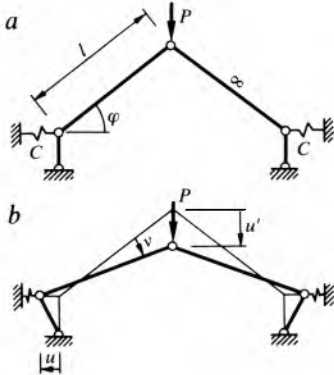


Trozglobni okvir od nedeformabilnih štapova s bočno elastičnim ležajima opterećen je u tjemenu zglobu silom P (sl. 52a). Treba odrediti kritičnu vrijednost sile P koja će spustiti tjemenu zglob ispod kote ležajnih zglobova, odnosno, prema terminologiji C. Petersena, koja će prouzročiti divergenciju ravnoteže.



Sl. 52. Trozglobni okvir (a) i deformacija pri divergenciji ravnoteže (b)

Energetska metoda. Deformacija sustava pri divergenciji ravnoteže određena je kutom ν zakreta štapova okvira (sl. 52b). Pripadni vertikalni pomak tjemenu zgloba u' i horizontalni pomak u ležajnih zglobova jesu:

$$u' = [\sin \varphi - \sin(\varphi - \nu)]l, \quad u = [\cos(\varphi - \nu) - \cos \varphi]l. \quad (231)$$

Potencijal se sustava sastoji od deformacijske energije pera i potencijala opterećenja:

$$U = Cu^2 - Pu' = [\cos(\varphi - \nu) - \cos \varphi]^2 l^2 C - [\sin \varphi - \sin(\varphi - \nu)]lP. \quad (232)$$

Kako su deformacije velike, nije moguće trigonometrijske funkcije razviti u red i zadovoljiti se malim brojem članova reda.

Uvjet ravnoteže $dU/(d\nu) = 0$ daje izraz za P u ovisnosti o kutu ν :

$$P = 2Cl[\cos(\varphi - \nu) - \cos \varphi] \tan(\varphi - \nu). \quad (233)$$

Najmanja vrijednost P_{kr} sile P određuje se iz uvjeta da je $dP/(d\nu) = 0$, tj.

$$\cos(\varphi - \nu_{kr}) = \sqrt[3]{\cos \varphi}. \quad (234)$$

Rješenje je jednadžbe (234)

$$\nu_{kr} = \varphi - \arccos[(\cos \varphi)^{1/3}]. \quad (235)$$

Ako se vrijednost za ν_{kr} uvrsti za ν u (233), dobiva se

$$P_{kr} = 2Cl[1 - (\cos \varphi)^{2/3}]^{3/2}. \quad (236)$$

Sustav je stabilan kad je $0 \leq P < P_{kr}$.

JEDNOSTAVNI OKVIRI OD DEFORMABILNIH ŠTAPOVA I LUKOVI

Portal s pendel-prečkom. Stupovi portala s pendel-prečkom opterećeni su aksijalnim silama P_1 i P_2 (sl. 53a).

Bezdimenzijski su parametri sustava

$$c = \frac{P_2 H_1}{P_1 H_2}, \quad c' = \frac{H_2}{H_1} \sqrt{\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{K_1}{K_2}}. \quad (237)$$

Referentni stup l mora se odabrati tako da bude $0 \leq c' \leq 1$. Progbne su linije stupova pri izvijanju sinusoidne ako se ordinate mjere od pravca djelovanja sile (sl. 53b). C. Petersen

