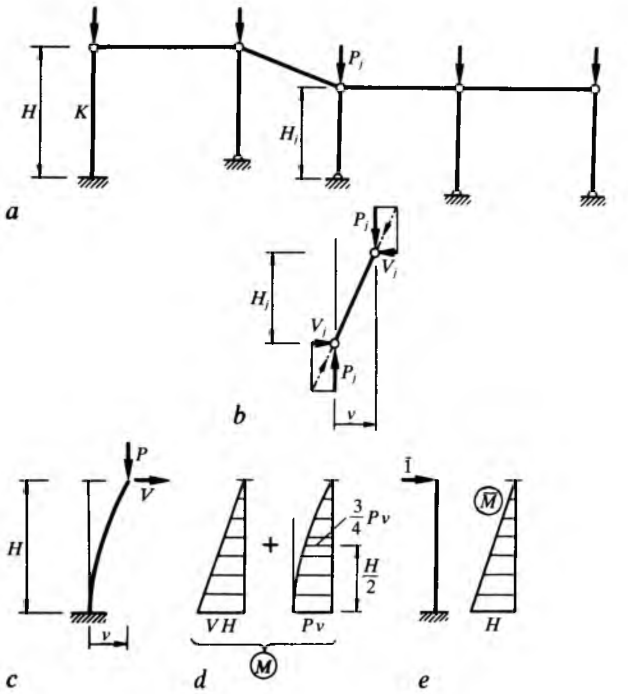


Sl. 48. Potpuno upet konzolni stup opterećen aksijalnom silom, s priključenim pendel-stupovima (a), pendel-stup j i sile koje na njega djeluju (b), akcije na deformirani upeti stup (c) i pripadni momentni dijagram $M(d)$; upeti stup opterećen jediničnom bezdimenzijskom silom za utvrđivanje progiba v i pripadni momentni dijagram $\overline{M}(e)$

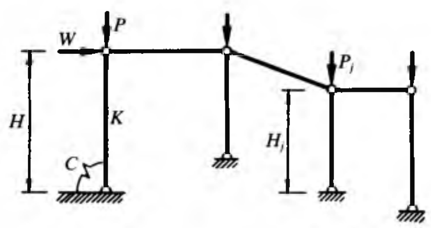
Elastično upet konzolni stup s priključenim pendel-stupovima opterećen je aksijalnom silom P i bočnom silom W (sl. 49).

Parametri su sustava c (211) i stupanj uklještenja

$$\eta = \frac{K}{CH}. \tag{219}$$

Za potpuno je uklještenje $\eta = 0$. Primjenom Sattlerove metode dobiva se

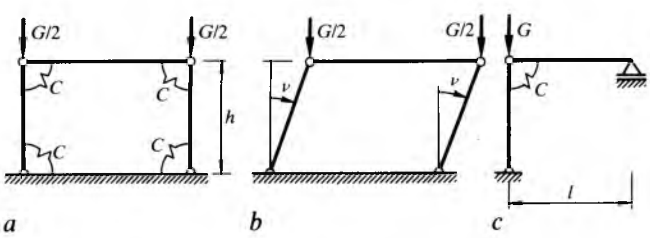
$$\beta = \pi\sqrt{\frac{1}{3}(1{,}25 + c) + (1 + c)\eta}\ . \tag{220}$$



Sl. 49. Elastično upet konzolni stup s priključenim pendel-stupovima

OKVIRI OD NEDEFORMABILNIH ŠTAPOVA I PERA

Portal i poluportal. Stupovi i prečka *portala* spojeni su međusobno i s podlogom elastičnim zglobovima krutosti C, a stupovi su opterećeni aksijalnim silama $G/2$ (sl. 50a).



Sl. 50. Portal od stupova i prečke s elastičnim zglobovima i gravitacijskim opterećenjem (a), deformacija pri izvijanju (b); poluportal od stupa i prečke s elastičnim zglobom i gravitacijskim opterećenjem (c)

Deformacija je sustava pri izvijanju određena kutnim pomakom v stupova (sl. 50b).

Energetska metoda. Potencijal sustava sastoji se od deformacijske energije pera i rada sila $G/2$:

$$U = \left(2C - \frac{1}{2}Gh\right)v^2. \tag{221}$$

Uvjet ravnoteže glasi:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}v} = (4C - G_{kr}h)v = 0, \tag{222}$$

pa je kritična vrijednost opterećenja G pri kojoj nastaje bifurkacija ravnoteže:

$$G_{kr} = \frac{4C}{h}. \tag{223}$$

Metoda za katne sustave. Poprečna sila portala koja odgovara jediničnom bočnom pomaku prečke, dakle bočna krutost portala iznosi:

$$S^\circ = \frac{4C}{h^2}, \tag{224}$$

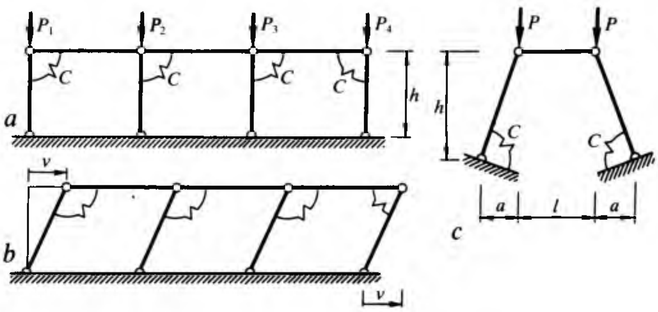
pa je kritično opterećenje:

$$G_{kr} = hS^\circ = \frac{4C}{h}. \tag{225}$$

Analogno je za poluportal (sl. 50c)

$$G_{kr} = \frac{C}{h}. \tag{226}$$

Tropoljni okvir od nedeformabilnih štapova spojenih elastičnim zglobovima opterećen je gravitacijskim silama $P_1 \cdots P_4$ (sl. 51a). Treba odrediti kritičnu vrijednost ukupnog opterećenja ΣP okvira.



Sl. 51. Tropoljni okvir (a) i deformacija pri izvijanju (b); trapezni okvir (c)

Pri izvijanju nastaje bočni pomak v prečke (sl. 51b). Sila W na mjestu i u smjeru pomaka v određuje se prema prvom Castiglianovu poučku statike (v. *Statika građevnih konstrukcija*):

$$U_i = 2C\left(\frac{v}{h}\right)^2, \tag{227a}$$

$$W = \frac{\mathrm{d}U_i}{\mathrm{d}v} = \frac{4C}{h^2}v, \tag{227b}$$

pa je bočna krutost okvira:

$$S^\circ = \frac{4C}{h^2}, \tag{228}$$

a kritično opterećenje

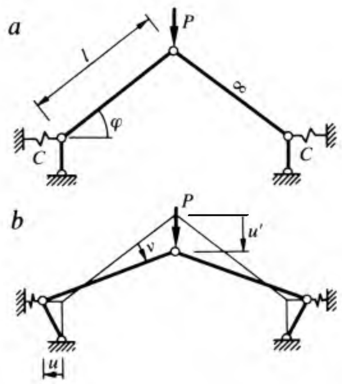
$$(\Sigma P)_{kr} = hS^\circ = \frac{4C}{h}. \tag{229}$$

Trapezni okvir. Kritična je vrijednost čvornih sila P trapeznog okvira (sl. 51c) prema N. Bezuhovu:

$$P_{kr} = \frac{hl}{(a^2 + h^2)l + 2a^3}C, \tag{230}$$

gdje su a, h i l veličine označene na sl. 51c.

Trozglobni okvir od nedeformabilnih štapova s bočno elastičnim ležajima opterećen je u tjemenom zglobu silom P (sl. 52a). Treba odrediti kritičnu vrijednost sile P koja će spustiti tjemeni zglob ispod kote ležajnih zglobova, odnosno, prema terminologiji C. Petersena, koja će prouzročiti divergenciju ravnoteže.



Sl. 52. Trozglobni okvir (a) i deformacija pri divergenciji ravnoteže (b)

Energetska metoda. Deformacija sustava pri divergenciji ravnoteže određena je kutom v zakreta štapova okvira (sl. 52b). Pripadni vertikalni pomak tjemenog zgloba u' i horizontalni pomak u ležajnih zglobova jesu:

$$u' = [\sin\varphi - \sin(\varphi - v)]l, \qquad u = [\cos(\varphi - v) - \cos\varphi]l. \quad (231)$$

Potencijal se sustava sastoji od deformacijske energije pera i potencijala opterećenja:

$$U = Cu^2 - Pu' = \\ = [\cos(\varphi - v) - \cos\varphi]^2 l^2 C - [\sin\varphi - \sin(\varphi - v)]lP. \quad (232)$$

Kako su deformacije velike, nije moguće trigonometrijske funkcije razviti u red i zadovoljiti se malim brojem članova reda.

Uvjet ravnoteže $\mathrm{d}U/(\mathrm{d}v) = 0$ daje izraz za P u ovisnosti o kutu v:

$$P = 2Cl[\cos(\varphi - v) - \cos\varphi]\tan(\varphi - v). \quad (233)$$

Najmanja vrijednost P_{kr} sile P određuje se iz uvjeta da je $\mathrm{d}P/(\mathrm{d}v) = 0$, tj.

$$\cos(\varphi - v_{kr}) = \sqrt[3]{\cos\varphi}. \quad (234)$$

Rješenje je jednadžbe (234)

$$v_{kr} = \varphi - \arccos[(\cos\varphi)^{1/3}]. \quad (235)$$

Ako se vrijednost za v_{kr} uvrsti za v u (233), dobiva se

$$P_{kr} = 2Cl[1 - (\cos\varphi)^{2/3}]^{3/2}. \quad (236)$$

Sustav je stabilan kad je $0 \leqq P < P_{kr}$.

