosne funkcije opisuju pretvorbu signala u pojedinim komponentama sustava. Strukturni-blok dijagrami jednoga regulacijskog sustava mogu se donekle i razlikovati, već prema tome koliko se detaljno žele istaknuti pojedine faze pretvorbe signala.



Sl. 17. Strukturni blok-dijagram sustava za regulaciju napona sinhronog generatora

Npr. sustav za regulaciju napona sinhronog generatora (sl. 1b) u svome strukturnom blok-dijagramu (sl. 17) sadrži blokove s prijenosnim funkcijama: pojačala \$F_p(p)\$, uzбудnika \$F_u(p)\$, sinhronog generatora \$F_g(p)\$, transformatora \$F_T(p)\$, ispravljača \$F_1(p)\$ i filtra \$F_f(p)\$.



Sl. 18. Serijska veza blokova

Za dva serijski vezana bloka (sl. 18) mogu se postaviti jednadžbe:

$$y_1(p) = x(p) F_1(p), \tag{44a}$$

$$y(p) = y_1(p) F_2(p). \tag{44b}$$

Isključivanjem varijable \$y_1(p)\$ iz tih jednadžbi dobiva se prijenosna funkcija

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = F_1(p) F_2(p). \tag{45a}$$

Općenitije, prijenosna funkcija serijske veze od \$n\$ blokova jednaka je produktu prijenosnih funkcija svih blokova

$$F(p) = F_1(p) F_2(p) \dots F_n(p) = \prod_{i=1}^n F_i(p). \tag{45b}$$

Svi blokovi direktne grane mogu se prema (45b) sažeti u jedan blok s prijenosnom funkcijom \$G(p) = G\$. I svi blokovi

grane povratne veze mogu se sažeti u jedan ekvivalentni blok s prijenosnom funkcijom \$H(p) = H\$ (sl. 19). Iz jednadžbi

$$x(p) - b(p) = \epsilon(p), \tag{46a}$$

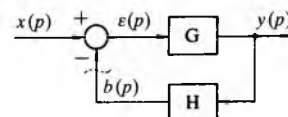
$$b(p) = y(p) H(p), \tag{46b}$$

$$y(p) = \epsilon(p) G(p) \tag{46c}$$

eliminiranjem varijabli \$\epsilon(p)\$ i \$b(p)\$ dobiva se prijenosna funkcija sustava s negativnom povratnom vezom

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)} = \frac{G(p)}{1 + F_0(p)}. \tag{47}$$

U brojniku je prijenosne funkcije zatvorenog sustava prijenosna funkcija direktne grane, a u nazivniku zbroj jedinice i produkta svih prijenosnih funkcija u krugu. Funkcija \$F_0(p) = G(p)H(p)\$ naziva se prijenosna funkcija otvorenog kruga (kružno pojačanje). Otvoreni krug nastaje ako se zatvoreni krug zamisli presječenim na mjestu gdje signal povratne veze ulazi u komparator (sl. 19, naznačeno crtkano). Nazivnik \$1 + F_0(p)\$ prijenosne funkcije (47) naziva se faktor povratne veze.



Sl. 19. Strukturni blok-dijagram regulacijskog sustava

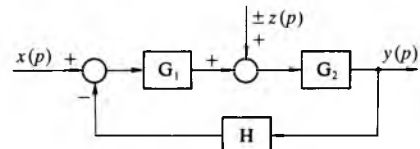
Prijenosna funkcija (47) može se općenito izraziti u obliku (8a). Polinom \$N(p)\$ naziva se karakteristični polinom, a jednadžba \$N(p) = 0\$ karakteristična jednadžba zatvorenog kruga.

Na regulacijski sustav općenito djeluje i poremećajna veličina \$z\$ (sl. 20). Sličnim postupkom kao i u prethodnom slučaju dobiva se ovisnost regulirane veličine o referentnoj i poremećajnoj veličini:

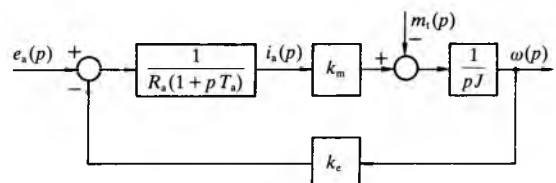
$$y(p) = x(p) \frac{G_1 G_2}{1 + F_0} \pm z(p) \frac{G_2}{1 + F_0} = x(p) F(p) \pm z(p) F_z(p). \tag{48}$$

Jednadžba (48) jedna je od temeljnih jednadžbi teorije automatske regulacije. Prijenosna funkcija \$F(p) = y(p)/x(p)\$, koja se svodi na oblik (47) uz \$G_1 G_2 = G\$, naziva se prijenosna funkcija regulacijskog sustava po referentnoj veličini. Utjecaj smetnje na reguliranu veličinu izražava prijenosna funkcija po smetnji \$F_z(p) = y(p)/z(p)\$. Brojnici tih prijenosnih funkcija jednaki su prijenosnim funkcijama odgovarajućih direktnih grana. Nazivnici su prijenosnih funkcija jednaki, pa su jednake i karakteristične jednadžbe. Karakteristična jednadžba sustava određena je strukturom sustava i ne ovisi o tome gdje djeluje ulazna veličina, ni o tome što se shvaća kao izlazna veličina. Jednadžba (48) odražava načelo superpozicije.

Iz jednadžbi (28a) i (28b) proizlazi strukturni blok-dijagram istosmjernog motora upravljano naponom armature



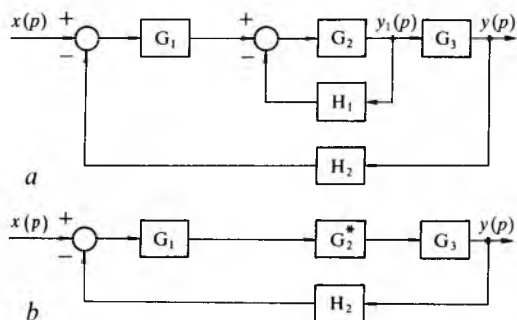
Sl. 20. Strukturni blok-dijagram regulacijskog sustava u kojemu je uzeta u obzir i poremećajna veličina \$z\$



Sl. 21. Strukturni blok-dijagram istosmjernog motora upravljano naponom armature

(sl. 21). Na temelju tog dijagrama i jednadžbe (48) određuje se ovisnost brzine vrtnje o armaturnom naponu i momentu tereta, izražena jednadžbom (29).

