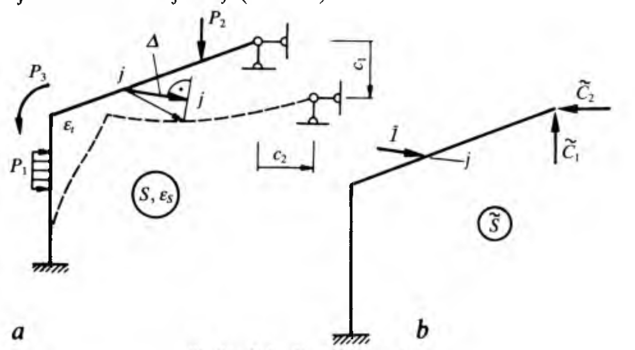
opterećena silama P_b (sl. 85c), a kosa silama P_c (sl. 85d). Sila u štapu 1 na osnovi superpozicije doprinosa obiju susjednih ravninskih rešetaka iznosi

$$N_1 = \frac{3d}{b} P_b - \frac{6d}{c} P_c. \qquad (124)$$

POMACI

Mohrova formula. Pomaci se najčešće određuju pomoću Mohrove formule. Na sustav djeluju vanjska opterećenja, npr. napadne sile P, produljenja ε_t zbog promjena temperature i pomaci c ležaja. Zbog vanjskih opterećenja nastaju unutrašnje sile S (M, Q, N, T) i specifične deformacije ε_S (ε_M, ε_Q, ε_N, ε_T). Treba odrediti pomak Δ na mjestu i u orijentiranom smjeru j (sl. 86a).



Sl. 86. Određivanje pomaka

Sustav se na mjestu i u orijentiranom smjeru traženog pomaka optereti jediničnom silom $\tilde{1}$ (sl. 86b), pa nastaju unutrašnje sile $\tilde{S}$ i reakcije $\tilde{C}$.

Na osnovi teorema virtualnih sila rad virtualnih vanjskih sila ($\tilde{1}$, $\tilde{C}$) na pomacima (Δ, c) stvarnog sustava jednak je radu virtualnih unutrašnjih sila ($\tilde{S}$) na deformacijama ($\varepsilon_S \mathrm{d}x$) stvarnog sustava, pa je

$$\tilde{1} \cdot \Delta + \sum \tilde{C} c = \sum \sum_{\tilde{S}} \int \tilde{S} \varepsilon_S \mathrm{d}x. \qquad (125)$$

Dimenzija je sile $\tilde{1}$ takva da umnožak $\tilde{1} \cdot \Delta$ ima dimenziju rada. Radovi su reakcija $\tilde{C}c$, pozitivni ako su reakcije i pripadni pomaci jednako orijentirani, a suma se proteže na sve ležaje koji se pomiču.

Pri rješavanju konkretnih zadataka, radi pojednostavnjenja i bolje preglednosti, umjesto s jediničnom silom $\tilde{1}$ računa se s jediničnom bezdimenzijskom silom $\bar{1}$ te unutrašnjim silama $\bar{S}$ i reakcijama $\bar{C}$ koje ona uzrokuje. Zbog toga treba jednadžbu (125) podijeliti sa $\tilde{1}$, pa se za pomak dobiva

$$\Delta = \sum \sum_{\bar{S}} \int \bar{S} \varepsilon_S \mathrm{d}x - \sum \bar{C} c. \qquad (126)$$

Specificiraju li se u (126) unutrašnje sile $\bar{S}$ i uvrste li se za specifične deformacije ε_S pripadni izrazi (44), dobiva se općenita Mohrova formula:

$$\Delta = \sum \int \frac{M\bar{M}}{EI} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{Q\bar{Q}}{GA'} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{N\bar{N}}{EA} \mathrm{d}x + $$
$$+ \sum \int \frac{T\bar{T}}{GJ} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{B\bar{B}}{EI_\omega} \mathrm{d}x + \sum \varepsilon_t \Omega - \sum \bar{C} c. \qquad (127)$$

Integrira se uzduž štapa, a Ω je površina $\bar{N}$-dijagrama štapa. Prvih se šest suma odnosi na sve štapove, a posljednja na sve ležaje koji se pomiču.

