Ukupni potencijal U sustava jednak je razlici $U_i - W_a$. Izraze li se U_i i W_a kao funkcije pomaka, onda uvjeti ravnoteže

$$\frac{\partial U}{\partial \psi} = 0, \qquad \frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0, \tag{286}$$

daju

$$\psi = \frac{[K' + 3(K'_e - Ga)]h + 1{,}5K'a_W}{(K' - Gh)(K' + 3K'_e - 3Ga) - 0{,}75K'^2} W,$$

$$\varphi = \frac{1{,}5K'h + 3(K' - Gh)a_W}{(K' - Gh)(K' + 3K'_e - 3Ga) - 0{,}75K'^2} W. \tag{287}$$

Ukupni moment savijanja stupova na njihovu donjem kraju, ukupni moment savijanja stupova na njihovu gornjem kraju i ukupna poprečna sila stupova iznose:

$$\sum_j M_{j,d} = \frac{K'}{6}(3\psi - \varphi), \qquad \sum_j M_{j,g} = \frac{K'}{6}(3\psi - 2\varphi),$$

$$\sum_j T_j = \frac{K'}{2h}(2\psi - \varphi), \tag{288}$$

a raspoređuju se na pojedine stupove u omjeru njihovih momenata inercije, dakle podjednako ako svi stupovi imaju jednake presjeke. Uzdužna je sila stupa j:

$$N_j = \frac{A_j}{A} G + \frac{EA_j b_j}{h} \varphi. \tag{289}$$

Za kontrolu može poslužiti jednadžba

$$\sum_j M_{j,d} + \sum_j N_j b_j = W(h + a_W) + G(\psi h + \varphi a). \tag{290}$$

Iz uvjeta da je $\psi = \infty$ ili $\varphi = \infty$, i time uvjeta da je nazivnik izraza za ψ i φ u (287) jednak nuli, dobiva se kvadratna jednadžba

$$3haG_{kr}^2 - (K'h + 3K'a + 3K'_e h)G_{kr} + \left(\frac{K'}{2} + 6K'_e\right)\frac{K'}{2} = 0 \tag{291}$$

kojoj su rješenja kritične težine G_{kr} bloka. Mjerodavna je, dakako, najmanja vrijednost.

ZGRADE FLEKSIJSKOG TIPA

Prikazat će se analiza koaksijalnih višekatnih konstrukcija (konstrukcije kojima se osi krutosti i mase poklapaju) fleksijskog ili dominantno fleksijskog tipa pomoću modela s raspodijeljenom (uzduž visine konstrukcije) krutošću i masom.

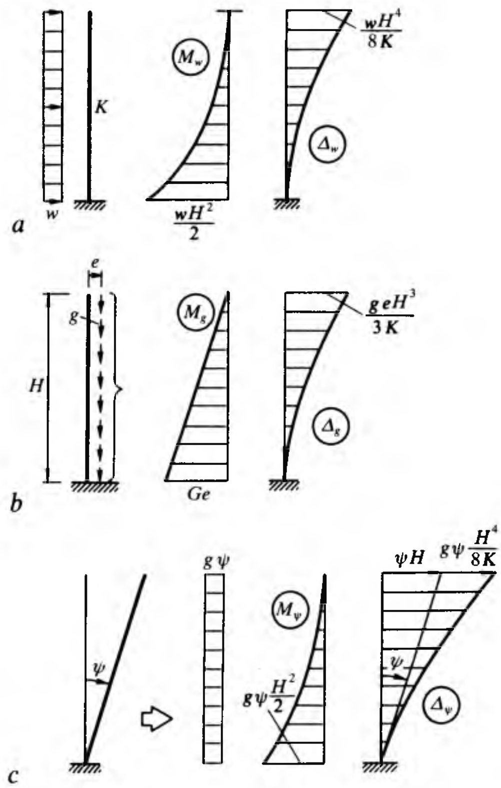
Teorija prvog reda. Mjerodavni utjecaji jesu: *a*) bočno opterećenje od vjetra ili potresa, *b*) gravitacijsko opterećenje, koje može biti ekscentrično, i *c*) nesavršenost izvedbe, tj. nagib svih vertikalnih nosivih elemenata za kut ψ prema vertikali. Obično se pretpostavlja da nagib iznosi $1/(100\sqrt{H})$, gdje je H visina zgrade u metrima. Ne računa se, međutim, s nagibom većim od 1/200.

