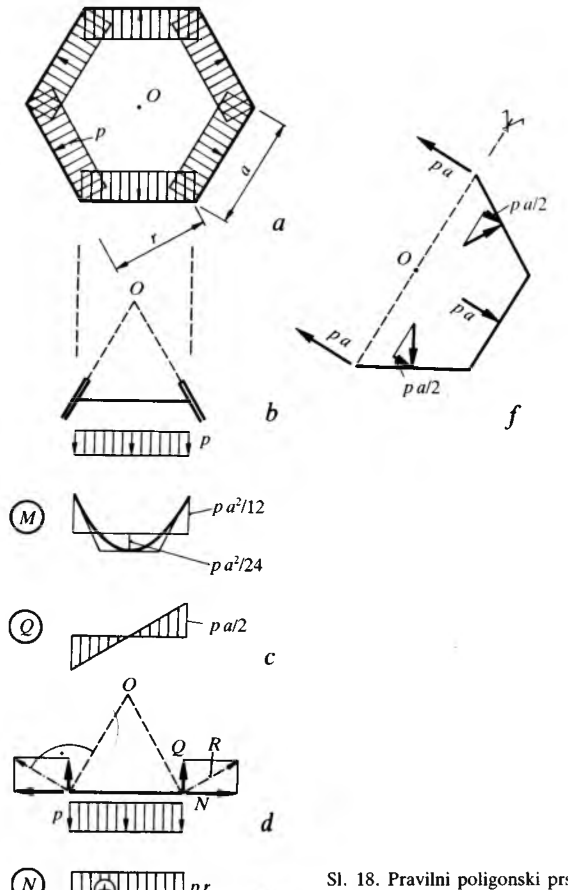
smatra zamišljeni pomak konstrukcije kojim se ona od polaznoga dovodi u neki identični položaj, što se naziva preklapanjem. Preklapanje se ne odnosi samo na geometrijske, nego i na mehaničke karakteristike, napose na krutost.

Ako je element simetrije središte simetrije, operacija simetrije je inverzija, tj. promjena koordinata x_j svake točke u $-x_j$. Takva se konstrukcija naziva *koso simetričnom*. Ako je element simetrije os simetrije, operacija je simetrije rotacija oko osi simetrije, a konstrukcija se naziva *ciklički simetričnom*. Mogući broj operacija simetrije najveća je vrijednost broja n u izrazu $2\pi/n$ za vrijednost kutnih pomaka, gdje je n stupanj cikličke simetrije. Ako je element simetrije ravnina simetrije, operacija je simetrije refleksija kroz tu ravninu, a konstrukcija se naziva *zrcalno* ili *bilateralno simetričnom*.

To vrijedi i za opterećenja konstrukcije i za pripadne ležajne i unutrašnje sile. Poseban su oblik simetričnih opterećenja te ležajnih i unutrašnjih sila antimetrična opterećenja, ležajne i unutrašnje sile. Opće definicije glase: *a*) opterećenje je simetrične konstrukcije simetrično ako se operacijom simetrije postiže preklapanje i *b*) opterećenje je simetrične konstrukcije antimetrično ako se operacijom simetrije i promjenom predznaka postiže preklapanje.

Na osnovi iskustva mogu se formulirati aksiomi: *a*) simetrično opterećenje simetrične konstrukcije uzrokuje simetrične ležajne i unutrašnje sile te deformaciju; *b*) antimetrično opterećenje simetrične konstrukcije uzrokuje antimetrične ležajne i unutrašnje sile te deformaciju. Bilo kakvo nesimetrično opterećenje može se rastaviti u simetričnu i antimetričnu komponentu, pa se njihovi utjecaji superponiraju.

Primjena aksioma simetrije veoma pojednostavnjuje mehaničke analize simetričnih konstrukcija. Može se smanjiti stupanj statičke i kinematičke neodređenosti, a nekada statički ili kinematički neodređena konstrukcija može postati statički odnosno kinematički određena. Može se ustanoviti koje ležajne i unutrašnje sile te koji pomaci u nekom presjeku moraju biti jednaki nuli.



Sl. 18. Pravilni poligonski prsten na koji djeluje unutrašnji pritisak

Neka na *regularnopoligonski* prsten (sl. 18), s brojem stranica koji nije manji od 3, djeluje unutrašnji pritisak intenzivnosti p (sl. 18a). Zbog cikličke simetrije prstena i opterećenja analiza se može provesti na jednom štapu sustava (sl. 18b). S obzirom na savijanje štap se ponaša kao obostrano upeta greda (sl, 18c). Smjer je reakcija R takav da je njihova radijalna komponenta jednaka nuli (sl. 18d). Izrazi li se stranica a pomoću polumjera upisane kružnice r u poligonu, dobiva se vlačna sila

$$N = pr \tag{4a}$$

i reakcija

$$R = pa. \tag{4b}$$

Prsten je, dakle, napregnut konstantnom vlačnom silom (sl. 18e). Za kontrolu može se provjeriti ravnoteža polovice sustava (sl. 18f).