Ako je štapni sustav prostoran, u formuli (127) za Δ umjesto prva dva člana dolaze po dva člana s momentima savijanja i s poprečnim silama, pa se prva dva člana zamjenjuju izrazom

$$\sum \int \frac{M_y \bar{M}_y}{EI_y} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{M_z \bar{M}_z}{EI_z} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{Q\bar{Q}_y}{GA'_y} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{Q\bar{Q}_z}{GA'_z} \mathrm{d}x. \qquad (128)$$

Ako se dobije negativna vrijednost pomaka, orijentacija mu je suprotna od pretpostavljene.

Mohrova formula daje pomak neke točke u nekom orijentiranom smjeru, a to je u općem slučaju projekcija stvarnog pomaka na taj smjer. Prava se vrijednost pomaka neke točke prostornog štapnog sustava određuje pomoću triju međusobno ortogonalnih projekcija tog pomaka prema izrazu

$$\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2}. \qquad (129)$$

Posebni slučajevi. U okvirnim konstrukcijama često se uzima u obzir samo doprinos momenata savijanja. Ako se presjek štapa uzduž štapova ne mijenja, može se radi pojednostavnjenja uvesti po volji odabran usporedbeni (referentni) moment inercije I_r, pa se pomak ravninskog okvira može odrediti pomoću jednadžbe

$$EI_r \Delta = \sum \frac{I_r}{I} \int M \bar{M} \mathrm{d}x. \qquad (130)$$

U rešetki su štapovi napregnuti samo aksijalno. Kako se uzdužna sila uzduž štapova ne mijenja, to je

$$\Delta = \sum \bar{N} \Delta l = \sum \frac{N\bar{N}}{EA} l. \qquad (131)$$

Uvede li se još, radi pojednostavnjenja, po volji odabrana usporedbena (referentna) površina presjeka A_r, dobiva se

$$EA_r \Delta = \sum \frac{A_r}{A} N \bar{N} l. \qquad (132)$$

U statički određenih sustava pomaci zbog pomaka ležaja ili drugih veza ne uzrokuju specifične deformacije i unutrašnje sile ($\varepsilon_S \equiv 0$, $S \equiv 0$), pa je

$$\Delta = -\sum \bar{C} c. \qquad (133)$$

Problem je u suštini kinematički, ali se on Mohrovom formulom može riješiti statički, kao što se i mnogi statički problemi mogu riješiti kinematički.

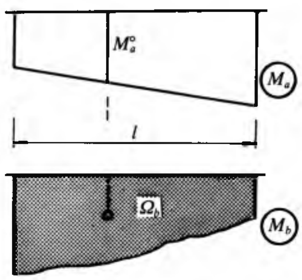
U statički neodređenih sustava pomaci veza uzrokuju unutrašnje sile, pa se za određivanje pomaka moraju najprije odrediti unutrašnje sile S (M, Q, N, T) i onda Mohrovom formulom pomak Δ.

Podatljivosti na osnovi Mohrove formule iznose:

$$\delta_{jk} = \sum \int \frac{M_j M_k}{EI} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{Q_j Q_k}{GA'} \mathrm{d}x + $$
$$+ \sum \int \frac{N_j N_k}{EA} \mathrm{d}x + \sum \int \frac{T_j T_k}{GJ} \mathrm{d}x, \qquad (134)$$

gdje su M_j, Q_j, N_j i T_j te M_k, Q_k, N_k i T_k unutrašnje sile zbog djelovanja jedinične bezdimenzijske sile na mjestu i u orijentiranom smjeru j odnosno k.

Integrali Mohrove formule. U Mohrovoj se formuli pojavljuju integrali kvadrata i umnoška funkcija. Funkcije su obično predočene dijagramima. Za pravocrtne štapove konstantna presjeka izrađeni su posebni postupci za računanje vrijednosti tih integrala.