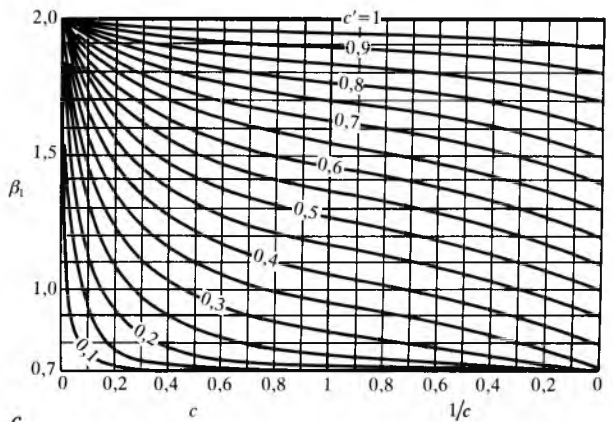
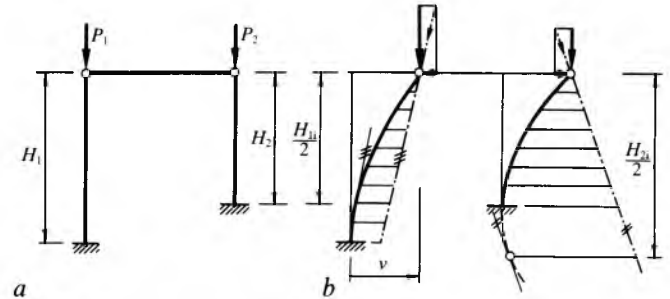
je konstruirao dijagram ovisnosti koeficijenta β_1 duljine izvijanja $H_{1i} = \beta_1 H_1$ stupa l o bezdimenzijskim parametrima c i c' (sl. 53c). Koeficijent β_2 duljine izvijanja $H_{2i} = \beta_2 H_2$ stupa l iznosi:

$$\beta_2 = \frac{\beta_1}{c'}. \quad (238)$$

Kritična je vrijednost ukupnog opterećenja portala

$$(P_1 + P_2)_{kr} = \pi^2 \left[\frac{K_1}{(\beta_1 H_1)^2} + \frac{K_2}{(\beta_2 H_2)^2} \right] = \pi^2 \left(1 + \frac{P_2}{P_1} \right) \frac{K_1}{(\beta_1 H_1)^2}. \quad (239)$$

Analize pokazuju da se kritična vrijednost $(P_1 + P_2)_{kr}$ vrlo malo mijenja s raspodjelom ukupnog opterećenja $P_1 + P_2$ na oba stupa.



Sl. 53. Portal s pendel-prečkom (a), deformacija pri izvijanju (b) i dijagram koeficijenta $\beta_1(c, c')$ duljine izvijanja stupa l (c)

Višepoljni okvir s pendel-prečkama opterećen je bočnom silom W , a njegovi stupovi aksijalnim tlačnim silama P_1, P_2, \dots, P_m (sl. 54a).

Najprije se rješava pripadni *homogeni zadatak* ($W = 0$). Moguća su dva načina gubitka ravnoteže: a) izvija se jedan ili više stupova kao Eulerov štap III (sl. 54b), tj. bez pomaka prečke, te b) izvija se cijeli sustav uz bočni pomak prečka (sl. 54c). Prema F. Stüssiju kritična vrijednost ukupnog opterećenja $P = \sum P_j$ onda iznosi:

$$P_{kr} = \pi^2 \frac{K}{(2H)^2}, \quad (240)$$

gdje je

$$K = \sum_j K_j \quad (241)$$

zbroj fleksijskih krutosti svih stupova, a momenti se inercije odnose na smjer progibanja.

Nehomogeni zadatak rješava se dovoljno točno primjenom koeficijenta povećanja

$$\alpha = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{kr}}}. \quad (242)$$

Bočni je pomak glava stupova i prečaka

$$v = \alpha v^I, \quad (243)$$

gdje je $v^I = WH^3/(3K)$ pomak bez utjecaja drugog reda.