Ako se uz konstantan polumjer upisane kružnice r smanjuje stranica a, smanjuju se i moment savijanja M i poprečna sila Q. Za $a = 0$ dobiva se

$$M \equiv 0, \quad Q \equiv 0, \quad N = pr \tag{5}$$

za kružni prsten polumjera r.

U zrcalnosimetričnim ravninskim konstrukcijama kad je opterećenje simetrično, simetrične su i reakcije R, uzdužne sile N, momenti savijanja M i progibi Δ, a antimetrične poprečne sile Q i nagibi progibne linije φ. U osi simetrije poprečna sila Q i nagib progibne linije φ jednaki su nuli. Kad je opterećenje antimetrično, vrijedi obratno, pa su Q i φ simetrične, a reakcije te N, M i Δ antimetrične veličine. U kososimetričnim ravninskim konstrukcijama kad je opterećenje antimetrično, reakcije te N, M i Δ su antimetrične, a Q i φ simetrične veličine; kad je opterećenje simetrično, vrijedi obratno, pa su Q i φ antimetrične, a reakcije te N, M i Δ simetrične veličine.

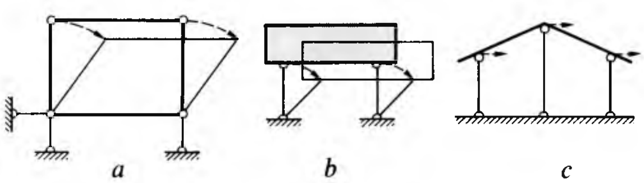
Analiza zrcalnosimetričnih i kososimetričnih konstrukcija na koje djeluju simetrična i antimetrična opterećenja može se provesti na polovici konstrukcije.

KINEMATIČKA ANALIZA KONSTRUKCIJA

Geometrijska stabilnost. Građevne konstrukcije moraju biti geometrijski stabilne. To znači da one ne smiju biti pomične ili, detaljnije rečeno, ne smiju biti *a*) konačno pomične (pomične u krupnom), tj. konačno oblikovno izmjenljive ili konačno pomično oslonjene, niti *b*) infinitezimalno pomične (pomične u sitnom, klimave, degenerirane), tj. infinitezimalno oblikovno izmjenljive ili infinitezimalno pomično oslonjene.

Sustav je konačno ili infinitezimalno oblikovno izmjenljiv ako je, uz pretpostavku da su svi njegovi elementi potpuno kruti, moguća konačna (sl. 19a) ili infinitezimalna promjena njegova oblika. Sustav nije oblikovno izmjenljiv ako svoj oblik može mijenjati samo zbog deformacije materijala.

Sustav je konačno ili infinitezimalno pomično oslonjen ako je, uz pretpostavku da je potpuno krut i da su ležajne veze potpuno krute, moguć konačan (sl. 19b) ili infinitezimalan (sl. 19c) pomak sustava kao cjeline.



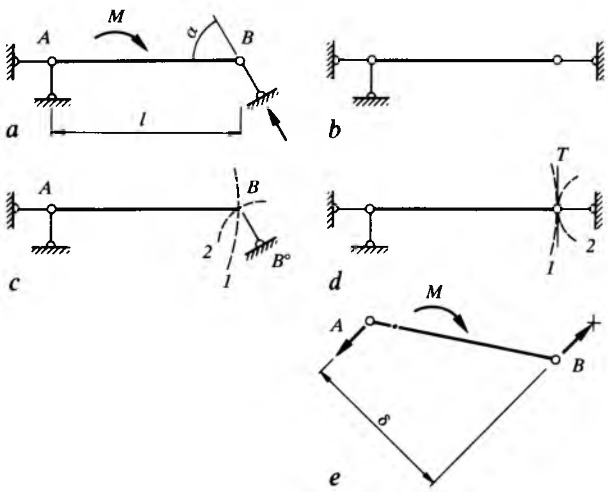
Sl. 19. Pomični sustavi

Sustav je infinitezimalno pomičan ako se bez deformacije njegovih elemenata i veza može ostvariti infinitezimalan pomak i tako, uz beskonačno velike unutrašnje i/ili ležajne sile, ravnoteža sustava. U analizi infinitezimalno pomičnih sustava pretpostavka potpuno krutog tijela nije primjenljiva.

Kad na prostu gredu djeluje napadni moment (sl. 20), reakcija B iznosi

$$B = \frac{M}{l \sin \alpha}. \tag{6}$$

Greda je geometrijski stabilna (sl. 20a) za bilo koji kut α, osim kad je $\alpha = 0$, tj. kad je desni ležajni štapić kolinearan s osi grede (sl. 20b). Tada je, zbog $\sin\alpha = 0$, reakcija $B = \infty$. Ako je kut α vrlo malen, reakcija B je vrlo velika.