Višepetljasti regulacijski sustavi imaju, osim glavne (vanjske) povratne veze, jednu ili više unutrašnjih povratnih veza (sl. 22a). Signal glavne povratne veze nastaje mjerenjem stvarne vrijednosti regulirane veličine $y(t)$, i pomoću njega se dobiva podatak o odstupanju regulirane veličine od neke vrijednosti. Pomoću signala unutrašnje povratne veze može se dobiti podatak o tendenciji promjene regulirane veličine. U tom slučaju signal unutrašnje povratne veze treba biti proporcionalan derivaciji regulirane veličine $dy(t)/dt$. Npr. u trenutku t_1 u kojemu smetnja počinje djelovati na sustav (sl. 4) regulirana veličina još ne mijenja svoju vrijednost, pa ni signal glavne povratne veze još ne osjeća da smetnja djeluje na sustav. Međutim, u trenutku t_1 mijenja se derivacija regulirane veličine, pa se pomoću signala unutrašnje povratne veze mogu brže stvarati dodatna protudjelovanja u sustavu. Unutrašnja povratna veza povoljno utječe na stabilnost i dinamičko vladanje sustava.



Sl. 22. Strukturalni blok-dijagram regulacijskog sustava s unutrašnjom povratnom vezom (a) i ekvivalentni blok-dijagram (b)

Unutrašnja se povratna veza uvodi i ako se žele poboljšati karakteristike (statičke i dinamičke) neke komponente regulacijskog sustava. Takva povratna veza djeluje na vladanje te komponente slično kao što glavna povratna veza djeluje na vladanje sustava u cjelini.

Dalja vrlo važna prednost koja se može postići uvođenjem unutrašnjih povratnih veza jest mogućnost ograničenja maksimalnih (a po potrebi i minimalnih) vrijednosti pojedinih veličina sustava.

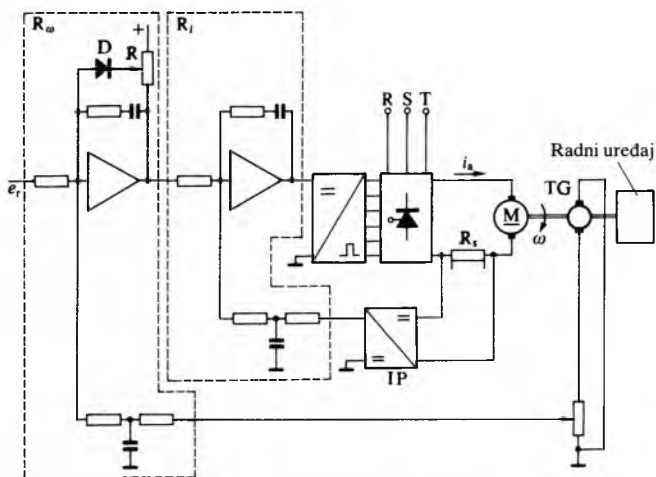
Izlazni je signal bloka G_1 (sl. 22a) referentni signal unutrašnjeg (podređenog) kruga. Ako se maksimalna vrijednost tog signala ograniči (pomoću nelinearnog sklopa – limitera), onda se time ograničuje i maksimalna vrijednost veličine y_1 . Tako je, npr., moguće ograničiti maksimalnu vrijednost struje u elektromotornim pogonima.

Prijenosna funkcija sustava s unutrašnjom povratnom vezom može se odrediti tako da se prvo odredi prijenosna funkcija unutrašnjeg kruga prema (47), pa se cijeli unutrašnji krug nadomjesti jednim ekvivalentnim blokom $G_2^* = G_2/(1 + G_2H_1)$. Prijenosna funkcija ekvivalentnog sustava (sl. 22b) određuje se također prema (47):

$$F(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{G_1 G_2^* G_3}{1 + G_1 G_2^* G_3 H_2} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 G_3 H_2} \quad (49)$$

Tako se pomoću pravila tzv. blokovske algebre višepetljasti sustav nadomjesti ekvivalentnim sustavom s jednom povratnom vezom. Druga metoda za određivanje prijenosne funkcije višepetljastog sustava zasniva se na primjeni Masonova pravila.

Primjer regulacijskog sustava s unutrašnjom povratnom vezom jest sustav za regulaciju brzine vrtnje istosmjernog motora nezavisno uzbuđenog motora s konstantnom uzbuđom (sl. 23). Signal unutrašnje povratne veze stvara se pomoću otpornika R_s na kojemu je pad napona proporcionalan struji armature i_a . Iz jednadžbe (27b) proizlazi da je struja armature proporcionalna derivaciji brzine vrtnje (neopterećenog moto-



Sl. 23. Sustav za regulaciju brzine vrtnje istosmjernog motora s unutrašnjom povratnom vezom

ra). Izlazni signal PI regulatora brzine vrtnje R_w jest referentni signal za podređeni krug regulacije struje armature. Maksimalna vrijednost tog signala, ograničena diodom D i potencijometrom R , određuje maksimalnu vrijednost struje armature. Prevelika vrijednost struje armature može uzrokovati oštećenje tiristorskog ispravljača i motora. Regulator struje armature R_i također je tipa PI. Trofazni punoupravljač: tiristorski ispravljač simbolički je prikazan jednim tiristorom. Galvanska izolacija regulatora od energetskog (armaturnog) kruga ostvarena je pomoću izolacijskog pojačala IP . Signali povratnih veza koji osim istosmjerne komponente sadrže i štetne više harmoničke članove filtriraju se pomoću niskopropusnih filtara RC .

STABILNOST REGULACIJSKIH SUSTAVA

Linearni je kontinuirani sustav stabilan samo ako se prijelazna komponenta $y_{pr}(t)$ vremenskog odziva (3b) potpuno prigušuje pri $t \rightarrow \infty$ (sl. 6d i 6e), tj. ako je ispunjen uvjet

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{pr}(t) = 0. \quad (50)$$

U nestabilnom se sustavu prijelazna komponenta pri $t \rightarrow \infty$ povećava ili eksponencijalno ili po zakonu sinusoide kojoj se amplituda eksponencijalno povećava (sl. 6f).

