

Analizirat će se stabilnost ravnoteže tlačnog pojasa vertikalnih rešetaka okomito na ravninu rešetke.

Krutost unutrašnjih poprečnih poluokvira mosta pri simetričnoj (sl. 62a) odnosno antisimetričnoj (sl. 62b) deformaciji iznose:

$$C = \frac{1}{\frac{h^3}{3K_0} + \frac{h^2b}{2\bar{K}_0}}, \quad C = \frac{1}{\frac{h^3}{3K_0} + \frac{h^2b}{6\bar{K}_0}}. \quad (262)$$

Neka se krutost vanjskih poprečnih poluokvira označi sa κC , pri čemu je $\kappa \geq 1$, a često je tako veliko da je $\kappa = \infty$.

Maksimalna vrijednost uzdužne sile pojasa u polovici raspona usvaja se za referentnu vrijednost i označi sa N ; onda je uzdužna sila u polju j $v_j N$ (sl. 61b).

Mehanička je shema za određivanje kritične sile N_{kr} višepoljna greda fleksijske krutosti K , oslonjena na elastične ležaje krutosti C i κC te opterećena u čvorovima aksijalnim silama P_0, P_1, P_2, \dots (sl. 61c) kojima odgovaraju uzdužne sile N_j .

Diskretni model zadatka (sl. 61c) analizira se raščlambom sustava u dva podsustava.

Prvi je podsustav (sl. 61d) zglobna greda opisana krutostima C i κC elastičnih ležaja; eliminirana je, dakle, fleksijska krutost grede u ležajnim presjecima. Stupnjevi su slobode bočni pomaci v_0, v_1, \dots, v_m zglobova (sl. 61e). Zbog simetrije sustava i opterećenja promatra se polovica rešetke; u nacrtanom je primjeru $m = 6$ pa se za određivanje kritične vrijednosti $N_{kr,C}$ uzdužne sile N dobiva algebarska jednadžba šestog stupnja. Ako je $\kappa = \infty$, onda je $v_0 = 0$.

Drugi je podsustav (sl. 61f) štap fleksijske krutosti K ; eliminirane su, dakle, krutosti ležaja. Svaka od dviju polovica štapa ponaša se kao konzola (sl. 61g), pa je kritična vrijednost $N_{kr,K}$ uzdužne sile N određena jednadžbom (121).

Ukupna je kritična sila

$$N_{kr} = N_{kr,C} + N_{kr,K}. \quad (263)$$

Kontinuirani model. U praksi je broj polja obično velik, pa se tlačni pojas vertikalnih rešetaka može zamijeniti kontinuiranim modelom.

Elastični se ležaji krutosti C zamijene kontinuiranom elastičnom podlogom krutosti $C' = C/l$ po jedinici duljine grede. Ukupno opterećenje Q vertikalne rešetke smatra se jednoliko raspodijeljenim uzduž raspona L , pa je maksimalni gredni moment savijanja $QL/8$, a maksimalna uzdužna sila u tlačnom pojasu

$$N = \frac{QL}{8h}. \quad (264)$$

Uzduž raspona uzdužna se sila mijenja parabolično i jednaka je nuli na krajevima raspona (sl. 61b). Prema tome mehanička shema odgovara sl. 28f.

Kritična je vrijednost maksimalne uzdužne sile N :

$$N_{kr} = k \frac{K}{L^2} = \pi^2 \frac{K}{(\beta L)^2}. \quad (265)$$

Vrijednost se koeficijenta k očitava iz dijagrama na sl. 28g, a parametar je

$$\eta = \frac{\kappa CL^3}{2K}. \quad (266)$$

Ako je krutost C poprečnih poluokvira i s time krutost C' elastične podloge zanemariva, dobiva se $k = 81,72$ i $\beta = 0,695$.

Iz jednažbe (264) može se odrediti ukupno opterećenje Q rešetke. U stanju bifurkacije ravnoteže bit će

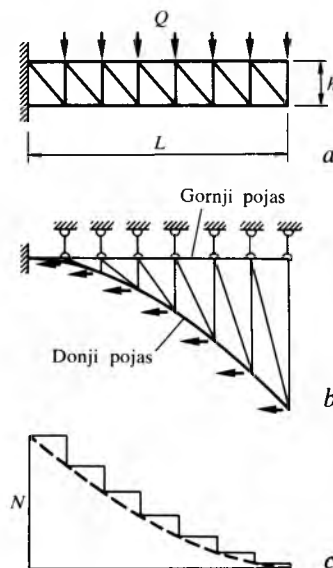
$$Q_{kr} = \frac{8h}{L} N_{kr} = k_Q \frac{Kh}{L^3}, \quad (267)$$

gdje je

$$k_Q = 8k = 8 \left(\frac{\pi}{\beta} \right)^2, \quad k_Q = 653,8 \quad (268)$$

koeficijent kritičnog ukupnog opterećenja rešetke.