Sl. 20. Ilustracija prijelaza geometrijski stabilnog u nestabilni sustav

Prijelaz geometrijski stabilnog u nestabilni sustav može se rastumačiti ovako. Ako se u geometrijski stabilnom sustavu (sl. 20a) ukloni zglob B, dakle veza grede i desnog ležajnog štapića (sl. 20c), slobodni kraj B grede može rotirati po kružnici *1* oko čvora A, a slobodni kraj ležajnog štapića po kružnici *2* oko čvora $B°$. U stabilnom sustavu, dakle, pomak čvora B nije moguć. U graničnom slučaju, kad je $\alpha = 0$, kružnice *1* i *2* imaju zajedničku tangentu (sl. 20d), pa je praktički i bez produljenja grede i/ili ležajnog štapića moguć infinitezimalan pomak (sl. 20e). Tada je napadni moment M uravnotežen parom reakcija:

$$A = B = \frac{M}{\delta}. \tag{7}$$

Što je δ manje, to su reakcije veće.

Infinitezimalna je pomičnost sustava apstrakcija, jer nema naglog prijelaza od infinitezimalnog u konačni pomak. Sustavi bliski infinitezimalno pomičnima često su neprihvatljivo pomični, pa su zbog toga neupotrebljivi za građevne konstrukcije.

Stupnjevi slobode. Broj stupnjeva slobode konačno pomičnog sustava potpuno krutih tijela jest broj međusobno nezavisnih geometrijskih parametara koji određuju stanje pomaka (deformacije) tog sustava. Točka ima u ravnini dva stupnja slobode (dva translacijska pomaka), a u prostoru tri stupnja slobode (tri translacijska pomaka). Disk (štap) ima u ravnini tri stupnja slobode (dva translacijska i jedan kutni pomak), a blok ima u prostoru šest stupnjeva slobode (tri translacijska i tri kutna pomaka).

Pri kinematičkoj analizi rešetki najprikladnije je zglobove smatrati elementima rešetke, a njene štapove unutrašnjim vezama.

Strukturni tipovi konstrukcija. Oznake strukturnih tipova konstrukcija, oznake elemenata sustava i oznake veza sustava vide se u tabl. 1.

Pomoću tih oznaka može se prikazati ukupan broj stupnjeva slobode (BSS) svih elemenata sustava, koji iznosi:

$$\mathrm{BSS} = \begin{cases} 3\mathrm{D} \text{ (sustav diskova, SD)} \\ 6\mathrm{B} \text{ (sustav blokova, SB)} \\ 2\check{\mathrm{C}} \text{ (ravninska rešetka, RR)} \\ 3\check{\mathrm{C}} \text{ (prostorna rešetka, PR).} \end{cases} \tag{8}$$

To je ujedno i raspoloživi broj jednadžbi ravnoteže.

Tablica 1
STRUKTURNI TIPOVI KONSTRUKCIJA, ELEMENATA SUSTAVA I VEZA SUSTAVA

Strukturni tipovi konstrukcija	
OST	opći sustav tijela; sustav tijelâ koja su međusobno spojena bilo kakvim vezama
SD	opći ravninski sustav tijela; sustav diskova
SB	opći prostorni sustav tijela; sustav blokova
R	rešetka; poseban opći sustav tijelâ spojenih samo zglobovima
RR	ravninska rešetka
PR	prostorna rešetka
Elementi sustava	
D	broj diskova (struktura SD)
B	broj blokova (struktura SB)
Č	broj čvorova (struktura R)
Veze sustava	
L	broj ležajnih veza (štapića)
I	broj unutrašnjih veza (štapića, struktura OST)
Š	broj štapića (struktura R)

Ukupan broj veza (BV) i broj sila u tim vezama iznosi:

$$\mathrm{BV} = \begin{cases} \mathrm{L} + \mathrm{I} \text{ (opći sustav tijela, OST)} \\ \check{\mathrm{S}} + \mathrm{L} \text{ (rešetka, R).} \end{cases} \tag{9}$$

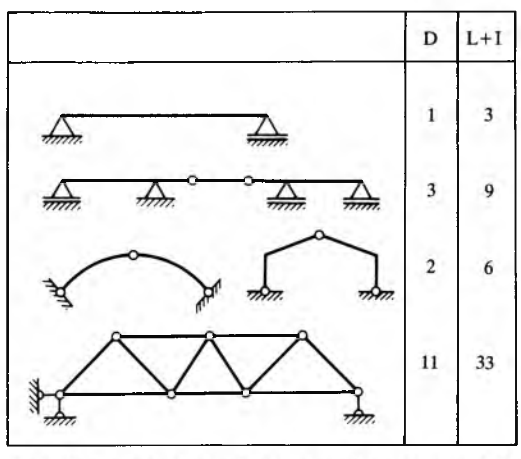
Kako svaka veza sustavu oduzima jedan stupanj slobode, BV je ujedno i broj stupnjeva slobode što ih sve veze zajedno oduzimaju sustavu.

