

**Primjena poučka virtualnih pomaka.** Ležajne i unutrašnje sile mogu se odrediti i primjenom poučka virtualnih pomaka. Prednosti su primjene poučka virtualnih pomaka prema neposrednoj primjeni uvjeta ravnoteže: a) nije potrebno sustav rastaviti i analizirati odvojene elemente; b) računa se samo s aktivnim silama, tj. s onima koje pri virtualnoj deformaciji sustava obavljaju rad; c) ne treba proračunavati sve ležajne i unutrašnje sile, nego samo one koje su potrebne; d) proračun je često brži i jednostavniji, a ta je prednost to veća što je više opterećenja s kojima treba računati.

Kad se želi primijeniti poučak virtualnih pomaka, pretpostavi se orijentacija tražene unutrašnje ili ležajne sile  $S$ . Sustavu se nametne virtualna deformacija određena pomakom na mjestu i u orijentiranom smjeru sile  $S$ , pa se sustav pretvara u mehanizam. Pomak koji pripada sili  $S$  označi se sa  $\delta_s$ , a projekcija pomaka hvatišta neke vanjske sile  $P_k$  na orijentirani smjer te sile sa  $\delta_k$ . Na osnovi poučka virtualnih pomaka vrijedi

$$S \delta_s = \sum_k P_k \delta_k, \quad (86)$$

pa je

$$S = \sum_k \frac{\delta_k}{\delta_s} P_k. \quad (87)$$

Sume se protežu na sve vanjske, uglavnom napadne sile.

Radi pojednostavnjenja analize umjesto  $\delta_s$  računa se s jediničnim bezdimenzijskim pomakom  $\delta = \bar{I}$  na mjestu i u orijentiranom smjeru sile  $S$  te s pripadnom projekcijom  $\delta_k$  pomaka hvatišta sile  $P_k$  na orijentirani smjer te sile. Tako se dobiva

$$S = \sum_k \delta_k P_k = \sum_k s_k P_k = (s) \{P\}, \quad (88)$$

gdje je  $s_k = \delta_k$  utjecajni koeficijent sile  $S$ , dakle  $s_k = S$  u stanju  $P_k^0$ , tj. kada je  $P_k = \bar{I}$  i  $P_j = 0$  za  $j \neq k$ .

*Primjer.* Na dvopoljnu Gerberovu gredu s prepustom djeluje koncentrirana sila  $P_1$ , moment  $P_2$  i podijeljeno opterećenje intenzivnosti  $P_3$  (sl. 51a). Treba odrediti moment savijanja  $M_1$  u presjeku grede ispod sile  $P_1$ .

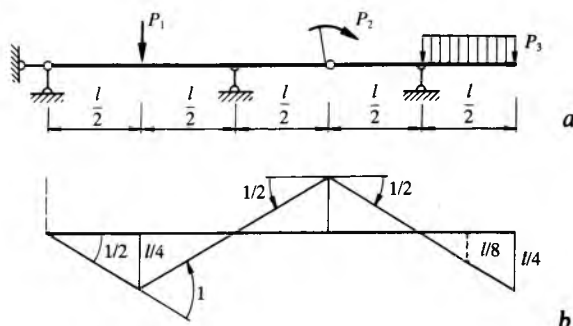
Pretpostavi se da je moment  $M_1$  pozitivan, tj. da u donjem dijelu presjeka uzrokuje vlak. Gredi se na mjestu i u orijentiranom smjeru momenta  $M_1$  nametne jedinični bezdimenzijski pomak (sl. 51b), pa se sustav pretvori u mehanizam. Utjecajni su koeficijenti:

$$m_{11} = \frac{1}{4}, \quad m_{12} = -\frac{1}{2}, \quad m_{13} = \frac{l^2}{16}, \quad (89)$$

a  $M_1$  iznosi:

$$M_1 = \sum_{k=1}^3 m_{1k} P_k. \quad (90)$$

Progibna je linija mehanizma (sl. 51b) ujedno utjecajna linija momenta savijanja  $M_1$  grede.