Konzolna rešetka. Vertikalna konzolna rešetka nosi ukupno opterećenje Q (sl. 63a); čvorove gornjeg pojasa pridržava krovna konstrukcija okomito na ravninu rešetke, dok su čvorovi donjeg pojasa okomito na ravninu rešetke slobodni (sl. 63b). Treba utvrditi kritičnu vrijednost ukupnog opterećenja rešetke, tj. ukupno opterećenje pri kojemu se pojavljuje bifurkacija ravnoteže.



Sl. 63. Vertikalna konzolna rešetka (a), mehanička shema tlačnog pojasa za analizu izvijanja okomito na ravninu rešetke (b), dijagram uzdužne sile donjega tlačnog pojasa rešetke (c)

Ako je broj polja velik, veći npr. od 5, sustav se može dovoljno točno analizirati pomoću kontinuiranog modela.

Okomito na ravninu rešetke tlačni pojas jest konzola upeta na upetom kraju rešetke. Opterećenje se smatra jednoliko raspodijeljenim uzduž raspona L , pa je moment uklještenja rešetke $QL/2$, a maksimalna vrijednost uzdužne sile tlačnog donjeg pojasa

$$N = \frac{QL}{2h}. \quad (269)$$

Uzduž pojasa uzdužna se sila mijenja parabolično i jednaka je nuli na slobodnom kraju rešetke (sl. 63c).

Koeficijent β duljine izvijanja $L_i = \beta L$ tlačnog pojasa rešetke iznosi 0,783 (sl. 23). Iz jednažbe (269) određuje se ukupno opterećenje Q rešetke; u stanju bifurkacije ravnoteže bit će

$$Q_{kr} = \frac{2h}{L} N_{kr} = \frac{2h}{L} \cdot \frac{\pi^2 K}{(\beta L)^2} = k_Q \frac{Kh}{L^3}, \quad (270)$$

gdje je

$$k_Q = 2 \left(\frac{\pi}{\beta} \right)^2 = 32,2 \quad (271)$$

koeficijent kritičnog ukupnog opterećenja rešetke.

Usporedba rezultata za grednu i konzolnu rešetku pokazuje da je i s gledišta stabilnosti konzola mnogo nepovoljniji sustav od proste grede istog raspona i opterećenja.

BLOK

Blok na nedeformabilnoj podlozi. Blok, npr. zgrada vrlo krute nosive konstrukcije, oslonjen je na nedeformabilnu podlogu, npr. stijenu; težina bloka je G , a opterećen je silama W i Z te aktivnim E_a i pasivnim tlakom zemlje E_p (sl. 64). Treba utvrditi uvjete položajne stabilnosti bloka.

Blok može postati nestabilan a) njegovim odizanjem od podloge b) klizanjem po podlozi i c) prevrtanjem oko brida A. Koeficijent sigurnosti definiran je kao kvocijent stabilizirajućeg i destabilizirajućeg utjecaja.

Tako je koeficijent sigurnosti protiv odizanja bloka

$$\gamma_d = \frac{G}{Z}. \quad (272)$$

Klizanju bloka po podlozi suprotstavlja se sila trenja u kontaktnoj plohi. Ona je proporcionalna normalnoj sili u toj plohi i koeficijentu trenja μ :

$$T = \mu(g - Z). \quad (273)$$

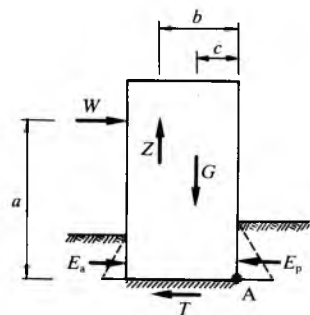
Koeficijent je sigurnosti protiv klizanja

$$\gamma_k = \frac{\mu(G - Z) + E_p - E_a}{W}, \quad (274)$$

a koeficijent sigurnosti protiv prevrtanja

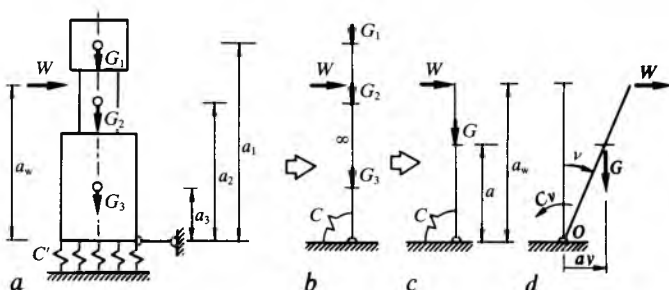
$$\gamma_p = \frac{Gc}{Wa + Zb}. \quad (275)$$