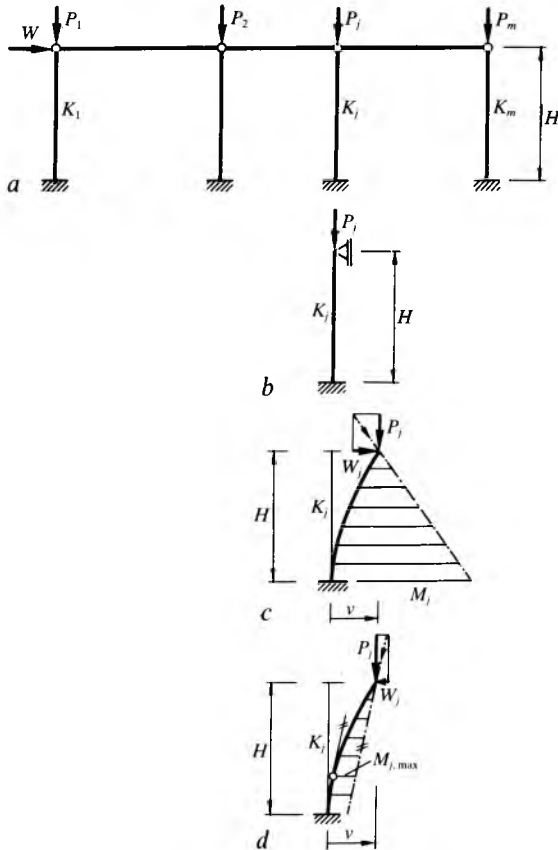
Raspodjela se bočne sile W na pojedine stupove utvrđuje na osnovi a) uvjeta ravnoteže da je suma sila W_j koje otpadaju na pojedine stupove jednaka ukupnoj sili W i b) uvjeta kompatibilnosti deformacije da su bočni pomaci v glava svih stupova jednaki. Dobiva se da je

$$W_j = 3 \frac{\tilde{K}_j}{H^3} v, \quad (244)$$

gdje je

$$\tilde{K}_j = \left(1 - \frac{4H^2}{\pi^2 K_j} P_j\right) K_j \quad (245)$$

bočna krutost drugog reda stupa j .



Sl. 54. Višepoljni okvir s pendel-prečkama (a), kritična sila stupa j ako se ne izviju svi stupovi (b), opterećenje i deformacija stupa j (c), maksimalni moment savijanja stupa j ako je sila W_j orijentirana suprotno od sile W (d)

Moment je ukliještenja stupa

$$M_j = W_j H + P_j v. \quad (246)$$

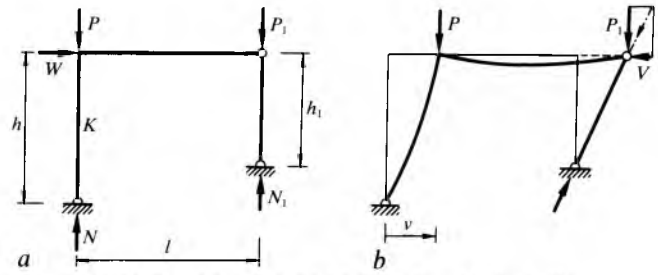
Može se dogoditi da bočna krutost drugog reda najnapregnutijeg ili nekoliko vrlo napregnutih stupova bude negativna. Onda je sila W_j orijentirana suprotno od sile W (sl. 54d), a maksimalni moment savijanja stupa ne djeluje na njegovu donjem kraju, nego u nekom višem presjeku.

Trozglobni okvir opterećen je bočnom silom W , a njegovi stupovi aksijalnim gravitacijskim silama P i P_1 (sl. 55a).

Parametri su sustava

$$c = \frac{h P_1}{h_1 P}, \quad c' = \frac{Kl}{3\bar{K}h}. \quad (247)$$

Prikladni homogeni zadatak ($W=0$, sl. 55b) rješava se Sattlerovom metodom. Pri deformaciji sustava desni se stup



Sl. 55. Trozglobni okvir (a) i deformacija pri izvijanju (b)

zarotira, ali se ne savija. Koeficijent je duljine izvijanja lijevog stupa

$$\beta = \pi \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{5}{4} + c\right) + (1+c)c'}. \quad (248)$$

Desni stup se ponaša kao Eulerov štap II, pa je za njega $\beta = 1,0$.

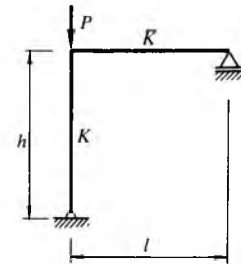
Poluokvir (sl. 56) analizira se na analogan način. Parametar je sustava

$$c = \frac{Kl}{\bar{K}h}, \quad (249)$$

a koeficijent duljine izvijanja stupa

$$\beta = 2\sqrt{1 + 0,70c}. \quad (250)$$

Sl. 56. Poluokvir



Bočno pridržani i slobodni portali. Bočno pridržani dvo-zglobni (sl. 57a) i bezglobni (sl. 57b) portal te slobodni dvo-zglobni (sl. 57c) i bezglobni (sl. 57d) portal opterećeni su dvjema jednakim vertikalnim silama.