Određivanje točnog analitičkog izraza za vremenski odziv $y(t)$ u složenijim sustavima zahtijeva dosta truda i vremena, odnosno upotrebu računala. Zaključci o stabilnosti sustava mogu se izvesti i na temelju slike $f(p) = y(p) = x(p)F(p) = x(p)B(p)/N(p)$ vremenskog odziva u Laplaceovu području. Nužan i dovoljan uvjet za stabilnost linearnoga kontinuiranog sustava s koncentriranim parametrima jest da svi korijeni njegove karakteristične jednadžbe $N(p) = 0$ (odnosno $1 + F_0(p) = 0$) imaju negativne realne dijelove, tj. da leže u lijevoj poluravnini kompleksne varijable p . Stabilnost takva sustava jest, dakle, svojstvo samog sustava, njegove strukture i parametara, i ne ovisi o vanjskim djelovanjima na sustav.

Prema tome, da bi se ustanovilo je li neki sustav stabilan, nije potrebno određivati vrijednosti korijena njegove karakteristične jednadžbe (što u složenijim sustavima nije jednostavan zadatak), pa čak ni vrijednosti realnih dijelova tih korijena. Dovoljno je odrediti predznak realnih dijelova korijena karakteristične jednadžbe. Metode koje to omogućuju nazivaju se *kriterijima stabilnosti*.

Routhov i Hurwitzov kriterij stabilnosti pripadaju tzv. algebarskim kriterijima stabilnosti. Ti kriteriji polaze od karakteristične jednadžbe zatvorenog sustava. Pomoću njih se može ustanoviti da li je neki sustav stabilan, ali ne i da li ta stabilnost praktički zadovoljava. Stabilnost sustava praktički ne zadovoljava, tj. relativna stabilnost sustava je slaba ako se u vremensku odzivu pojavljuju oscilacije s velikim nadvišenjima i dugim vremenom smirivanja. Ne zadovoljavaju ni spori aperiodični odzivi. Algebarski kriteriji stabilnosti ne

daju ni dovoljno uvida u način kako da se osigura dobra stabilnost sustava.

Nyquistov kriterij stabilnosti (v. *Elektronika, sklopovi*, TE 4, str. 517) polazi od frekvencijske prijenosne funkcije otvorenoga regulacijskog kruga $F_0(j\omega)$. Zasniva se na Cauchyjevom teoremu argumenta, poznatom iz teorije funkcije kompleksne varijable. Stacionarne frekvencijske karakteristike otvorenog kruga povezuju se pomoću Nyquistova kriterija s dinamičkim svojstvima zatvorenog sustava. Kriterij glasi: Da bi sustav s povratnom vezom bio stabilan, nužno je i dovoljno da se pri promjeni frekvencije od $\omega = -\infty$ do $\omega = \infty$ vektor kojemu je početak u točki $(-1, j0)$, a vrh na amplitudno-faznoj frekvencijskoj karakteristici (Nyquistovu dijagramu) otvorenog kruga $F_0(j\omega)$, zakrene u pozitivnom smjeru (suprotno smjeru gibanja kazaljke na satu) za kut $2N_p\pi$, tj. da Nyquistov dijagram $F_0(j\omega)$ obuhvati točku $(-1, j0)$ u pozitivnom smjeru N_p puta. Tu je N_p broj polova prijenosne funkcije otvorenog kruga $F_0(p)$ koji imaju pozitivne realne dijelove.

Polovi funkcije $F_0(p)$ koji imaju pozitivne realne dijelove posljedica su ili nestabilnih unutrašnjih petlji ili nestabilnih komponenata (s prijenosnom funkcijom oblika $K/(1-pT)$) u sustavu. Prema tome, zatvoreni sustav može biti stabilan i kad mu je otvoreni krug nestabilan.

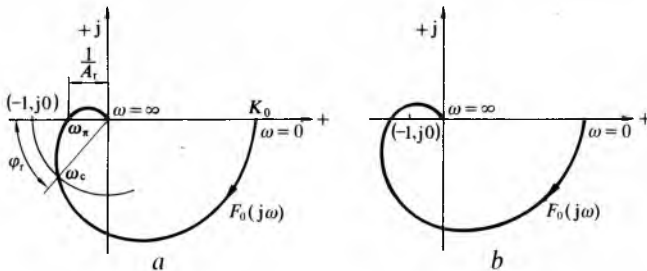
Budući da je prirast argumenta funkcije $F_0(p)$ za negativne frekvencije jednak prirastu argumenta za pozitivne frekvencije, za stabilnost zatvorenog sustava nužno je i dovoljno da se opisani vektor pri promjeni frekvencija od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$ zakrene u pozitivnom smjeru za kut $N_p\pi$.

U zatvorenim je sustavima sa stabilnim otvorenim krugom (najčešće u praksi) $N_p = 0$, pa se tada Nyquistov kriterij može jednostavnije formulirati: ako je otvoreni krug nekog sustava stabilan, nužan i dovoljan uvjet da taj sustav bude stabilan i uz zatvorenu povratnu vezu jest da pri obilaženju Nyquistova dijagrama $F_0(j\omega)$ otvorenog kruga u smjeru rastućih frekvencija od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$ točka $(-1, j0)$ ostane s lijeve strane.

Na temelju strukturnog blok-dijagrama sustava za regulaciju napona sinhronog generatora (sl. 17) dobiva se prijenosna funkcija otvorenog kruga

$$F_0(p) = \frac{K_0}{(1+pT_u)(1+pT_g)(1+pT_f)}, \quad (51)$$

gdje je $K_0 = k_p k_n k_g k_r k_f$ statičko pojačanje otvorenog kruga. Ako pojačanje K_0 nije veliko, pri obilasku Nyquistova dijagrama $F_0(j\omega)$ u smjeru rastućih frekvencija kritična točka $(-1, j0)$ ostaje s lijeve strane (sl. 24a), pa je zatvoreni sustav stabilan. Poveća li se pojačanje K_0 (npr. povećanjem pojačanja pojačala k_p), zatvoreni sustav postaje nestabilan (sl. 24b).