JEDNOSTAVNI OKVIRI OD DEFORMABILNIH ŠTAPOVA I LUKOVI

Portal s pendel-prečkom. Stupovi portala s pendel-prečkom opterećeni su aksijalnim silama P_1 i P_2 (sl. 53a).

Bezdimenzijski su parametri sustava

$$c = \frac{P_2 H_1}{P_1 H_2}, \qquad c' = \frac{H_2}{H_1}\sqrt{\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{K_1}{K_2}}. \quad (237)$$

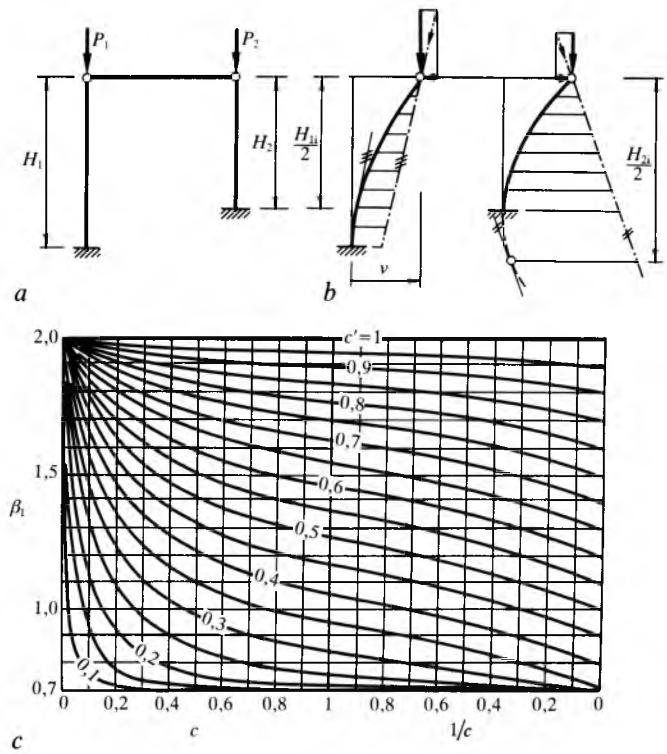
Referentni stup 1 mora se odabrati tako da bude $0 \leqq c' \leqq 1$. Progibne su linije stupova pri izvijanju sinusoide ako se ordinate mjere od pravca djelovanja sile (sl. 53b). C. Petersen je konstruirao dijagram ovisnosti koeficijenta β_1 duljine izvijanja $H_{1i} = \beta_1 H_1$ stupa 1 o bezdimenzijskim parametrima c i c' (sl. 53c). Koeficijent β_2 duljine izvijanja $H_{2i} = \beta_2 H_2$ stupa 2 iznosi:

$$\beta_2 = \frac{\beta_1}{c'}. \quad (238)$$

Kritična je vrijednost ukupnog opterećenja portala

$$(P_1 + P_2)_{kr} = \pi^2\left[\frac{K_1}{(\beta_1 H_1)^2} + \frac{K_2}{(\beta_2 H_2)^2}\right] = \pi^2\left(1 + \frac{P_2}{P_1}\right)\frac{K_1}{(\beta_1 H_1)^2}. \quad (239)$$

Analize pokazuju da se kritična vrijednost $(P_1 + P_2)_{kr}$ vrlo malo mijenja s raspodjelom ukupnog opterećenja $P_1 + P_2$ na oba stupa.



Sl. 53. Portal s pendel-prečkom (a), deformacija pri izvijanju (b) i dijagram koeficijenta $\beta_1(c,c')$ duljine izvijanja stupa 1 (c)

Višepoljni okvir s pendel-prečkama opterećen je bočnom silom W, a njegovi stupovi aksijalnim tlačnim silama $P_1, P_2, \ldots, P_m$ (sl. 54a).

Najprije se rješava pripadni *homogeni zadatak* ($W = 0$). Moguća su dva načina gubitka ravnoteže: a) izvija se jedan ili više stupova kao Eulerov štap III (sl. 54b), tj. bez pomaka prečke, te b) izvija se cijeli sustav uz bočni pomak prečaka (sl. 54c). Prema F. Stüssiju kritična vrijednost ukupnog opterećenja $P = \sum_j P_j$ onda iznosi:

$$P_{kr} = \pi^2 \frac{K}{(2H)^2}, \quad (240)$$

gdje je

$$K = \sum_j K_j \quad (241)$$

zbroj fleksijskih krutosti svih stupova, a momenti se inercije odnose na smjer progibanja.

Nehomogeni zadatak rješava se dovoljno točno primjenom koeficijenta povećanja

$$\alpha = \frac{1}{1 - \dfrac{P}{P_{kr}}}. \quad (242)$$