Parametar je svih četiriju sustava

$$c = \frac{KL}{6\bar{K}H}. \quad (251)$$

Dijagrame koeficijenta β duljine izvijanja stupova kao funkcije parametra c konstruirao je R. Beyer. Krivulje na sl. 57e odnose se na bočno pridržani dvo-zglobni (krivulja a) i bezglobni okvir (krivulja b), krivulja na sl. 57f na slobodni dvo-zglobni, a krivulja na sl. 57g na slobodni bezglobni okvir.

Dvo-zglobni portal s priključenim pendel-stupovima (sl. 58a) opterećen je gravitacijskim silama.

Parametri su sustava

$$c = \frac{KL}{6\bar{K}H}, \quad c' = \frac{H}{2P} \sum_j \frac{P_j}{H_j}. \quad (252)$$

Numeričke vrijednosti koeficijenta β duljine izvijanja stupova portala u ovisnosti o parametrima c i c' mogu se očitati iz Beyerova dijagrama (sl. 58b). Dijagram vrijedi i za sustav od elastično upetoga konzolnog stupa s priključenim pendel-stupovima; onda je

$$c = \frac{K}{CH}. \quad (253)$$

Ako je konzolni stup potpuno upet ($C = \infty$), onda je $c = 0$.

Stupovi višepoljnih višekatnih okvira. Duljina izvijanja nekog stupa višepoljnog višekatnog okvira može se prema R. Furlongu procijeniti sljedećim postupkom.

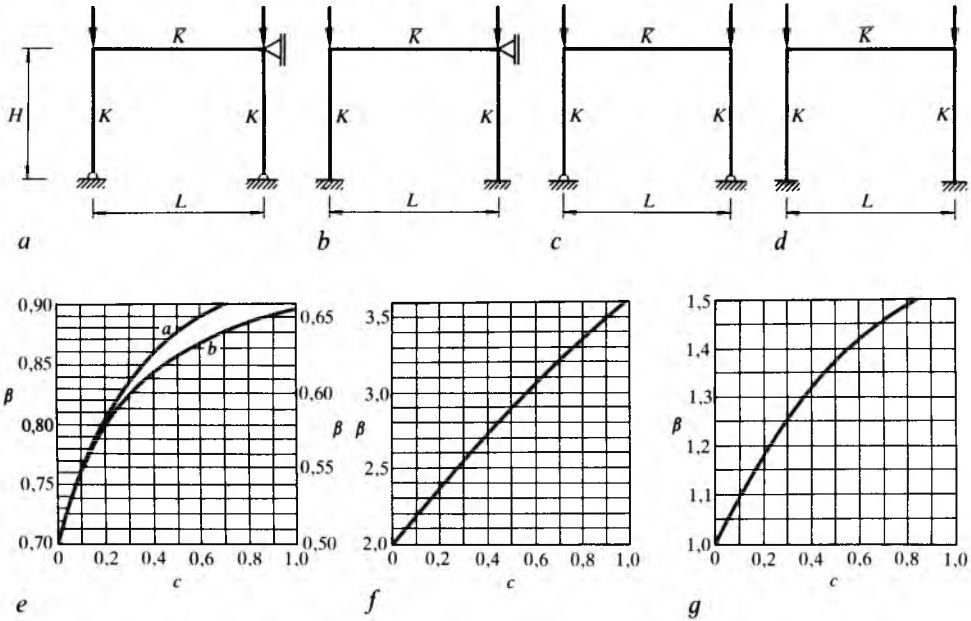
Odredi se stupanj uklještenja η_A stupa na njegovu gornjem kraju i stupanj uklještenja η_B stupa na njegovu donjem kraju. Označi li se sa K' fleksijska krutost štap (kvocijent fleksijske krutosti K presjeka štap i njegove duljine H), bit će stupnjevi uklještenja:

$$\eta_A = \frac{(\sum K')_{s,A}}{(\sum K')_{p,A}}, \quad \eta_B = \frac{(\sum K')_{s,B}}{(\sum K')_{p,B}} \quad (254)$$