Pasivni tlak zemlje nije uzet u obzir, jer je za njegovo ostvarenje potreban vrlo velik pomak, neprihvatljiv s aspekta upotrebe bloka.



Sl. 64. Blok na nedeformabilnoj podlozi

Blok na deformabilnoj podlozi. Blok, npr. zgrada vrlo krute nosive konstrukcije, leži na deformabilnoj podlozi, npr. na tlu (sl. 65a). U promatranom primjeru blok se sastoji od tri dijela; njihove težine G_1, G_2 i G_3 djeluju u težištu odnosno dijela u udaljenostima a_1, a_2 i a_3 od stope bloka. Na blok djeluje i bočna sila W . Krutost C' podloge ili *Winklerov koeficijent* podloge definiran je kao sila na jedinicu površine podloge koja na tom mjestu uzrokuje jedinično slijeganje.



Sl. 65. Blok na deformabilnoj podlozi (a), mehanička shema (b), pojednostavnjena mehanička shema (c) i deformacija sustava (d).

Mehanička shema sustava prikazana je na sl. 65b. Krutost je pera

$$C = C' I_F. \quad (276)$$

gdje je I_F moment inercije kontaktne plohe bloka i podloge, odnosno temeljne stope u zgradarstvu. Mehanička se shema može pojednostavniti (sl. 65c) tako da se težine dijelova bloka zamijene njegovom ukupnom težinom $G = G_1 + G_2 + G_3$; koja djeluje na udaljenosti

$$a = \frac{\sum G_i a_i}{G} \quad (277)$$

od stope bloka.

Nehomogeni zadatak stabilnosti bloka rješava se metodom ravnoteže. Deformacija je jednoznačno opisana kutnim pomakom v (sl. 65d). Uvjet ravnoteže da je zbroj momenata svih sila s obzirom na petu bloka (točka O) jednak nuli glasi:

$$Wa_w + Gav - Cv = 0, \quad (278)$$

pa je kutni pomak

$$v = \frac{1}{1 - \frac{Ga}{C}} \cdot \frac{Wa_w}{C} = \alpha v^I, \quad (279)$$

gdje je v^I kutni pomak prema teoriji prvog reda, a α koeficijent povećanja pomaka v^I zbog djelovanja težine bloka. Moment je u stopi temelja

$$M = Wa_w + Gav = \frac{1}{1 - \frac{Ga}{C}} Wa_w = \alpha M^I, \quad (280)$$

gdje je M^I moment u stopi temelja prema teoriji prvog reda, a α već spomenuti koeficijent.

Kritična se težina bloka određuje iz uvjeta da je $\alpha = \infty$, tj. da je nazivnik prvog člana izraza (279) jednak nuli:

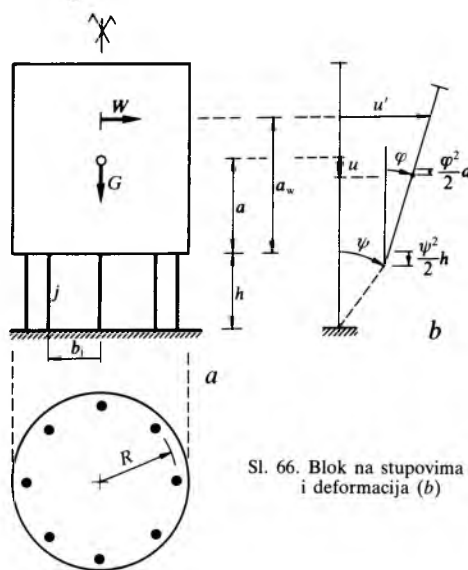
$$G_{kr} = \frac{C}{a}. \quad (281)$$

Blok je, dakle, stabilan dok je $Ga < C$.

Blok na stupovima. Blok težine G oslanja se na niz stupova i opterećen je bočnom silom W (sl. 66a).

