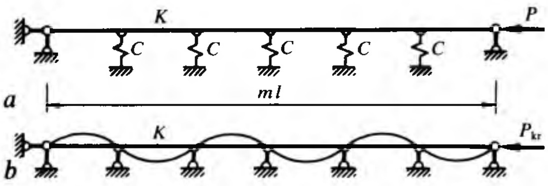


Sl. 45. m-poljna greda s elastičnim unutrašnjim ležajima, opterećena tlačnom silom (a) i progibna linija pri izvijanju (b)

Progibna se linija pri izvijanju sastoji od m polusinusoida (sl. 45b). U ležajnim su presjecima točke infleksije progibne linije, pa na tim mjestima ne utječe fleksijska krutost grede, tako da se konstrukcija ponaša kao zglobna greda.

KONZOLNI STUP S PRIKLJUČENIM PENDEL-STUPOVIMA

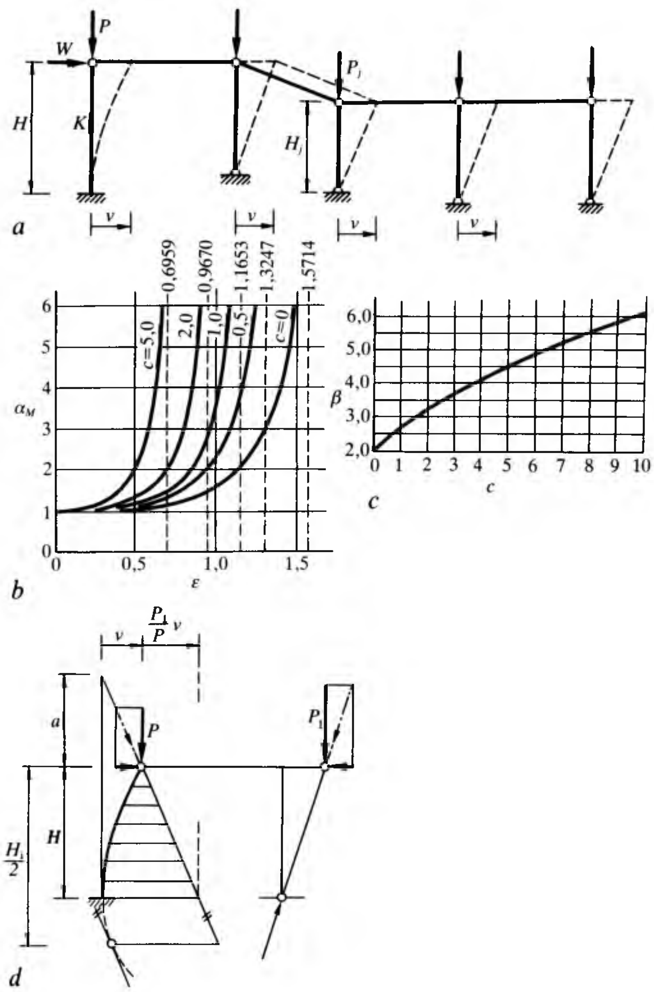
Potpuno upet konzolni stup visine H i fleksijske krutosti K opterećen je aksijalnom silom P i bočnom silom W te bočno pridržava niz aksijalno opterećenih pendel-stupova (sl. 46a). Bočni pomak v glava stupova jednoznačno definira deformaciju sustava.

Bezdimenzijski je parametar sustava

$$c = \frac{H}{P} \sum_j \frac{P_j}{H_j}, \tag{211}$$

gdje se suma proteže na sve pendel-stupove.

R. Rosman i C. Petersen razradili su *strogo rješenje* zadatka. Moment uklještenja M^1 konzolnog stupa bez utjecaja



Sl. 46. Potpuno upet konzolni stup, opterećen aksijalnom i bočnom silom, s priključenim pendel-stupovima (a), dijagram koeficijenta α_M povećanja momenta uklještenja konzolnog stupa (b), dijagram koeficijenta β njegove duljine izvijanja (c), deformacija sustava s jednim pendel-stupom (d)

deformacije i koeficijent α_M povećanja tog momenta zbog deformacije iznose

$$M^1 = WH, \qquad \alpha_M = 1 + \frac{(1+c)(\sin\varepsilon - \varepsilon\cos\varepsilon)}{\varepsilon\cos\varepsilon - c(\sin\varepsilon - \varepsilon\cos\varepsilon)}, \tag{212}$$

gdje je koeficijent labilnosti stupa definiran izrazom $H\sqrt{P/K}$. Ovisnost koeficijenta α_M o ε prikazana je na sl. 46b.