Ako je BV = BSS, odnosno ako je prema strukturnim tipovima:

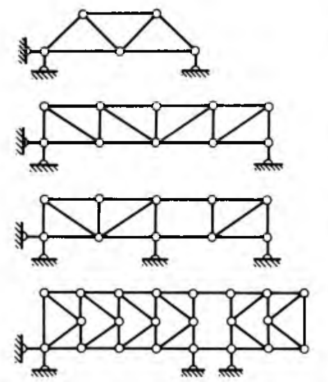
$$\mathrm{L} + \mathrm{I} = \begin{cases} 3\mathrm{D} \text{ (sustav diskova, SD)} \\ 6\mathrm{B} \text{ (sustav blokova, SB)} \end{cases} \tag{10a}$$

$$\check{\mathrm{S}} + \mathrm{L} = \begin{cases} 2\check{\mathrm{C}} \text{ (ravninska rešetka, RR)} \\ 3\check{\mathrm{C}} \text{ (prostorna rešetka, PR),} \end{cases} \tag{10b}$$

tada sustav ima upravo potreban broj veza da bi se ostvarila konačna nepomičnost. Ako su veze pravilno raspoređene, sustav nema nijedan stupanj slobode. Raspoloživi broj jednadžbi ravnoteže jednak je broju sila u vezama (BV), a sve se te sile mogu odrediti rješenjem sustava jednadžbi ravnoteže. Sustav je statički određen (sl. 21 i 22).

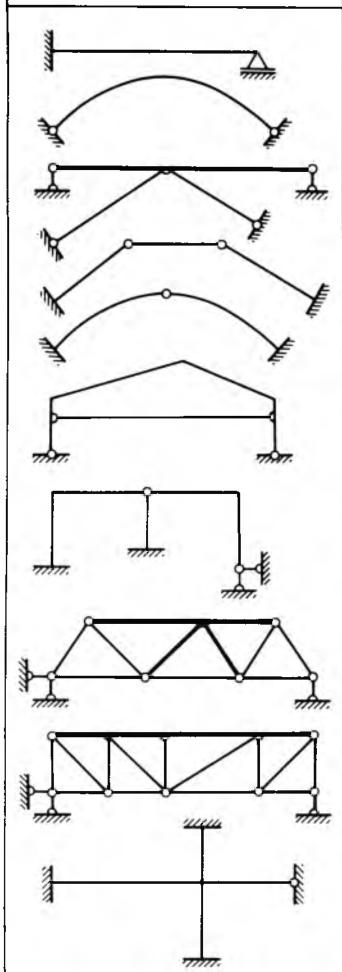


Sl. 21. Primjeri statički određenih sustava diskova (L + I = 3D)



	Š+L	Č
	10	5
	20	10
	20	10
	44	22

Sl. 22. Primjeri statički određenih ravninskih rešetaka ($Š + L = 2Č$)



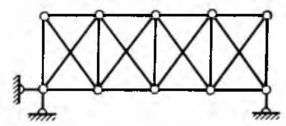
	D	L+I	n
	1	4	1
	1	4	1
	3	10	1
	3	10	1
	2	8	2
	2	8	2
	3	12	3
	8	27	3
	14	45	3
	1	11	8

Sl. 23. Primjeri statički neodređenih sustava diskova ($L + I > 3D$)

Ako je BV>BSS, odnosno ako je prema strukturnim tipovima

$$L + I > \begin{cases} 3D \text{ (sustav diskova, SD)} \\ 6B \text{ (sustav blokova, SB)} \end{cases} \qquad (11a)$$

$$Š + L > \begin{cases} 2Č \text{ (ravninska rešetka, RR)} \\ 3Č \text{ (prostorna rešetka, PR),} \end{cases} \qquad (11b)$$



	Š+L	Č	n
	24	10	4

Sl. 24. Primjer statički neodređene ravninske rešetke ($Š + L > 2Č$)

tada sustav ima više veza nego što je potrebno da bi se ostvarila konačna nepomičnost. Postoje, dakle, prekobrojne veze. Raspoloživi broj jednadžbi ravnoteže nije dovoljan da bi se odredile sve sile u vezama, pa je sustav statički neodređen (sl. 23 i 24). Ako su veze pravilno raspoređene, stupanj statičke neodređenosti iznosi

$$n = \begin{Bmatrix} L + I - 3D \\ L + I - 6B \\ Š + L - 2Č \\ Š + L - 3Č \end{Bmatrix} \geqq 1. \qquad (12)$$