Sustav ima dva stupnja slobode: zakret ψ tetiva stupova i zakret φ bloka (sl. 66b). Vertikalni pomak hvatišta sile G i bočni pomak hvatišta sile W iznose:

$$u = \frac{1}{2}(\psi^2 h + \varphi^2 a), \quad u' = \psi h + \varphi a_w. \quad (282)$$



Sl. 66. Blok na stupovima (a) i deformacija (b)

Fleksijska krutost i ekstenzijsko-fleksijska krutost niza stupova iznose:

$$K' = \frac{12E}{h} \sum I_j, \quad K'_e = \frac{E}{h} \sum A_j b_j^2, \quad (283)$$

gdje je I_j moment inercije, a A_j površina poprečnog presjeka stupa j . Sume se protežu na sve stupove. Ako su momenti inercije stupova neovisni o smjeru savijanja (npr. kružni i kvadratični presjeci), ako svi stupovi leže na kružnici i ako njihov broj nije manji od 3, ekstenzijsko-fleksijska je krutost

$$K'_e = \frac{EAR^2}{2h}, \quad (284)$$

gdje je A površina presjeka svih stupova, a R polumjer kružnice.

Deformacijska energija niza stupova i rad vanjskih sila iznose:

$$U_i = \frac{K'}{6}(3\psi^2 - 3\psi\varphi + \varphi^2) + \frac{K'_e}{2}\varphi^2, \quad (285)$$

$$W_a = (\psi h + \varphi a_w)W + \frac{1}{2}(\psi^2 h + \varphi^2 a)G.$$

Ukupni potencijal U sustava jednak je razlici $U_i - W_a$. Izraze li se U_i i W_a kao funkcije pomaka, onda uvjeti ravnoteže

$$\frac{\partial U}{\partial \psi} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0, \quad (286)$$

daju

$$\psi = \frac{[K' + 3(K'_c - Ga)]h + 1,5K'a_w}{(K' - Gh)(K' + 3K'_c - 3Ga) - 0,75K'^2} W, \quad (287)$$

$$\varphi = \frac{1,5K'h + 3(K' - Gh)a_w}{(K' - Gh)(K' + 3K'_c - 3Ga) - 0,75K'^2} W.$$

Ukupni moment savijanja stupova na njihovu donjem kraju, ukupni moment savijanja stupova na njihovu gornjem kraju i ukupna poprečna sila stupova iznose:

$$\sum_j M_{j,d} = \frac{K'}{6}(3\psi - \varphi), \quad \sum_j M_{j,g} = \frac{K'}{6}(3\psi - 2\varphi), \quad (288)$$

$$\sum_j T_j = \frac{K'}{2h}(2\psi - \varphi),$$

a raspoređuju se na pojedine stupove u omjeru njihovih momenata inercije, dakle podjednako ako svi stupovi imaju jednake presjeke. Uzdužna je sila stupa j :

$$N_j = \frac{A_j}{A} G + \frac{EA_j b_j}{h} \varphi. \quad (289)$$

Za kontrolu može poslužiti jednadžba

$$\sum_j M_{j,d} + \sum_j N_j b_j = W(h + a_w) + G(\psi h + \varphi a). \quad (290)$$

Iz uvjeta da je $\psi = \infty$ ili $\varphi = \infty$, i time uvjeta da je nazivnik izraza za ψ i φ u (287) jednak nuli, dobiva se kvadratna jednadžba

$$3haG_{kr}^2 - (K'h + 3K'a + 3K'_c h)G_{kr} + \left(\frac{K'}{2} + 6K'_c\right)\frac{K'}{2} = 0 \quad (291)$$

kojoj su rješenja kritične težine G_{kr} bloka. Mjerodavna je, dakako, najmanja vrijednost.

ZGRADE FLEKSIJSKOG TIPA

Prikazat će se analiza koaksijalnih višekatnih konstrukcija (konstrukcije kojima se osi krutosti i mase poklapaju) fleksijskog ili dominantno fleksijskog tipa pomoću modela s raspodijeljenom (uzduž visine konstrukcije) krutošću i masom.

Teorija prvog reda. Mjerodavni utjecaji jesu: *a*) bočno opterećenje od vjetrova ili potresa, *b*) gravitacijsko opterećenje, koje može biti ekscentrično, i *c*) nesavršenost izvedbe, tj. nagib svih vertikalnih nosivih elemenata za kut ψ prema vertikali. Obično se pretpostavlja da nagib iznosi $1/(100\sqrt{H})$, gdje je H visina zgrade u metrima. Ne računa se, međutim, s nagibom većim od $1/200$.