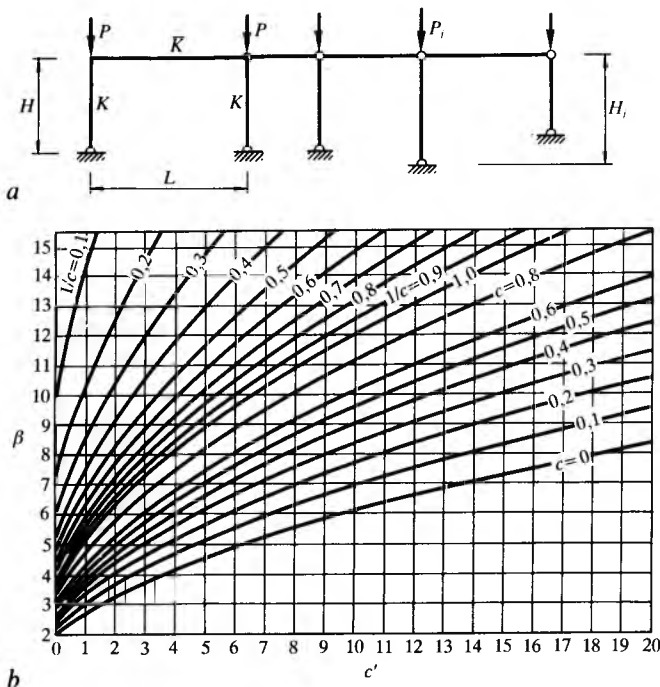
Sume se u brojnicima protežu na sve stupove osim promatranoga, a sume u nazivnicima na sve prečke priključene na

Na sl. 59a nalazi se nomogram za određivanje koeficijenta β duljine izvijanja stupa pomoću stupnjeva uklještenja kad su oba kraja stupa bočno pridržana, a na sl. 59b nomogram kad jedan od dva kraja stupa nije bočno pridržan. Nomogrami pokazuju da je za bočno pridržane stupove $\beta \leq 1$, a za bočno nepridržane $\beta \geq 1$.

Za bočno je pridržane stupove $\beta = 0,5$ ako je $\eta_A = \eta_B = 0$ (Eulerov štap IV), $\beta = 1$ ako je $\eta_A = \eta_B = \infty$ (Eulerov štap II) i $\beta = 0,7$ ako je $\eta_A = 0$, a $\eta_B = \infty$ (Eulerov štap III).



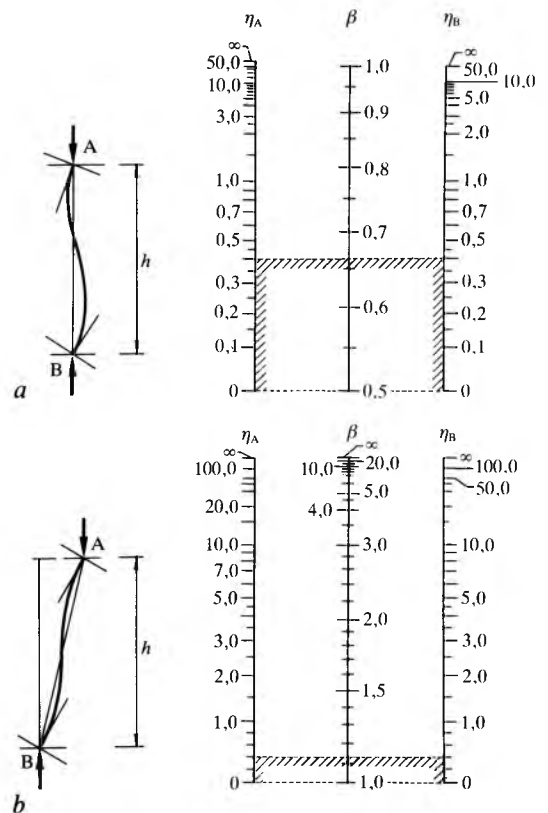
Sl. 57. Bočno pridržan dvozglojni (a) i bezglojni (b) te slobodan dvozglojni (c) i bezglojni okvir (d); $\beta(c)$ -dijagrami stupova bočno pridržana dvozglobnog i bezglobnog okvira (e) te stupova slobodna dvozglobnog (f) i bezglobnog okvira (g)



Sl. 58. Dvozglojni portal s priključenim pendel-stupovima (a) i $\beta(c)$ -dijagram stupova portala (b)

gornji (A) odnosno na donji kraj (B) promatranog stupa. Pri jakom je uklještenju stupa $\eta < 2$, a pri slabom $\eta \geq 2$.