Ako je BV < BSS, odnosno ako je prema strukturnim tipovima

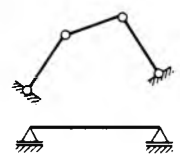
$$L + I < \begin{cases} 3D \text{ (sustav diskova, SD)} \\ 6B \text{ (sustav blokova, SB)} \end{cases} \qquad (13a)$$

$$Š + L < \begin{cases} 2Č \text{ (ravninska rešetka, RR)} \\ 3Č \text{ (prostorna rešetka, PR),} \end{cases} \qquad (13b)$$

tada sustav ima nedovoljno veza da bi se ostvarila konačna nepomičnost, pa je on konačno pomičan (sl. 25 i 26). Broj stupnjeva slobode iznosi

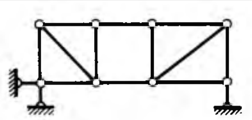
$$n = \begin{Bmatrix} 3D - (L + I) \\ 6B - (L + I) \\ 2Č - (Š + L) \\ 3Č - (Š + L) \end{Bmatrix} \geqq 1. \qquad (14)$$

Raspoloživi broj jednadžbi ravnoteže veći je od broja sila u vezama.



	D	L+I	n
	3	8	1
	1	2	1

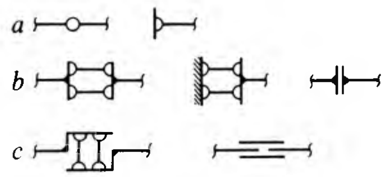
Sl. 25. Primjeri konačno pomičnih sustava diskova ($L + I < 3D$)



	Š+L	Č	n
	15	8	1

Sl. 26. Primjer konačno pomične ravninske rešetke ($Š + L < 2Č$)

Kinematika mehanizama. Mehanizam je sustav od dvaju ili više diskova s jednim stupnjem slobode. On se dobiva od statički određenog sustava ukidanjem jedne od veza (sl. 27),



Sl. 27. Nulpolja momenta savijanja (*a*), poprečne sile (*b*) i uzdužne sile (*c*)

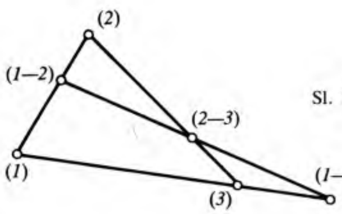
što se postiže ako se za jednu od ležajnih ili unutrašnjih sila postavi da je jednaka nuli (nulpolje). Nulpolje momenta savijanja obično se naziva zglobom.

Pri pomaku (deformaciji) mehanizma *a*) diskovi koji su zglobom pričvršćeni za podlogu zaokreću se oko tog zgloba, koji je apsolutni pol rotacije, *b*) diskovi koji za podlogu nisu pričvršćeni neposredno, nego preko drugih diskova, zaokreću se oko svog trenutnog pola rotacije i *c*) diskovi bilo kojeg para diskova zaokreću se jedan u odnosu prema drugom oko relativnog pola rotacije tog para diskova.

Apsolutni i trenutni polovi rotacije nazivaju se samo polovima. Pol diska *j* označuje se sa (*j*). Relativni pol rotacije diskova *j* i *k* označuje se sa (*j–k*); značenje je relativnog pola (*j–k*) evidentno ako su diskovi *j* i *k* spojeni neposredno. Skica mehanizma s apsolutnim i trenutnim polovima i relativnim polovima zove se *plan polova mehanizma.*

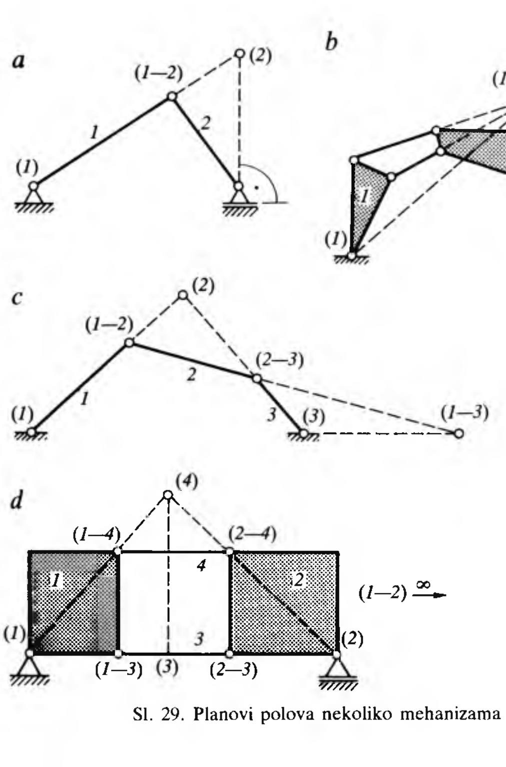
U analizi konstrukcija primjenjuju se infinitezimalni pomaci mehanizama. Pomaci čvorova prikazani odsječkom kružnog luka sa središtem u polu odnosnog diska aproksimiraju se pripadnim odsječkom tangente luka.