Sl. 24. Nyquistov dijagram $F_0(j\omega)$: a) stabilnog i b) nestabilnog regulacijskog sustava 3. reda

Jedna je od osnovnih prednosti Nyquistova kriterija da se pomoću njega dobiva i uvid u relativnu stabilnost sustava. Oscilacije u vremenskom odzivu zatvorenoga stabilnog sustava to su više izražene što Nyquistov dijagram $F_0(j\omega)$ prolazi bliže kritičnoj točki $(-1, j0)$. Kao pokazatelji relativne stabilnosti primjenjuju se amplitudno i fazno osiguranje (amplitudna i fazna rezerva, pretek pojačanja i pretek faze).

Amplitudno osiguranje A_r pokazuje koliko se puta može povećati pojačanje otvorenog kruga $|F_0(j\omega)|$ pri kritičnoj fazi od -180° da bi se sustav doveo na granicu stabilnosti, tj. da bi Nyquistov dijagram $F_0(j\omega)$ prolazio upravo kroz točku $(-1, j0)$:

$$A_r = \frac{1}{|F_0(j\omega_\pi)|}, \quad (52a)$$

gdje je ω_π frekvencija pri kojoj Nyquistov dijagram siječe negativnu realnu poluos, tj. $\arg F_0(j\omega_\pi) = -180^\circ$. Amplitudno se osiguranje izražava i veličinom L_r u decibelima:

$$L_r = 20 \lg A_r. \quad (52b)$$

Fazno osiguranje je kut što ga zatvaraju negativna realna poluos i pravac koji prolazi kroz ishodište i sjecište Nyquistova dijagrama s jediničnom kružnicom opisanom oko ishodišta (sl. 24a):

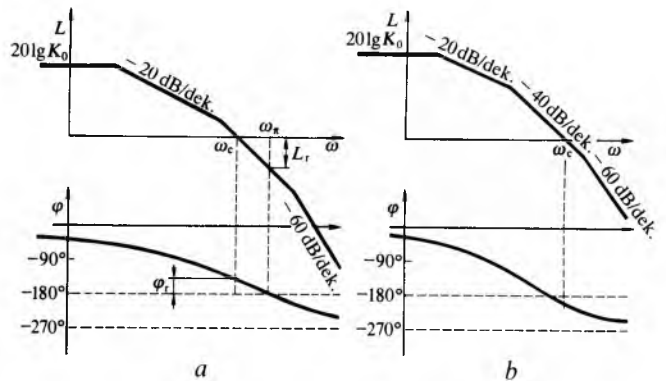
$$\varphi_r = 180^\circ + \arg F_0(j\omega_c), \quad (53)$$

gdje je ω_c frekvencija na kojoj je pojačanje otvorenog kruga jednako jedan, tj. $|F_0(j\omega_c)| = 1$.

Relativna stabilnost općenito zadovoljava ako je $L_r = 10 \dots 15$ dB i $\varphi_r = 30^\circ \dots 50^\circ$. U sustavima s manjim amplitudnim i faznim osiguranjem pojavljuju se prevelika nadvišenja u vremenskom odzivu (slično kao u sustavima 2. reda s malim relativnim koeficijentom prigušenja ζ , sl. 9a). Npr. orijentacijski se može očekivati da je uz $\varphi_r = 45^\circ$ relativno maksimalno nadvišenje u prijelaznoj funkciji manje od 15%. Posljedica su prevelikog amplitudnog i faznog osiguranja spori aperioidni odzivi.

Bode-Nyquistov kriterij. Pri analizi i sintezi regulacijskih sustava sa stabilnim otvorenim krugom u praksi se mnogo primjenjuje Nyquistov kriterij u Bodeovu prikazu. Zatvoreni sustav je stabilan ako je na frekvenciji ω_π pojačanje otvorenog kruga manje od jedan. To se može izreći i drukčije: Zatvoreni sustav je stabilan ako Bodeov fazni dijagram $\varphi(\omega)$ otvorenog kruga ne siječe pravac $\varphi = -180^\circ$ u onom području frekvencija u kojem Bodeov amplitudni dijagram otvorenog kruga $L(\omega)$ ima pozitivne vrijednosti.

Iz Bodeovih dijagrama otvorenog kruga sustava za regulaciju napona sinhronog generatora (sl. 25) proizlaze zaključci o stabilnosti (i relativnoj stabilnosti) tog sustava kao i iz odgovarajućih Nyquistovih dijagrama (sl. 24). S povećanjem pojačanja otvorenog kruga K_0 Bodeov amplitudni dijagram se podiže paralelno sa sobom, a fazni dijagram ostaje neizmijenjen, pa zatvoreni sustav postaje nestabilan (ako se pojačanje K_0 dovoljno poveća).



Sl. 25. Bodeovi dijagrami otvorenog kruga: a) stabilnog, b) nestabilnoga regulacijskog sustava 3. reda

Potpunije formuliran Bode-Nyquistov kriterij stabilnosti može se primijeniti i za analizu i sintezu regulacijskih sustava kojima je otvoreni krug nestabilan.

Prednosti su Nyquistova kriterija: a) nije potrebno poznavati diferencijalnu jednadžbu (odnosno prijenosnu funkciju) sustava jer se Nyquistov dijagram (odnosno Bodeovi dijagrami) otvorenog kruga može eksperimentalno odrediti ili konstruirati pomoću poznatih prijenosnih funkcija pojedinih komponenata sustava; b) dobiva se podatak i o relativnoj stabilnosti sustava; c) omogućuje određivanje utjecaja svake pojedine komponente na stabilnost sustava; d) mogu se točno analizirati i sustavi s mrtvim vremenom jer su im frekvencijske karakteristike potpuno određene; e) rad s otvorenim susta-

vima pri pokusima smanjuje rizik od oštećenja jer su ovi sustavi u praksi najčešće stabilni.

OSNOVNI POKAZATELJI KVALITETE REGULACIJE

Stabilnost regulacijskog sustava je nužan, ali ne i dovoljan uvjet za praktičnu primjenu. Regulacijski sustav mora biti takav da pokazatelji kvalitete regulacije budu unutar određenih granica. Statički pokazatelji kvalitete regulacije karakteriziraju točnost sustava u stacionarnom stanju (točnost regulacije). Dinamički pokazatelji karakteriziraju kvalitetu prijelaznih pojava.