Pri utvrđivanju krutosti K' za momente se inercije presjeka stupova uzima ~80%, a za momente inercije presjeka prečaka ~40% bruto momenta inercije betona.



Sl. 59. Nomogrami za određivanje koeficijenta β duljine izvijanja stupova bočno pridržanih (a) i bočno nepridržanih višepoljnih višekratnih okvira (b)

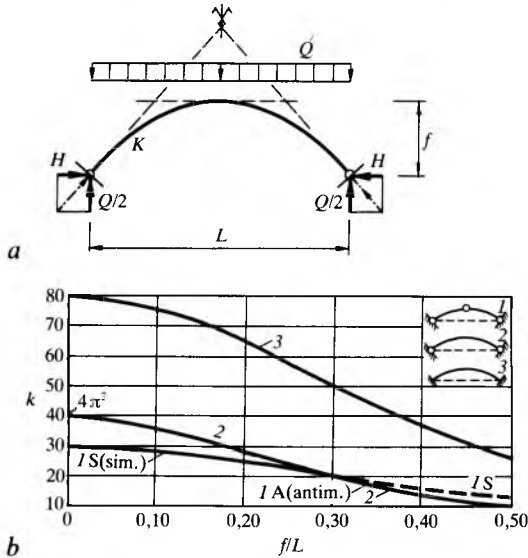
Plitki parabolični luk konstantne fleksijske krutosti K nosi jednoliko horizontalno raspodijeljeno ukupno opterećenje Q (sl. 60a). Iz statike je poznato da je horizontalni potisak luka

$$H = \frac{QL}{8f} \quad (255)$$

Kritična je vrijednost horizontalnog potiska

$$H_{kr} = k \frac{K}{L^2} \quad (256)$$

Koeficijent k kritičnog horizontalnog potiska ovisi o omjeru strelice i raspona (f/L) te o ležajnim uvjetima luka. Na sl. 60 b prikazani su dijagrami za koeficijent k u ovisnosti o omjeru f/L , i to za trozglobni, dvozglobni i bezglobni luk.



Sl. 60. Plitki parabolični luk (a) i dijagram za određivanje koeficijenta β duljine izvijanja βL (b). 1 trozglobni, 2 dvozglobni i 3 bezglobni luk; S simetrično i A antimetrično izvijanje

Iz (255) dobiva se

$$Q = \frac{8f}{L} H, \quad (257)$$

pa je u stanju bifurkacije ravnoteže

$$Q_{kr} = \frac{8f}{L} H_{kr} = k_Q \frac{K}{L^2}, \quad (258)$$

gdje je

$$k_Q = \frac{8f}{L} k \quad (259)$$

koeficijent kritičnog opterećenja luka. Numeričke vrijednosti koeficijenta k_Q za nekoliko vrijednosti f/L za trozglobni, dvozglobni i bezglobni luk navedene su, prema G. Kleinu, u tabl. 8. Vrlo plitki trozglobni lukovi izvijaju se simetrično, a ostali lukovi antimetrično.

Tablica 8

VRIJEDNOSTI KOEFICIJENTA k_Q U JEDNADŽBI (258) KRITIČNOG OPTEREĆENJA PLITKIH PARABOLIČNIH LUKOVA

f/L	Trozglobni luk	Dvozglobni luk	Bezglobni luk
0,1	22,5	28,5	60,7
0,2	39,6	45,4	101
0,3	46,5	46,5	115
0,4	43,9	43,9	111
0,5	38,4	38,4	97,4