Rješenje homogenog zadatka daje jednadžbu bifurkacije ravnoteže:

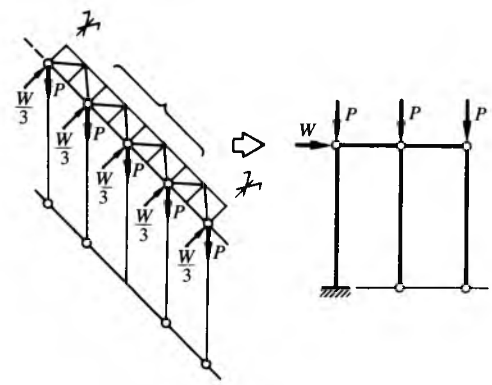
$$\frac{1+c}{c}\varepsilon_{kr} = \tan\varepsilon_{kr}, \tag{213}$$

gdje je ε_{kr} kritična vrijednost koeficijenta labilnosti jednaka $H\sqrt{P_{kr}/K}$. Na osnovi relacije $\beta = \pi/\varepsilon_{kr}$ konstruiran je dijagram koeficijenta β duljine izvijanja $H_i = \beta H$ stupa u ovisnosti o c (sl. 46c).

Deformacija sustava s jednim pendel-stupom vidi se na sl. 46d; pri tome je udaljenost

$$a = v\cot\left(\frac{P_1}{P}\cdot\frac{v}{H}\right) = \frac{P}{P_1}H. \tag{214}$$

Opisano rješenje primjenjivo je dakako i na prostorne sustave ako je konstrukcijskom dispozicijom izbjegnuta torzija (sl. 47).



Sl. 47. Prostorni sustav od jednog upetog i dvaju priključenih pendel-stupova

Sattlerovom metodom može se izvesti *približan izraz* za koeficijent kritične vrijednosti P_{kr} sile P (sl. 48a). Pendel-stup j (sl. 48b) bočno pridržava sila $V_j = (P_j/H_j)v$, pa se na konzolni stup preko prečaka prenosi sila (sl. 48c).

$$V = \sum V_j = v \sum_j \frac{P_j}{H_j}. \tag{215}$$

Na osnovi pripadnog momentnog dijagrama M (sl. 48d), kojemu je dio što se odnosi na silu P aproksimiran parabolom, i momentnog dijagrama $\overline{M}$ (sl. 48e) zbog djelovanja jedinične bezdimenzijske sile za određivanje progiba v, Mohrova formula daje

$$v = \frac{1}{K}\int_0^H M\overline{M}\,\mathrm{d}z = (1{,}25 + c)\,\frac{P_{kr} v H^2}{3K}, \tag{216}$$

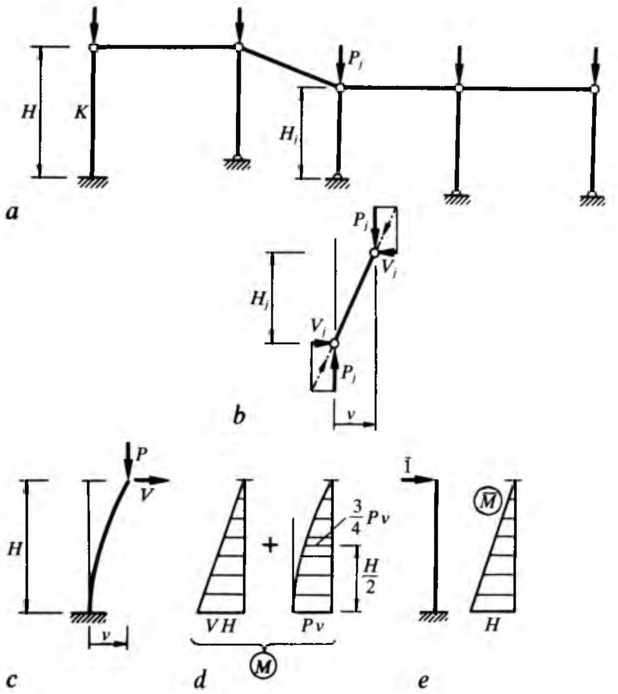
pa je

$$P_{kr} = \frac{3}{1{,}25 + c}\cdot\frac{K}{H^2} = k\frac{K}{H^2} = \pi^2\frac{K}{(\beta H)^2}, \tag{217}$$

gdje su koeficijent kritične sile k i koeficijent β duljine izvijanja konzolnog stupa:

$$k = \frac{3}{1{,}25 + c}, \qquad \beta = \pi\sqrt{\frac{1{,}25 + c}{3}}. \tag{218}$$

Analize, dakle, pokazuju da pendel-stupovi smanjuju koeficijent k i povećavaju koeficijent β, pa tako povećavaju opasnost od izvijanja. Ako nema pendel-stupova, bezdimenzijski je parametar $c = 0$.



Sl. 48. Potpuno upet konzolni stup opterećen aksijalnom silom, s priključenim pendel-stupovima (*a*), pendel-stup *j* i sile koje na njega djeluju (*b*), akcije na deformirani upeti stup (*c*) i pripadni momentni dijagram $M(d)$; upeti stup opterećen jediničnom bezdimenzijskom silom za utvrđivanje progiba v i pripadni momentni dijagram $\overline{M}(e)$

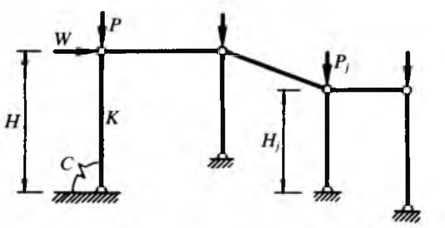
Elastično upet konzolni stup s priključenim pendel-stupovima opterećen je aksijalnom silom P i bočnom silom W (sl. 49).