Momentni dijagrami i progibne linije zbog djelovanja spomenutih utjecaja prikazani su na sl. 67.

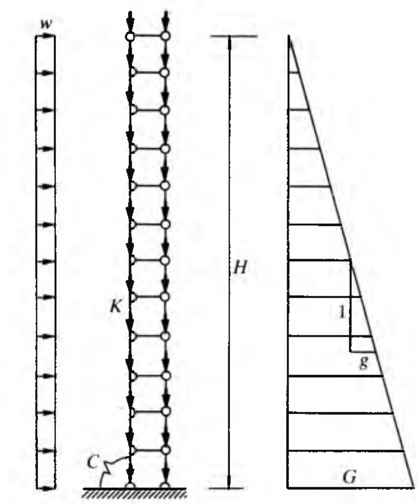
Teorija drugog reda i kritična težina zgrade. Prikazat će se rješenje ravninskog i torzijskog zadatka.

Ravninski zadatak. Mehanička shema (sl. 68) zgrade sastoji se od elastično upete konzole fleksijske krutosti K (zbroj fleksijskih krutosti svih zidova i stupova koji pridonosi bočnoj krutosti zgrade u promatranom smjeru) i pendel-stupa koji je pendel-prečkama priključen na konzolu. Gravitacijsko opterećenje po jedinici visine zgrade označeno je sa g, a ukupna težina sa G; težina je podijeljena na konzolu i pendel-stup, ali se ključ te podjele ne pojavljuje u analizi stabilnosti sustava. Može se, dakle, primijeniti rješenje za elastično upetu konzolu, odnosno za konzolu ako je $C = \infty$.

Pri utvrđivanju fleksijske krutosti K armiranobetonske zgrade za modul elastičnosti E uvrštava se modul elastičnosti betona E_b, obično 80% inicijalne vrijednosti, da bi se uzeo u obzir utjecaj puzanja betona. Utjecaj napuklina u betonu uzima se u obzir tako da se inicijalna fleksijska krutost reducira, npr. faktorom 0,575.



Sl. 67. Momentni dijagrami i progibne linije zgrade fleksijskog tipa zbog djelovanja jednoliko raspodijeljenog bočnog opterećenja (*a*), ekscentričnog gravitacijskog opterećenja (*b*) i nagiba zgrade (*c*)



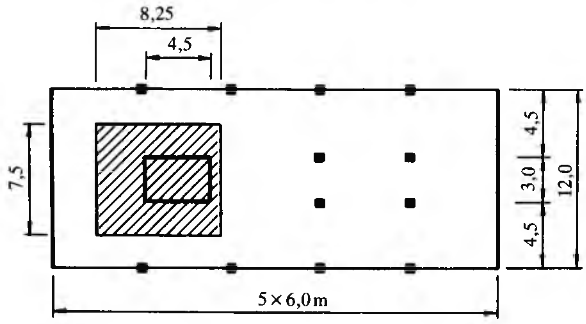
Sl. 68. Mehanička shema višekatne zgrade fleksijskog tipa

Analizu stabilnosti treba provesti za oba glavna smjera tlocrta, tj. za obje glavne ravnine zgrade (xz i yz).

Ako se fleksijska krutost vertikalnih ukrutnih elemenata prema gore smanjuje tako da je na vrhu jednaka $(1-\varphi)$-strukoj vrijednosti krutosti na donjem kraju, mogu se primijeniti rješenja za sustav konstantne krutosti s tim da se računa s reduciranom krutošću $(1 - 0{,}3\varphi)K$ umjesto s krutošću K.

Primjer. Za zgradu prema sl. 69 treba izračunati moment uklještenja jezgre pri opterećenju u ravnini simetrije zgrade te progib vrha i kritičnu težinu zgrade. Visina je zgrade od stope temelja $H = 27$ m, fleksijska krutost jezgre

$K=330\,\text{GNm}^2$, krutost podloge jezgre $C=16{,}7\,\text{GNm}$, bočno opterećenje (vjetar) $w=12$ kN/m visine zgrade, a ukupno gravitacijsko opterećenje (težina) zgrade $G=39$ MN (od toga na jezgru otpada 17,15%).