Točnost regulacije. Jedan je od praktički važnih zadataka određivanje utjecaja poremećajne veličine koja ima oblik funkcija skoka na stacionarno odstupanje regulirane veličine δ od željene stalne vrijednosti Y_0 (sl. 4).

Na temelju jednadžbe (48) određuje se utjecaj smetnje na reguliranu veličinu:

$$y(p) = \pm z(p) \frac{G_2(p)}{1 + F_0(p)} \tag{54}$$

Prijenosna funkcija otvorenog kruga može se općenito izraziti u obliku

$$F_0(p) = \frac{K P(p)}{p^r Q(p)} \tag{55}$$

gdje je K faktor pojačanja, a r red astatizma sustava. Polinomi $P(p)$ i $Q(p)$ takvi su da je $P(0) = Q(0) = 1$.

Ako je $r=0$, sustav se zove statički. Primjer statičkog sustava je sustav za regulaciju napona sinhronog generatora (sl. 17) u kojemu nema integralnih članova. U astatičkim je sustavima $r \geq 1$: u sustavu s astatizmom prvog reda je $r=1$, u sustavu s astatizmom drugog reda je $r=2$ itd. Astatički sustavi sadrže jedan ili više integralnih članova.

Ako se u regulacijskom sustavu (sl. 20) prekine povratna veza, nastaje otvoreni (neregulirani sustav). Ovisnost izlazne veličine o smetnji u tom je slučaju određena izrazom

$$y_{ot}(p) = \pm z(p) G_2(p) \tag{56}$$

U regulacijskom se sustavu stacionarno odstupanje regulirane veličine pri skokovitom porastu smetnje $z(t) = Zu(t)$ može odrediti primjenom teorema krajnje vrijednosti:

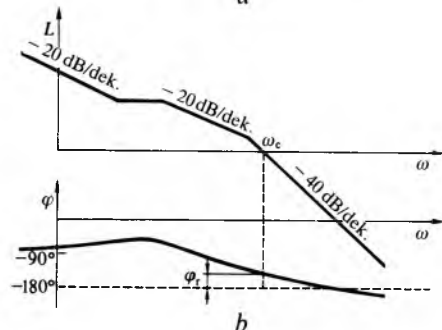
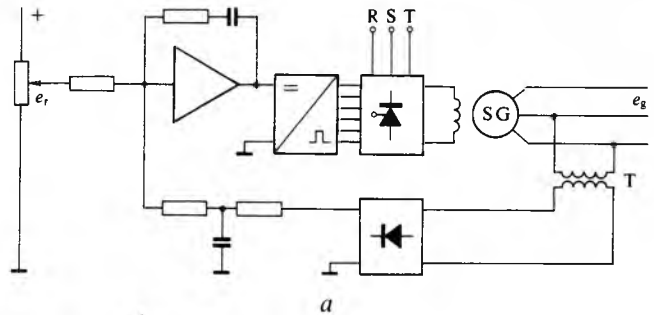
$$\delta = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p y(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \left[p \frac{Z}{p} \cdot \frac{G_2(p)}{1 + F_0(p)} \right] = \frac{\lim_{p \rightarrow 0} [Z G_2(p)]}{1 + K_p} \tag{57}$$

Veličina $K_p = \lim_{p \rightarrow 0} F_0(p)$ naziva se konstantom položaja (koeficijentom položajne pogreške). U statičkim sustavima ta konstanta ima konačnu vrijednost $K_p = K_0$, jednaku statičkom pojačanju otvorenog kruga. Prema tome, za statičke sustave vrijedi

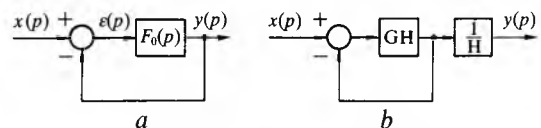
$$\delta = \frac{\delta_0}{1 + K_0} \tag{58}$$

gdje je $\delta_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} y_{ot}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} [Z G_2(p)]$ stacionarno odstupanje izlazne veličine pod utjecajem smetnje stalnog iznosa u otvorenom sustavu.

U astatičkim je sustavima $K_p = \infty$. Ako je prijenosna funkcija $G_2(p)$ statičkog tipa, odstupanje δ regulirane veličine zbog djelovanja smetnje stalnog iznosa jednako je nuli. Tako npr. statički sustav za regulaciju napona sinhronog generatora (sl. 1b) postaje astatički ako se u njega ugradi regulator PI (sl. 26) (uz to je i istosmjerni uzбудnik zamijenjen suvremenim rješenjem s tiristorskim pretvaračem električne energije). U takvu se astatičkom sustavu stacionarna vrijednost napona generatora ne mijenja bez obzira da li je generator opterećen ili je u praznom hodu ($\delta = 0$). Zbog nesavršenosti pojedinih elemenata (kondenzatora, operacijskih pojačala) u praksi će se te vrijednosti napona ipak razlikovati (oko 1%).



Sl. 26. Astatički sustav za regulaciju napona sinhronog generatora (a) i pripadni Bodeovi dijagrami (b)



Sl. 27. Sustavi s jediničnom povratnom vezom

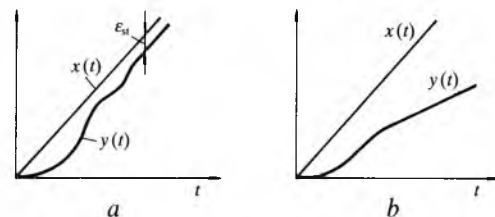
Drugi karakteristični režim rada nastaje ako referentni signal ima oblik nagibne funkcije $x(t) = tu(t)$, a poremećajna veličina je konstantna. Utjecaj poremećajne veličine određuje se kao i u prethodnom slučaju. Regulirana veličina treba slijediti referentnu veličinu. Tada je prikladno razmatrati sustav s jediničnom povratnom vezom (sl. 27a). Time razmatranje ne gubi svoju općenitost, jer se regulacijski sustav (sl. 19) uvijek može prikazati i kao sustav s jediničnom povratnom vezom (sl. 27b). Signal razlike (sl. 27a) određen je izrazom

$$\epsilon(p) = x(p) - y(p) = x(p) - x(p) \frac{F_0(p)}{1 + F_0(p)} = x(p) \frac{1}{1 + F_0(p)} \tag{59}$$