Parametri su sustava c (211) i stupanj uklještenja

$$\eta = \frac{K}{CH}. \tag{219}$$

Za potpuno je uklještenje $\eta = 0$. Primjenom Sattlerove metode dobiva se

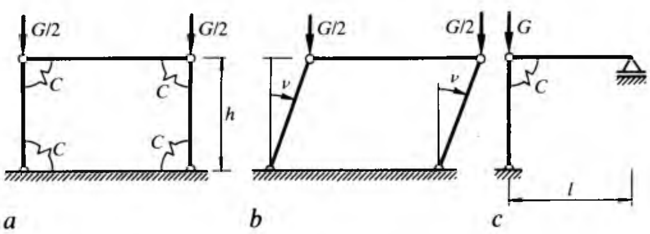
$$\beta = \pi\sqrt{\frac{1}{3}(1{,}25 + c) + (1 + c)\eta}\,. \tag{220}$$



Sl. 49. Elastično upet konzolni stup s priključenim pendel-stupovima

OKVIRI OD NEDEFORMABILNIH ŠTAPOVA I PERA

Portal i poluportal. Stupovi i prečka *portala* spojeni su međusobno i s podlogom elastičnim zglobovima krutosti C, a stupovi su opterećeni aksijalnim silama $G/2$ (sl. 50a).



Sl. 50. Portal od stupova i prečke s elastičnim zglobovima i gravitacijskim opterećenjem (*a*), deformacija pri izvijanju (*b*); poluportal od stupa i prečke s elastičnim zglobom i gravitacijskim opterećenjem (*c*)

Deformacija je sustava pri izvijanju određena kutnim pomakom v stupova (sl. 50b).

Energetska metoda. Potencijal sustava sastoji se od deformacijske energije pera i rada sila $G/2$:

$$U = \left(2C - \frac{1}{2}Gh\right)v^2. \tag{221}$$

Uvjet ravnoteže glasi:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}v} = (4C - G_{kr}h)v = 0, \tag{222}$$

pa je kritična vrijednost opterećenja G pri kojoj nastaje bifurkacija ravnoteže:

$$G_{kr} = \frac{4C}{h}. \tag{223}$$

Metoda za katne sustave. Poprečna sila portala koja odgovara jediničnom bočnom pomaku prečke, dakle bočna krutost portala iznosi:

$$S^\circ = \frac{4C}{h^2}, \tag{224}$$

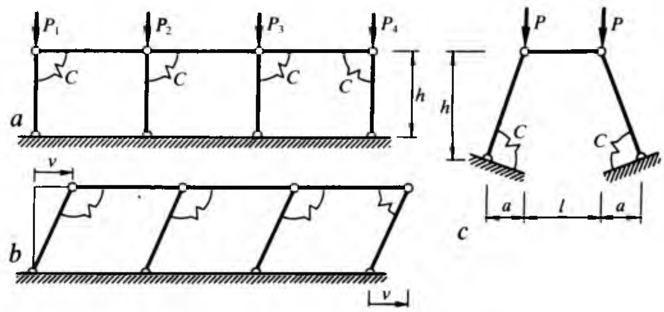
pa je kritično opterećenje:

$$G_{kr} = hS^\circ = \frac{4C}{h}. \tag{225}$$

Analogno je za poluportal (sl. 50c)

$$G_{kr} = \frac{C}{h}. \tag{226}$$

Tropoljni okvir od nedeformabilnih štapova spojenih elastičnim zglobovima opterećen je gravitacijskim silama $P_1 \cdots P_4$ (sl. 51a). Treba odrediti kritičnu vrijednost ukupnog opterećenja ΣP okvira.



Sl. 51. Tropoljni okvir (*a*) i deformacija pri izvijanju (*b*); trapezni okvir (*c*)

Pri izvijanju nastaje bočni pomak v prečke (sl. 51b). Sila W na mjestu i u smjeru pomaka v određuje se prema prvom Castiglianovu poučku statike (v. *Statika građevnih konstrukcija*):

$$U_i = 2C\left(\frac{v}{h}\right)^2, \tag{227a}$$

$$W = \frac{\mathrm{d}U_i}{\mathrm{d}v} = \frac{4C}{h^2}v, \tag{227b}$$

pa je bočna krutost okvira:

$$S^\circ = \frac{4C}{h^2}, \tag{228}$$

a kritično opterećenje

$$(\Sigma P)_{kr} = hS^\circ = \frac{4C}{h}. \tag{229}$$

Trapezni okvir. Kritična je vrijednost čvornih sila P trapeznog okvira (sl. 51c) prema N. Bezuhovu:

$$P_{kr} = \frac{hl}{(a^2 + h^2)l + 2a^3}C, \tag{230}$$

gdje su a, h i l veličine označene na sl. 51c.