Nakon što se proračunaju H_{kr} ili Q_{kr} , određuje se koeficijent povećanja:

$$\alpha = \frac{1}{1 - H/H_{kr}} = \frac{1}{1 - Q/Q_{kr}} \quad (260)$$

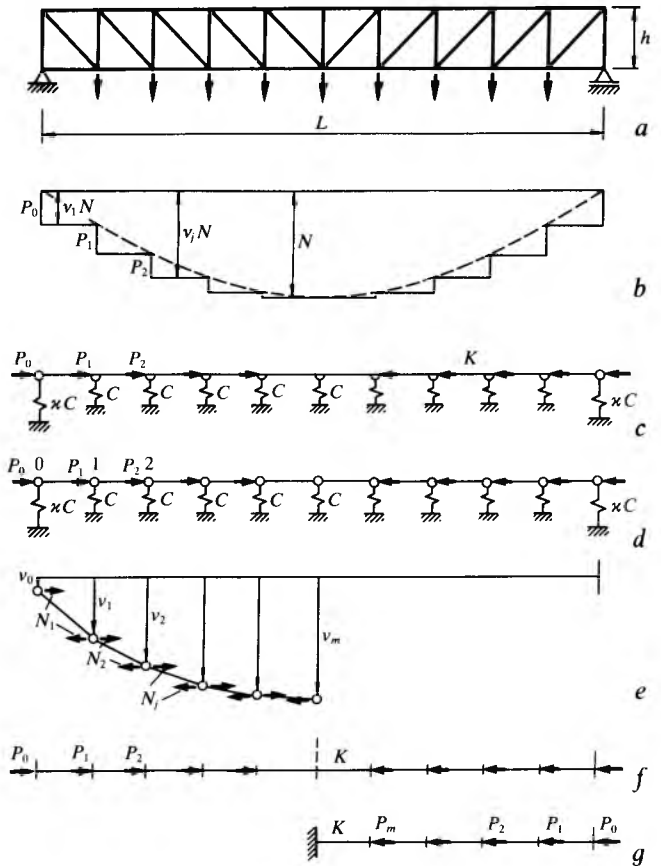
Ako se fleksijska krutost presjeka dvozglobnog luka povećava od tjemena prema krajevima luka prema zakonu $K = K_0/\cos \varphi$, gdje je K_0 krutost u tjemenu, a φ kut nagiba prema horizontali tangente luka u promatranom presjeku, tada je, neovisno o f/L , kritični horizontalni potisak luka

$$H_{kr} = \pi^2 \frac{K_0}{L^2} \quad (261)$$

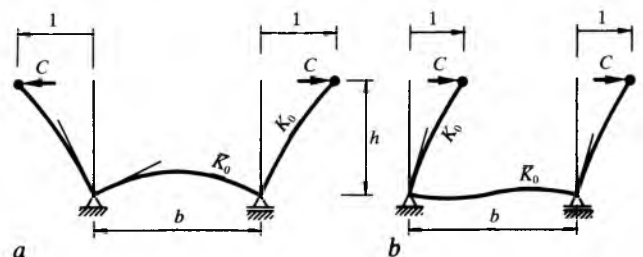
Navedena vrijednost odgovara simetričnom izvijanju; antimetričnom izvijanju odgovara četiri puta veća vrijednost.

TLAČNI POJAS REŠETKASTIH NOSAČA

Gredna rešetka. Gornji tlačni pojas vertikalne rešetke (sl. 61a) pridržan je u čvorovima u ravnini rešetke štapovima ispune, a okomito na ravninu rešetke poluokvirima (sl. 62) što ih čine stupci i prečke u ravnini donjih pojasa vertikalnih rešetaka. Dok je pridržanje čvorova gornjeg pojasa u ravnini rešetke praktički nepomično, njihovo je pridržanje okomito na ravninu rešetke elastično.



Sl. 61. Vertikalna rešetka otvorena grednog mosta (a), dijagram uzdužne sile njena gornjeg pojasa (b), mehanička shema gornjeg pojasa za izvijanje izvan ravnine rešetke (c), prvi podsustav (d) i pripadna deformacija (e), drugi podsustav (f) i polovica drugog podsustava (g)



Sl. 62. Poprečni poluokvir otvorena mosta i njegova simetrična (a) i antimetrična deformacija (b)