Sl. 69. Tlocrt zgrade uz primjer ravninskog zadatka

Primijenit će se postupak koji vrijedi za elastično upetu konzolu. Koeficijent je labilnosti $\varepsilon=0{,}196$, a stupanj uklještenja $\eta=0{,}732$. Moment uklještenja jezgre i progib vrha prema teoriji prvog reda jesu:

$$M^1=\frac{wH^2}{2}=4{,}374\ \text{MNm},\qquad \Delta^1=(1+4\eta)\frac{wH^4}{8K}=9{,}45\ \text{mm}.$$

Koeficijent je povećanja momenta uklještenja jezgre zbog utjecaja drugog reda $\alpha_M=1{,}205$, moment uklještenja jezgre $M=5{,}271$ MNm, koeficijent kritične težine $k=2{,}117$, kritična težina zgrade $G_{kr}=958{,}4$ MN, koeficijent povećanja progiba $\alpha=1{,}042$, a progib vrha zgrade $\Delta=9{,}89$ mm.

Analiza je pokazala da zato što je jezgra vrlo kruta, deformaciji pridonosi pretežno zakret podloge temelja jezgre. Ako bi se jezgra smatrala nedeformabilnom, bilo bi $G_{kr}=2\,C/H=1235$ MN.

Torzijski zadatak. R. Rosman je pokazao da za torzijsko izvijanje zgrade oko njene osi krutosti z vrijede rezultati izvedeni za ravninsko izvijanje ako se fleksijska krutost K zamijeni deplanacijsko-torzijskom krutošću K_z ukupnog sustava s obzirom na os z, a kritična težina G_{kr} zgrade momentom inercije ΘG_{kr} kritične težine zgrade s obzirom na os z. Kritična težina zgrade pri kojoj se pojavljuje torzijsko izvijanje jest

$$G_{kr,z}=7{,}837\frac{K_z}{\Theta H^2}. \tag{292}$$

Deplanacijsko-torzijska krutost $K_z=E\,I_z$ ukrutnog sustava određuje se metodama teorije tankozidnih štapova. Ako je vertikalna ukrutna konstrukcija sustav stupova, moment je inercije

$$I_z=\sum_i I_{iz}=\sum_i (I_{ix}y_i^2+I_{iy}x_i^2), \tag{293}$$

gdje su I_{ix} i I_{iy} momenti inercije stupa i za savijanje u smjeru x i y, a x_i i y_i koordinate osi tog stupa.

Kvadrat polumjera inercije opterećenja s obzirom na os krutosti jest

$$\Theta=\frac{1}{g}\sum_i g_i r_i^2=\sum_i \mu_i r_i^2, \tag{294}$$

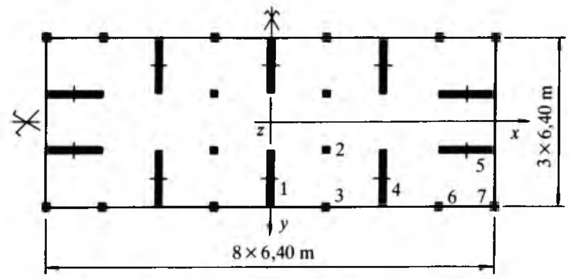
gdje je g_i opterećenje koje otpada na stup i, $\mu_i=g_i/g$, a $r_i=(x_i^2+y_i^2)^{1/2}$ udaljenost osi tog stupa od osi z. Ako je broj stupova velik, a tlocrt zgrade pravokutnik sa stranicama L_x i L_y, onda je približno

$$\Theta=\frac{L_x^2+L_y^2}{12}. \tag{295}$$

Primjer. Za zgradu prema sl. 70 treba odrediti kritičnu težinu pri kojoj se pojavljuje torzijsko izvijanje. Visina je zgrade $H=57{,}4$ m, površina presjeka jednog zida $7{,}20\cdot 0{,}40\ \text{m}^2$, modul elastičnosti $E=21\ \text{GN/m}^2$, opterećenje po jedinici visine zgrade $g=5265$ kN/m, a ukupno opterećenje $G=302$ MN. Tlocrtna raspodijeljenost opterećenja g na zidove i stupove te koordinate osi zidova i stupova navedene su u tabl. 9.