Imajući u vidu da je sada $x(p) = 1/p^2$, za stacionarnu vrijednost signala razlike dobiva se

$$\epsilon_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \epsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + F_0(p)} = \frac{1}{K_v} \tag{60}$$

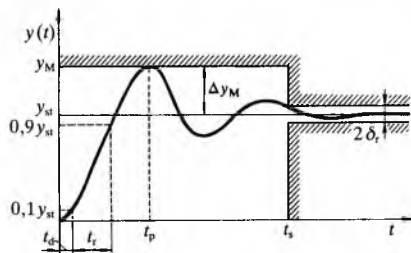
gdje je $K_v = \lim_{p \rightarrow 0} p F_0(p)$ brzinska konstanta sustava (koeficijent brzinske pogreške). U sustavima s astatizmom prvog reda regulirana veličina slijedi referentnu tako da je $\epsilon_{st} = 1/K$ (sl. 28). U statičkim je sustavima $K_v = 0$ i $\epsilon_{st} = \infty$, tj. regulirana veličina ne može (prema željenom zakonu) slijediti referentnu veličinu koja linearno raste s vremenom. U sustavima je s astatizmom drugog i višeg reda $K_v = \infty$ i $\epsilon_{st} = 0$.



Sl. 28. Vremenski odzivi astatičkog (a) i statičkog (b) sustava na referentni signal u obliku nagibne funkcije

Dinamički pokazatelji kvalitete regulacije mogu biti direktni i indirektni. Direktni dinamički pokazatelji proizlaze iz

razmatranja prijelazne pojave u vremenskom području. Obično se definiraju na temelju vremenskog odziva na skokovito povećanje ulazne veličine u trenutku $t = 0$ (sl. 29).



Sl. 29. Direktni dinamički pokazatelji kvalitete regulacije

Ekvivalentno mrtvo vrijeme t_d jest vrijeme koje protekne od trenutka promjene ulazne veličine do trenutka u kojemu izlazna veličina $y(t)$ dostigne 10% od svoje stacionarne vrijednosti. Vrijeme porasta t_r jest vrijeme potrebno da izlazna veličina poraste od 10% do 90% svoje stacionarne vrijednosti. Vrijeme smirenja t_s jest vrijeme koje je potrebno da se ispuni uvjet $|y(t) - y_{st}| < \delta$, gdje δ , označuje određeni postotak stacionarne vrijednosti y_{st} (obično 2% ili 5%). Vrijeme maksimalnoga dinamičkog odstupanja t_p jest vrijeme potrebno da regulirana veličina dostigne maksimalnu vrijednost y_M . Maksimalno je dinamičko odstupanje $\Delta y_M = y_M - y_{st}$, a relativno maksimalno odstupanje (maksimalno nadvišenje) $\sigma = (y_M - y_{st})/y_{st}$. Smatra se da prijelazna pojava u načelu zadovoljava ako je $\sigma = 10\% \dots 30\%$.

Zaključak o kvaliteti prijelazne pojave može se donijeti i na temelju razmatranja u frekvencijskom području, služeći se tzv. indirektnim pokazateljima. Uz fazno i amplitudno osiguranje u osnovne indirektno pokazatelje ide i presječna frekvencija ω_c . Što je ta frekvencija viša, trajanje prijelazne pojave je kraće.

SINTEZA LINEARNIH REGULACIJSKIH SUSTAVA

U područje sinteze idu postupci sastavljanja regulacijskog kruga, izbor strukture i određivanje parametara regulatora da bi se osigurali traženi pokazatelji kvalitete regulacije. Sinteza se u praksi naziva i projektiranjem.

Postupci i rezultati sinteze nisu jednoznačni, kao što je to pri analizi. U područje analize ide istraživanje vladanja nekog zadanog sustava; struktura i parametri sustava su poznati, poznata je pobuda, a određuje se vremenski odziv, odnosno stabilnost i pokazatelji kvalitete regulacije. Postupci sinteze sadrže i postupke analize, jer se uz odabranu strukturu i parametre provjerava vladanje regulacijskog kruga. Ti se postupci ponavljaju dok se ne osigura traženo vladanje regulacijskog sustava.

Ne postoji točno razrađen opći postupak sinteze, niti se pravila sinteze mogu potpuno formalizirati. U inženjerskoj se praksi najčešće ne traži visoka točnost rezultata, ali do njih treba doći uz što manji utrošak rada i vremena. Zato se i u sintezi primjenjuju i približne metode, a prilikom puštanja u pogon eksperimentalno se podešavaju konačne vrijednosti izračunanih parametara regulacijskog sustava. Jedna od metoda sinteze zasniva se na primjeni Nyquistova kriterija u Bodeovu prikazu, pri čemu se u upotrebljavaju indirektni dinamički pokazatelji kvalitete regulacije.

Tako se, npr., najjednostavniji postupak sinteze svodi na određivanje pojačanja proporcionalnog regulatora u statičkom regulacijskom sustavu. Povećanjem pojačanja poboljšava se točnost regulacije, ali se pogoršava relativna stabilnost, pa se određuje kompromisno rješenje. Dodavanjem integralnog djelovanja (PI regulator) mogu se mnogo uspješnije zadovoljiti i statički i dinamički zahtjevi. Ugradnjom člana s derivacijskim djelovanjem poboljšavaju se dinamička svojstva sustava (tako što se, npr., poveća presječna frekvencija sustava). Uz tu tzv. serijsku korekciju primjenjuje se i

paralelna korekcija; zadatak je sinteze tada određivanje parametara unutrašnje povratne veze.

Znatne mogućnosti u području sinteze pruža upotreba elektroničkih računala (digitalnih, analognih i hibridnih).

PODJELA REGULACIJSKIH SUSTAVA

Prema fizikalnoj prirodi signala osnovne vrste regulatora mogu biti električni (sve češće elektronički), hidraulički i pneumatski regulatori. U električnim regulatorima signal je električni napon ili struja, u hidrauličkim tlak tekućine (obično ulja), a u pneumatskim tlak plina (obično zraka).