Sl. 87. Uz Vereščaginovo pravilo

Vereščaginovo pravilo. Ako je od dva momentna dijagrama jedan trapezan, a drugi bilo kakav (sl. 87), integral će biti jednak umnošku površine Ω_b drugog dijagrama i ordinate M_a° trapeznog dijagrama na težišnici drugog dijagrama:

$$\int_l M_a M_b \mathrm{d}x = \Omega_b M_a^o. \tag{135}$$

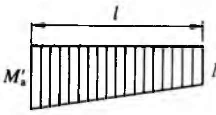
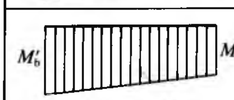
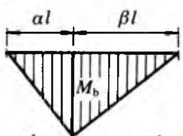
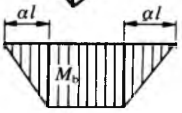
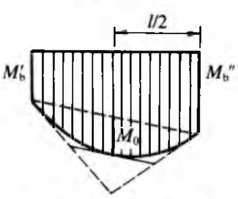
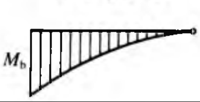
Metoda raščlanjivanja dijagrama. Složeni se dijagrami mogu raščlaniti u jednostavnije. Tako se npr. momentni dijagram štapa na koji djeluju rubni momenti i jednoliko raspodijeljeno opterećenje uzduž cijelog raspona može raščlaniti u dijagram M_1 koji odgovara rubnim momentima i dijagram M_2 koji odgovara raspodijeljenom opterećenju. Tada je

$$\int_l M^2 \mathrm{d}x = \int_l (M_1 + M_2)^2 \mathrm{d}x =$$

$$= \int_l M_1^2 \mathrm{d}x + 2\int_l M_1 M_2 \mathrm{d}x + \int_l M_2^2 \mathrm{d}x. \tag{136}$$

Primjena tablica integrala. Određivanje pomaka može se znatno olakšati primjenom tabl. 2, koja sadrži vrijednosti integrala kvadrata funkcija, i tabl. 3, koja sadrži vrijednosti integrala produkata funkcija. Krivulje su parabole drugog stupnja. Vrijednosti treba uvrstiti s pripadnim predznacima.

Tablica 3
INTEGRALI PRODUKATA FUNKCIJA

	$\int\limits_{(l)} M_a M_b \mathrm{d}x$
	$\frac{1}{6}(2M_a' M_b' + 2M_a'' M_b'' + M_a'' M_b' + M_a' M_b'')$
	$\frac{1}{6}\left[M_a'(1+\beta) + M_a''(1+\alpha)\right] M_b$ za $\alpha = 1/2$: $\frac{1}{4}(M_a' + M_a'') M_b$
	$\frac{1}{2}(1-\alpha)(M_a' + M_a'') M_b$
	$\frac{1}{6}\left[M_a' M_b' + (M_a' + M_a'')(M_b' + M_b'' + 2M_0) + M_a'' M_b''\right]$
	$\frac{1}{3}(M_a' + M_a'') M_b$
	$\frac{1}{12}(3M_a' + M_a'') M_b$

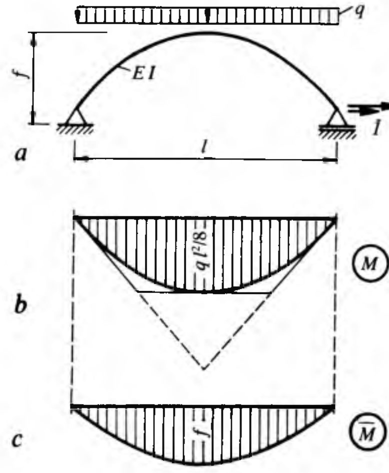
Primjer 1. Treba odrediti horizontalni pomak Δ desnog ležaja plitke lučne proste grede na koju djeluje jednoliko raspodijeljeno opterećenje uzduž horizontalne projekcije luka (sl. 88a). Os luka je parabola drugog stupnja.