Kinematička se analiza mehanizama osniva na dvama teoremima (sl. 28), a to su: *a*) *teorem polova i relativnog pola dvaju diskova* koji glasi: polovi dvaju diskova i njihov relativni pol leže na jednom pravcu i *b*) *teorem relativnih polova triju diskova* koji glasi: tri relativna pola triju diskova leže na jednom pravcu.

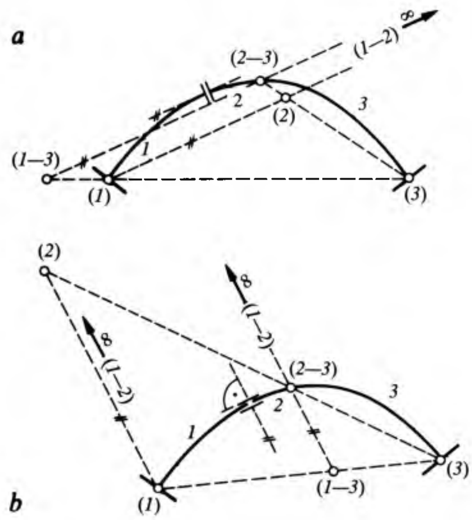


Sl. 28. Uz teoreme kinematike mehanizama

Na sl. 29 prikazani su planovi polova nekoliko mehanizama. Mehanizam na sl. 30a sastoji se od triju diskova; diskovi *1* i *2* spojeni su nulpoljem poprečne sile, a diskovi *2* i *3* nulpoljem momenta (zglobom). Diskovi *1* i *2* mogu se jedan spram drugog pomaknuti samo u smjeru okomitom na tangentu osi luka na mjestu nulpolja, tako da je relativni pol (*1–2*) beskonačno daleko u smjeru te tangente. Pol (*2*) diska *2* u presjecištu je paralele s tom tangentom kroz pol (*1*) i pravca kroz (*3*) i (*2–3*), jer polovi (*2*) i (*3*) te relativni pol (*2–3*) moraju ležati na pravcu. U mehanizmu od triju diskova na sl. 30b diskovi su *1* i *2* spojeni nulpoljem uzdužne sile, a diskovi *2* i *3* nulpoljem momenta. Diskovi se *1* i *2* mogu jedan spram drugog pomaknuti samo u smjeru okomitom na normalu osi luka na mjestu nulpolja, tako da je relativni pol (*1–2*) beskonačno daleko u smjeru te normale. Pol (*2*) diska *2* u presjecištu je paralele s tom normalom kroz pol (*1*) i pravca kroz (*3*) i (*2–3*), jer polovi (*2*) i (*3*) te relativni pol (*2–3*) moraju ležati na pravcu.



Sl. 29. Planovi polova nekoliko mehanizama



Sl. 30. Planovi polova mehanizma s nulpoljem poprečne sile (*a*) i mehanizma s nulpoljem uzdužne sile (*b*)

Pri pomaku mehanizma njegovi se diskovi zakreću svaki oko svog pola. Kutni se pomak diska *j* označuje sa ω_j, a kutni pomak diska *k* sa ω_k; dakako, ω_j i ω_k funkcije su odabranog pomaka mehanizma. Relativni kutni pomak diskova *j* i *k* jednak je algebarskoj sumi njihovih kutnih pomaka:

$$\omega_{j,k} = \omega_j + \omega_k. \tag{15}$$

Primjer. Pomak mehanizma od dvaju diskova (sl. 31) opiše se kutnim pomakom ω diska *1*. Pomak je čvora (*1–2*).

$$\delta_1 = \omega r_{1\text{-}2,1}, \tag{16}$$

dok se kutni pomak ω_2 diska *2* određuje iz uvjeta $\omega_2 r_{1\text{-}2,2} = \delta_1$ pa se dobiva

$$\omega_2 = \frac{r_{1\text{-}2,1}}{r_{1\text{-}2,2}}\,\omega, \tag{17}$$

gdje su $r_{1\text{-}2,1}$ i $r_{1\text{-}2,2}$ udaljenosti čvora (*1–2*) od polova (*1*) odnosno (*2*), dakle polne udaljenosti čvorova. Pomak je desnog ležajnog zgloba