Regulacijski sustavi se razvrstavaju prema različitim kriterijima: sustavi automatske stabilizacije i slijedni sustavi, jednovjetljasti i viševjetljasti sustavi, statički i astatički sustavi, jednoveličinski i viševeličinski sustavi, linearni i nelinearni sustavi, stacionarni i nestacionarni sustavi, sustavi s usredotočenim i raspodijeljenim parametrima, sustavi kontinuiranog i diskretnog djelovanja, adaptivni sustavi i optimalni sustavi.

Jednoveličinski i viševeličinski (multivarijabilni) sustavi. Za razliku od jednoveličinskih, viševeličinski sustavi imaju više od jednog referentnog signala i više od jedne regulirane veličine. Između tih veličina postoje međusobna djelovanja koja se izražavaju simultanim diferencijalnim jednadžbama.

Linearni i nelinearni sustavi. Linearni se sustavi opisuju linearnim jednadžbama. Nelinearni sustavi sadrže barem jedan nelinearni element. Statički nelinearni elementi opisuju se algebarskim, a dinamički nelinearni elementi diferencijalnim nelinearnim jednadžbama. Nelinearni se sustavi ne mogu opisati prijenosnom funkcijom, i za njih ne vrijedi načelo superpozicije. Ne postoje opće metode analize i sinteze nelinearnih sustava, već samo metode za posebne slučajeve nelinearnosti. Ako linearizacija nije moguća, primjenjuju se približne metode za proučavanje nelinearnih sustava.

Stacionarni i nestacionarni sustavi. Parametri su stacionarnih sustava vremenski stalni, pa njihov vremenski odziv na određenu pobudu ne zavisi od trenutka u kojemu pobuda počinje djelovati. Nestacionarni sustavi (sustavi s promjenljivim parametrima) opisuju se diferencijalnim jednadžbama u kojima su neki koeficijenti funkcije vremena. Npr., takvom se jednadžbom opisuje objekt u gibanju (avion, raketa) kojemu se mijenja masa zbog izgaranja goriva.

Sustavi s usredotočenim i raspodijeljenim parametrima. Za razliku od sustava s usredotočenim (koncentriranim) parametrima, u opisu sustava s raspodijeljenim (distribuiranim) parametrima javljaju se uz obične i parcijalne diferencijalne jednadžbe. Nezavisne varijable su vrijeme i položaj u prostoru. Tako se, npr., parcijalne diferencijalne jednadžbe pojavljuju ako se uzmu u obzir valne pojave pri prijenosu signala na dugim linijama između dviju komponenata sustava, pri opisu sustava s cjevovodima itd.

Sustavi kontinuiranog i diskretnog djelovanja. Sve su komponente sustava kontinuiranog djelovanja takve da im se izlazna veličina mijenja kontinuirano ako se ulazna veličina mijenja kontinuirano. Diskretni (diskontinuirani) sustavi sadrže barem jednu komponentu diskretnog djelovanja, kojoj se izlazna veličina mijenja diskontinuirano i kada se ulazna veličina mijenja kontinuirano. Diskretni su sustavi relejni, impulsi i digitalni (numerički). Relejni sustavi sadrže barem jedan relejni element kojemu se izlazna veličina mijenja skokovito kada ulazna veličina poprima određene granične vrijednosti (vrijednosti praga). Impulsi sustavi sadrže barem jedan impulsi element (impulsi modulator). Pri kontinuiranoj promjeni ulaznog signala izlazna veličina impulsnog elementa mijenja se skokovito u određenim vremenskim razmacima, pa nastaje diskretni signal u obliku impulsnog niza. U digitalnim sustavima taj se impulsi niz stvara prema zakonu numeričkog koda, a funkciju regulatora preuzima digitalno računalo.

Adaptivni sustavi. Struktura i parametri regulatora adaptivnog sustava mijenjaju se automatski, već prema promjenama strukture i parametara procesa, te promjenama vanjskih djelovanja, tako da pokazatelji kvalitete regulacije ostaju u određenim granicama. U adaptivne se sustave svrstavaju i

sustavi koji uče, pa im se djelovanje u toku vremena usavršava.

Optimalni sustavi. Neko je svojstvo optimalnog sustava najbolje moguće s obzirom na realne radne uvjete i ograničenja. Kriterij optimalnosti može biti brzina prijelazne pojave, točnost regulacija, utrošak energije, težina itd. U jednostavnim se optimalnim sustavima željeno svojstvo osigurava uz determinirane signale, te stalnu strukturu i parametre procesa. Složeniji optimalni sustavi ujedno su i adaptivni sustavi.

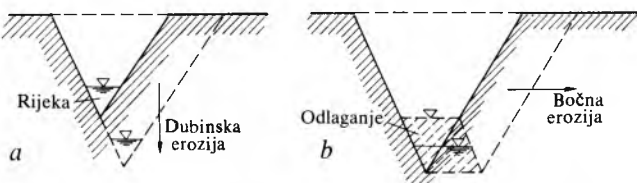
LIT.: *H. Chestnut, R. Mayer*, Servomechanisms and Regulating System Design, I. i II. J. Wiley, New York 1959. – *J. Ch. Gille, P. Decaulne, M. Pélegrin*, Théorie et calcul des asservissements linéaires. Dunod, Paris 1967. – *F. Kümmel*, Elektrische Antriebstechnik. Springer-Verlag, Berlin 1971. – *B. A. Бесекеерский, Е. П. Понов*, Теория систем автоматического регулирования. Наука, Москва 1972. – *F. Csáki*, Modern Control Theories. Akadémiai Kiadó, Budapest 1972. – *N. Pašalić*, Osnovi regulacione tehnike. Elektrotehnički fakultet Zagreb, Zagreb 1977. – *N. Munro*, Modern Approaches to Control System Design. Peter Peregrinus Ltd., Stevenage 1979. – *J. Božičević*, Temelji automatike 1. Školska knjiga, Zagreb 1980. – *T. Šurina*, Automatska regulacija. Školska knjiga, Zagreb 1981. – *Lj. Kulića, Z. Vukić*, Automatsko upravljanje sistemima. Školska knjiga, Zagreb 1985. – *W. Leonhard*, Control of Electrical Drives. Springer-Verlag, Berlin 1985. – *M. Stojić*, Kontinualni sistemi automatskog upravljanja. Naučna knjiga, Beograd 1985.