Bimoment inercije poprečnog presjeka vertikalne nosive konstrukcije jest $I_z=8740\ \text{m}^6$, deplanacijsko-torzijska krutost $K_z=18{,}35\cdot 10^4\ \text{GNm}^4$, a kvadrat polumjera inercije opterećenja $\Theta=280{,}05\ \text{m}^2$.

Kritična je težina koja uzrokuje torzijsko izvijanje zgrade $G_{kr,z}=1558$ MN. Za usporedbu: kritična težina zgrade koja uzrokuje fleksijsko izvijanje u glavnoj ravnini xz iznosi $G_{kr,x}=2486$ MN, a kritična težina zgrade koja uzrokuje fleksijsko izvijanje u glavnoj ravnini yz iznosi $G_{kr,y}=3728$ MN. Mjerodavno je, dakle, torzijsko izvijanje.



Sl. 70. Tlocrt zgrade uz primjer torzijskog zadatka

Tablica 9
OPTEREĆENJA ZIDOVA I STUPOVA TE KOORDINATE NJIHOVIH TEŽIŠTA (sl. 70)

i	g_i kN/m	r_{ix} m	r_{iy} m
1	340,0	0	6,40
2	194,4	6,40	3,20
3	105,2	6,40	9,60
4	340,0	12,80	6,40
5	340,0	22,40	3,20
6	105,2	19,20	9,60
7	60,6	25,60	9,60

Test ukupne stabilnosti zgrade. H. Beck i G. König pokazali su da se prema vrijednosti koeficijenta labilnosti ε može prosuditi da li je za određivanje stabilnosti zgrade dovoljna teorija prvog reda ili treba primijeniti točniju, teoriju drugog reda. Ako je za višekatnu zgradu (broj katova $\geqq 4$) na nedeformabilnoj ili deformabilnoj podlozi zadovoljen uvjet

$$H\sqrt{\frac{G}{K}}\leqq 0{,}6\quad\text{ili}\quad H\sqrt{(1+4\eta)\frac{G}{K}}\leqq 0{,}6, \tag{296}$$

sustav je toliko krut da teorija prvog reda daje dovoljno točne rezultate. Pritom je $\eta=K/(CH)$ stupanj uklještenja ukrutne konstrukcije u tlo.

Utjecaj posmičnih ukrutnih elemenata i deformabilnosti tla. Ako uz fleksijske postoje i posmični ukrutni elementi, kritična težina zgrade može se utvrditi pomoću Southwellova poučka raščlambom sustava u dva podsustava, pa je kritična težina

$$G_{kr}=G_{kr,K}+G_{kr,S} \tag{297}$$

gdje se indeksi K i S odnose na podsustave.

Ako je tlo toliko deformabilno da treba uzeti u obzir zakret temelja fleksijskih elemenata, kritična se težina može također utvrditi raščlambom u podsustave:

$$G_{kr}=\frac{1}{\dfrac{1}{G_{kr,K+S}}+\dfrac{1}{G_{kr,C}}}. \tag{298}$$

Najprije se superponira utjecaj dviju krutosti, a onda utjecaj dviju podatljivosti. Izrazi

$$G_{kr,K}=k\frac{K}{H^2},\qquad G_{kr,S}=S^\circ h,\qquad G_{kr,C}=\frac{C}{a} \tag{299}$$

jesu kritične težine podsustava.

LIT.: *F. Bleich,* Buckling Strength of Metal Structures. McGraw-Hill, New York 1952. – *А. Вольмир,* Устойчивость упругих систем. Издательство физико-математической литературы, Москва 1963. – *A. Pflüger,* Stabilitätsprobleme der Elastostatik. Springer-Verlag, Berlin 1964. – *M. Gregory,* Elastic Instability. Spon Limited, London 1967. – *R. L'Hermite,* Flambage et Stabilité. Eyrolles, Paris 1974.

R. Rosman