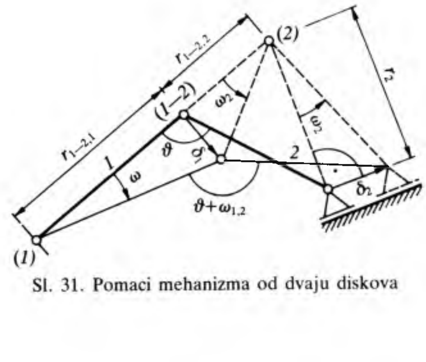
$$\delta_2 = r_2 \frac{r_{1\text{-}2,1}}{r_{1\text{-}2,2}}\,\omega, \tag{18}$$

a relativni kutni pomak obaju diskova, tj. povećanje kuta ϑ što ga oni međusobno zatvaraju, iznosi

$$\omega_{1,2} = \omega + \omega_2 = \left(1 + \frac{r_{1\text{-}2,1}}{r_{1\text{-}2,2}}\right)\omega. \tag{19}$$

Postavi li se $\omega_{1,2} = 1$, dobiva se

$$\omega = \frac{1}{1 + \dfrac{r_{1\text{-}2,1}}{r_{1\text{-}2,2}}}. \tag{20}$$



Sl. 31. Pomaci mehanizma od dvaju diskova

Kriteriji geometrijske stabilnosti konstrukcija. Adekvatnost ležajnih i internih veza može se provjeriti kriterijima geometrijske stabilnosti konstrukcija. Često je, međutim, adekvatnost ili neadekvatnost veza očita.

Nuždan uvjet. Da sustav ne bi bio konačno pomičan, on ne smije imati nijedan stupanj slobode ($n = 0$). Taj je uvjet nuždan, ali nije dovoljan za postizanje geometrijske stabilnosti sustava. Ako ležajne i/ili unutrašnje veze nisu pravilno raspoređene, sustav je konačno ili infinitezimalno pomičan unatoč tome što je taj uvjet zadovoljen, tj. da ima dovoljno veza.

Statički kriterij. Za neopterećenu konstrukciju koja zadovoljava nužni uvjet formira se sustav jednadžbi ravnoteže; sustav je linearan i algebarski, a broj jednadžbi je m. Veličina je matrice koeficijenata $m \cdot m$. To je matrica $[A]$. Ako je rang matrice $[A]$ jednak m, matrica je regularna, a sustav jednadžbi ima jednoznačno rješenje i konstrukcija je geometrijski stabilna.

Ako je rang matrice $[A]$ manji od m, dakle njena je determinanta jednaka nuli, matrica je singularna, a sustav jednadžbi nema jednoznačnog rješenja i konstrukcija je konačno ili infinitezimalno pomična. Matrica je singularna ako su elementi jednog retka nule, ako su dva retka jednaka ili proporcionalna ili ako je jedan od redaka linearna kombinacija drugih redaka.

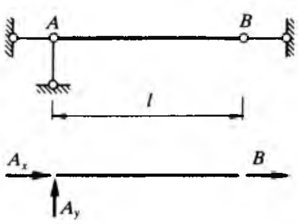
Zadovoljenje je statičkog kriterija nuždan i dovoljan uvjet geometrijske stabilnosti konstrukcije. Uvjeti su, dakle, statičke određenosti konstrukcije dovoljan broj veza i regularnost matrice koeficijenata sustava jednadžbi ravnoteže.

Sustav jednadžbi ravnoteže opterećenog skoro infinitezimalno pomičnog sustava vrlo je osjetljiv. Tako npr. za $m = 2$ jednadžbe ravnoteže predstavljaju dva pravca koji su skoro paralelni, pa je teško točno odrediti njihovo sjecište, tj. rješenje sustava.

Primjer. Sustav jednadžbi ravnoteže neopterećene proste grede (sl. 32) može se formulirati u obliku

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

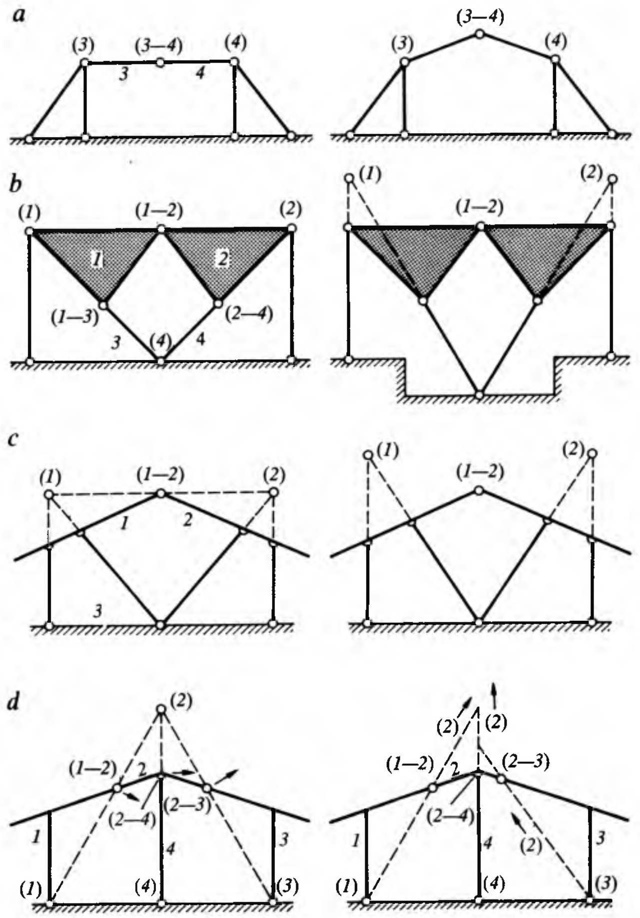
Drugi su i treći redak matrice koeficijenata proporcionalni, pa je njena determinanta nula. Sustav je, dakle, infinitezimalno pomičan.