N. Pašalić

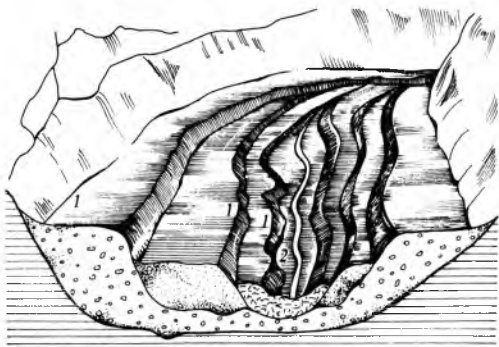
REGULACIJA VODOTOKA, uređenje vodenog toka i vodenog režima da bi se spriječile poplave, osigurala opskrba vodom industrije i stanovništva te omogućila što redovitija plovidba. To se postiže korekcijom vodene linije vodotoka, pogodnim formiranjem riječnog korita, osiguranjem dna i obala, gradnjom ustava i brana (v. *Brane*, TE 2, str. 119) te kanaliziranjem rijeka (v. *Plovni putovi*, TE 10, str. 427).

Količina vode koja protječe vodotokom ovisi o oborinama i topljenju snijega na oborinskom području. Najveće štete uzrokuju velike vode (poplave, zamočvarenje zemljišta), pogotovo u vrijeme vegetacijskog razdoblja. Ako je riječno korito duboko ispod obalnog područja, te ako vodotok ima velik pad, korito se produbljuje, pa se snižuje razina podzemnih voda do kojih korijenje raslinstva ne doseže. Riječni tokovi, osim toga, nose materijal iz korita i s obala u gornjem toku što se taloži u donjem toku, pa se tako mijenja korito i u gornjem i u donjem toku.

Postanak dolina. Današnje doline nastale su većinom u aluviju, i to erozijskim djelovanjem vodotoka. Ako je erozija intenzivnija po dubini nego po bokovima (dubinska erozija,

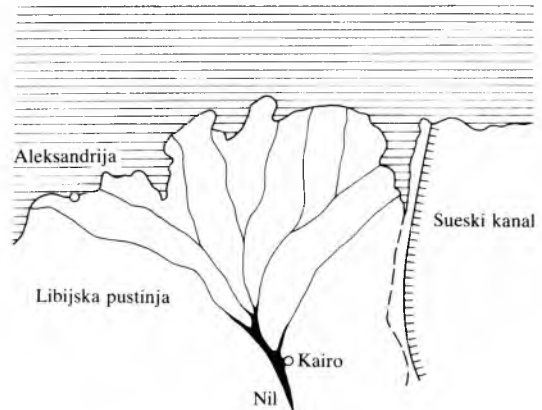


Sl. 1. Usijecanje dolina. a dubinska erozija, b bočna erozija



Sl. 2. Riječna dolina s riječnim terasama (1) i riječnim koritom (2) u posljednjoj fazi razvoja

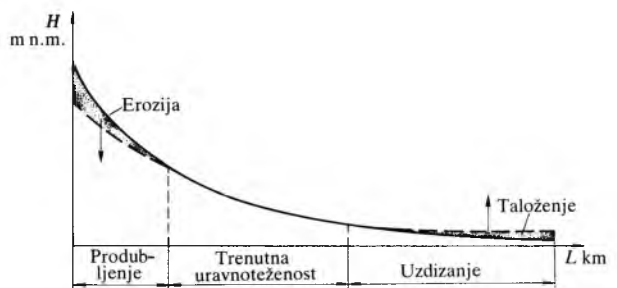
sl. 1a), nastaju usječene doline. One obično nemaju uledinjenih površina niti zemljanog sloja, a ako su uske i duboke, nazivaju se klancima, klisurama. Kad je bočna erozija intenzivnija od dubinske (sl. 1b), nastaju široke doline s uledinjenim površinama koje se mogu obrađivati. Ako je riječno korito bilo toliko udubljeno da rijeka ne može poplaviti ostatak doline, nastale su riječne terase (sl. 2). U donjem riječnom toku pad je obično vrlo malen, pa se tamo talože svi materijali koje vodotok nosi. Zbog toga nastaju naplavljene doline. Na ušćima u more ili jezero nastaju vrlo razgranate delte (sl. 3); neke delte sve više prodiru u more (delta Mississippija prodire u more 40·100 m godišnje).



Sl. 3. Delta Nila, duljina ~200 km

Prirodna se erozija povećava gradnjom prokopa i nasipa, pa njihova izgradnja može i štetno djelovati. I uspori uzrokuju povećano produbljivanje korita nizvodno od brana. U gornjem toku Rajne, između Basela i Strassbourga, na potezima ispod upornih građevina, korito je produbljeno oko 5 metara već u razdoblju od 4 godine.

Pad se vodotoka smanjuje od izvora do ušća (sl. 4). U gornjem toku zbog većeg pada doline su duboko usječene, a voda vuče velike količine krupnijeg nanosa. U srednjem toku obično vlada ravnoteža između djelovanja tekuće vode i otpora materijala na dnu i pokosima. To se ravnotežno stanje može poremetiti gradnjom građevina. U donjem se toku pad toliko smanjuje da se veći dio nanosa taloži stvarajući naplavine.



Sl. 4. Uzdužni profil vodotoka

Jedna je od osnovnih svrha regulacije da se postigne usklađeno smanjenje pada uzduž vodotoka.

U gornjem dijelu vodotoka (pad veći od 1%) voda silovito otječe preko prirodnih zapreka u obliku nepravilno razbacanih stijena uz intenzivno miješanje vode i zraka. Na tom se dijelu vodotoka veće kamenje drobi i neotporni se blokovi krše, pa se korito formira u nanosu drobljenog kamenja i obluka. Taj se nanos prenosi kao nanos dna kotrljanjem i klizanjem, dok sitnija zrna mijenjaju svoj položaj, čas kao nanos dna, a čas kao polususpendiran ili suspendiran nanos. Na tom dijelu vodotoka udio nanosa u vodi može iznositi i 30%.

Obluče se postupno smanjuje, a vodotok prelazi u srednji tok s padom od 5‰ do 0,5‰. Sa smanjenjem veličine nanosa smanjuje se i uzdužni pad korita. Korito je relativno stabilno,