Desni se kraj grede optereti horizontalnom, prema van orijentiranom, jediničnom bezdimenzijskom silom. Oba su momentna dijagrama M (sl. 88b) i $\bar{M}$ (sl. 88c) parabolična. Mohrova formula daje pomak

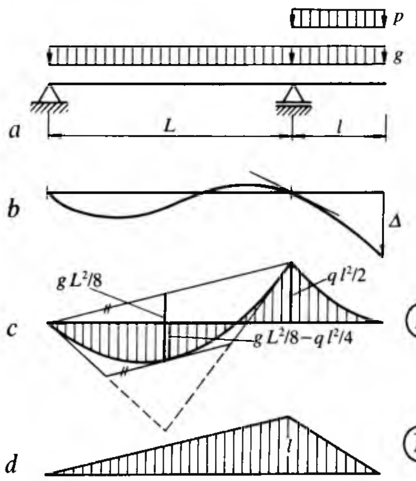
$$\Delta = \frac{1}{EI}\int_l M\bar{M}\mathrm{d}x = \frac{ql^3 f}{15EI}. \tag{137}$$

Primjer 2. Na prostu gredu s prepustom djeluje stalno jednolično raspodijeljeno opterećenje intenzivnosti g, a može djelovati i korisno jednolično raspodijeljeno opterećenje intenzivnosti p (sl. 89a). Treba odrediti najveću moguću vrijednost progiba Δ kraja prepusta (sl. 89b). Mjerodavni momentni dijagram M (sl. 89c) odgovara stalnom opterećenju na cijeloj gredi i korisnom opterećenju na prepustu. Greda se na mjestu i u orijentiranom smjeru traženog pomaka optereti jediničnom bezdimenzijskom silom. Tom opterećenju pripada momentni dijagram $\bar{M}$ koji ima oblik trokuta (sl. 89d). Mohrova formula daje

$$EI\Delta = \int_{L+l} M\bar{M}\mathrm{d}x = \frac{Ll}{6}\left(ql^2 - \frac{gL^2}{4}\right) + \frac{ql^4}{8}. \tag{138}$$



Sl. 88. Lučna prosta greda



Sl. 89. Uz određivanje progiba grede s prepustom

Redukcijski stavak. U Mohrovoj se formuli unutrašnje sile S sustava zbog djelovanja vanjskih sila te unutrašnje sile $\bar{S}$ i reakcije $\bar{C}$ koje se pojavljuju zbog virtualnog opterećenja odnose na zadani sustav. Pri utvrđivanju pomaka statički neodređenih sustava računski se rad može bitno pojednostavniti, a postići i veća točnost, ako se jedna grupa sila, obično sile $\bar{S}$ i $\bar{C}$, umjesto na zadanom sustavu izračuna na bilo kojem u pravilu statički određenom osnovnom sustavu, koji se dobiva od zadanog sustava uklanjanjem potrebnog broja veza (redukcijski stavak). Osnovni se sustav nastoji odabrati tako da broj štapova u kojima je $S \neq 0$ i $\bar{S} \neq 0$ bude što manji, tj. da broj štapova koji pridonose traženom pomaku bude što manji.

UTJECAJNE LINIJE I UTJECAJNE PLOHE

Utjecajna linija $\eta(V)$ neke mehaničke veličine V (unutrašnje sile, ležajne sile ili pomaka) grafički je prikaz utjecajnog koeficijenta $v = v(x)$ te veličine. To je prikaz te veličine zbog djelovanja jedinične bezdimenzijske koncentrirane sile $\bar{1}$ kao funkcije položaja, tj. apscise x. Sila pri pomicanju po konstrukciji ostaje sama sebi paralelna. Utjecajna linija pokazuje kako se mijenja veličina V kad se sila $\bar{1}$ pomiče po konstrukciji. Utjecajne se linije obično konstruiraju za vertikalno opterećenje, pa je sila $\bar{1}$ vertikalna. Pozitivne se vrijednosti utjecajnog koeficijenta nanose naniže od horizontalne zaključne linije.

Dimenzija ordinata utjecajnog koeficijenta v odgovara omjeru između dimenzije mehaničke veličine i dimenzije koncentrirane sile. Tako npr. ordinate utjecajne linije momenata savijanja imaju dimenziju duljine, a ordinate su utjecajnih linija reakcija i uzdužnih sila bez dimenzije.