Sl. 32. Infinitezimalno pomično oslonjena prosta greda

Kinematički kriterij. Ako se za konstrukciju koja zadovoljava spomenuti nužni uvjet može skicirati plan polova, ona je mehanizam i time konačno ili infinitezimalno pomična. Ako se, međutim, pri skiciranju plana polova pojave kontradikcije, tj. ako polovi i relativni polovi koji bi morali ležati na pravcu ne leže na pravcu, plan se polova ne može nacrtati, pa je konstrukcija geometrijski stabilna.

Na sl. 33 lijevo prikazani su *primjeri* infinitezimalno oblikovno izmjenljivih sustava (svi zadovoljavaju nužni uvjet), a desno geometrijski stabilni sustavi koji su od lijevih izmjenljivih dobiveni korekcijom rasporeda štapova ili veza. U primjeru na sl. 33a podignut je srednji zglob, pa polovi (*3*) i (*4*) te relativni pol (*3–4*) više nisu na pravcu. U primjeru na sl. 33b spušten je srednji ležaj, pa polovi (*1*) i (*2*) te relativni pol (*1–2*) više nisu na pravcu. U primjeru na sl. 33c promijenjen je smjer srednjih stupova tako da polovi (*1*) i (*2*) te ralativni pol (*1–2*) više nisu na pravcu. U primjeru na sl. 33d pomaknut je zglob desne prečke, pa se za pol (*2*) dobivaju dvije nesukladne pozicije; sustav je, dakle, infinitezimalno oblikovno izmjenljiv samo onda ako je simetričan.



Sl. 33. Primjeri infinitezimalno oblikovno izmjenljivih sustava (lijevo) i pripadnih geometrijski stabilnih sustava (desno)

OSNOVE ELASTOSTATIKE KONSTRUKCIJA

Jednadžbe elastostatike. Elastostatika utvrđuje ležajne i unutrašnje sile te deformacije statički opterećenih linearno deformabilnih konstrukcija. Primjenjuju se tri grupe jednadžbi: statičke, geometrijske i fizikalne.

Opterećenja se nazivaju statičkima ako je proces opterećivanja i rasterećivanja konstrukcije dovoljno polagan i postupan, tako da su inercijske sile u usporedbi s ostalima u svakom trenutku zanemarljive.

Statičke jednadžbe ili *jednadžbe ravnoteže* međusobno povezuju vanjske i unutrašnje sile. Sile su u njima uvijek u prvom stupnju, tako da su uvijek linearne.

Geometrijske jednadžbe ili *jednadžbe kompatibilnosti deformacija* međusobno povezuju deformacije i pomake sustava. Pretpostavlja se da su specifične deformacije i pomaci beskonačno maleni, tako da su i geometrijske jednadžbe linearne. Deformacije i pomaci građevnih konstrukcija vrlo su maleni, ali ne beskonačno, pa navedene pretpostavke vrijede samo približno; one su, međutim, prihvatljive, jer su specifične deformacije u usporedbi s jedinicom i pomaci u usporedbi s dimenzijama konstrukcije zanemarljivi. Tako, npr., specifična deformacija pri savijanju štapa. tj. zakrivljenost, iznosi $\Delta''/(1 + \Delta'^2)^{3/2}$, pa je to strogo uzevši nelinearna funkcija gradijenta Δ' progibne linije Δ. Kako je, međutim, vrijednost nagiba, a pogotovo njena kvadrata, u usporedbi s jedinicom uvijek zanemarljiva, specifična je deformacija jednaka drugoj derivaciji Δ'' pomaka po apscisi, pa je geometrijska jednadžba linearna. Deformacija, dakle, samo neznatno mijenja inicijalni oblik sustava. Uostalom, deformacije i pomaci moraju biti vrlo maleni da bi se osigurala upotrebljivost konstrukcije.

Fizikalne jednadžbe povezuju naprezanja i deformacije. Pretpostavlja se da je materijal linearno elastičan. Jednadžbe su linearne i osnivaju se na Hookeovu zakonu. Strogo uzevši,