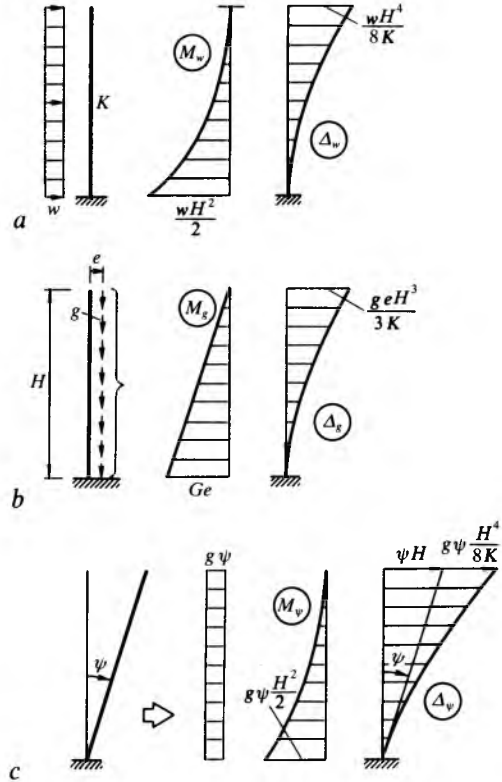
Momentni dijagrami i progibne linije zbog djelovanja spomenutih utjecaja prikazani su na sl. 67.

Teorija drugog reda i kritična težina zgrade. Prikazat će se rješenje ravninskog i torzijskog zadatka.

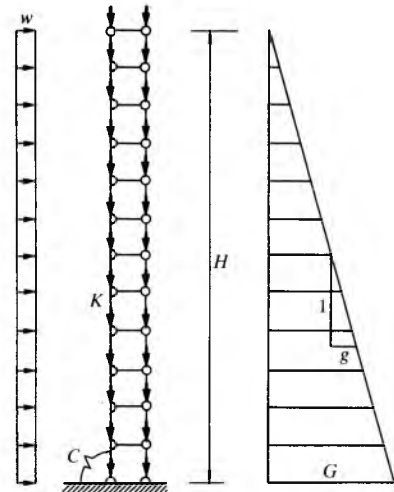
Ravninski zadatak. Mehanička shema (sl. 68) zgrade sastoji se od elastično upete konzole fleksijske krutosti K (zbroj fleksijskih krutosti svih zidova i stupova koji pridonosi bočnoj krutosti zgrade u promatranom smjeru) i pendel-stupa koji je pendel-prečkama priključen na konzolu. Gravitacijsko opterećenje po jedinici visine zgrade označeno je sa g , a ukupna težina sa G ; težina je podijeljena na konzolu i pendel-stup, ali se ključ te podjele ne pojavljuje u analizi stabilnosti sustava. Može se, dakle, primijeniti rješenje za elastično upetu konzolu, odnosno za konzolu ako je $C = \infty$.

Pri utvrđivanju fleksijske krutosti K armiranobetonske zgrade za modul elastičnosti E uvrštava se modul elastičnosti

betona E_b , obično 80% inicijalne vrijednosti, da bi se uzeo u obzir utjecaj puzanja betona. Utjecaj napuklina u betonu uzima se u obzir tako da se inicijalna fleksijska krutost reducira, npr. faktorom 0,575.



Sl. 67. Momentni dijagrami i progibne linije zgrade fleksijskog tipa zbog djelovanja jednoliko raspodijeljenog bočnog opterećenja (a), ekscentričnog gravitacijskog opterećenja (b) i nagiba zgrade (c)



Sl. 68. Mehanička shema višekatne zgrade fleksijskog tipa

Analizu stabilnosti treba provesti za oba glavna smjera tlocrta, tj. za obje glavne ravnine zgrade (xz i yz).

Ako se fleksijska krutost vertikalnih ukrutnih elemenata prema gore smanjuje tako da je na vrhu jednaka $(1 - \varphi)$ -strukoj vrijednosti krutosti na donjem kraju, mogu se primijeniti rješenja za sustav konstantne krutosti s tim da se računa s reduciranom krutošću $(1 - 0,3\varphi)K$ umjesto s krutošću K .

Primjer. Za zgradu prema sl. 69 treba izračunati moment uklještenja jezgre pri opterećenju u ravnini simetrije zgrade te progib vrha i kritičnu težinu zgrade. Visina je zgrade od stope temelja $H = 27$ m, fleksijska krutost jezgre