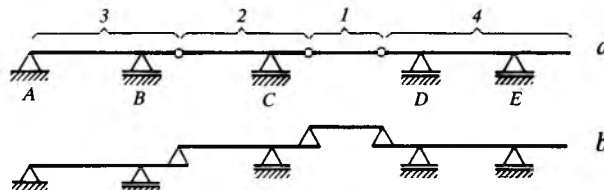
Sl. 51. Dvopoljna Gerberova greda s prepustom

**TIPIČNI FLEKSIJSKI STATIČKI ODREĐENI SUSTAVI**

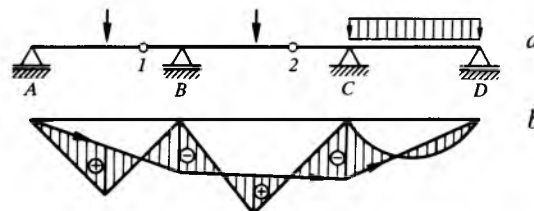
**Sastavljene grede.** Broj zglobova statički određenih sastavljenih greda koje nigdje nisu ukliještene jednak je broju ležaja umanjenom za 2; unutrašnja polja smiju imati najviše dva, a vanjska najviše jedan zglob. Prednost je statički

određenih sastavljenih greda u usporedbi s nizom prostih greda smanjenje momenata savijanja, a mana im je da slom jednog polja može uzrokovati lančani slom nekih ili svih ostalih polja.

*Mehaničko ponašanje* sastavljenih greda pokazat će se, u skladu s raščlambom na osnovne i pridružene dijelove konstrukcije, na primjeru četveropoljne grede na sl. 52a. Element 1 je prosta greda oslonjena na elemente 2 i 4; na nju djeluje samo njezino neposredno opterećenje. Element 2 je greda s prepustom oslonjena na ležaj C i element 3; na nju djeluje njezino opterećenje i ležajna akcija elementa 1. Element 3 je greda s prepustom oslonjena na ležaje A i B; na nju djeluje njezino opterećenje i ležajna akcija elementa 2. Element 4 je greda sa dva prepusta oslonjena na ležaje D i E; na nju djeluju njezino opterećenje i ležajna akcija elementa 1. Opisana hijerarhija elemenata vidi se na sl. 52b.



Sl. 52. Četveropoljna sastavljena greda



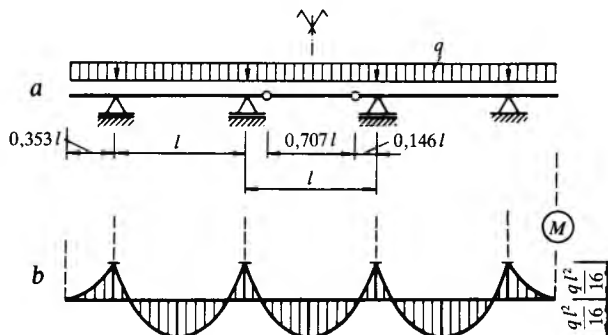
Sl. 53. Polugrafičko utvrđivanje momentnog dijagrama sastavljene grede

*Polugrafičko utvrđivanje unutrašnjih sila* pokazat će se na primjeru tropoljne sastavljene grede (sl. 53a). Svako se polje grede smatra, bez obzira na zglbove, prostom gredom. Skicira se pripadni dijagram momenta savijanja (sl. 53b) i, ako treba, dijagram poprečne sile. U zglobovima moraju momenti savijanja biti jednaki nuli; zato se zaključna linija povlači tako da moment bude na lijevom kraju grede, u zglobovima i na desnom kraju grede jednak nuli. Rezultirajući je momentni dijagram šrafran. Dijagramu poprečne sile, koji odgovara nizu prostih greda, superponiraju se doprinosi ležajnih momenata. U nekom polju duljine  $l$  s momentima  $M_d$  na desnom i  $M_l$  na lijevom kraju taj doprinos iznosi

$$\Delta Q = \frac{M_d - M_l}{l}. \quad (91)$$

Momente treba uvrstiti s pripadnim predznacima.

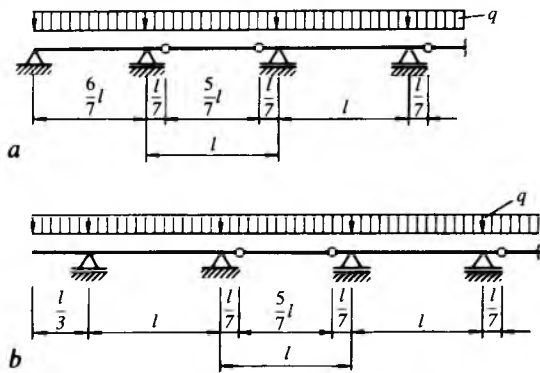
Tropoljna greda s prepustima ima sve poljne i ležajne momente brojčano jednake ako se adekvatno postave zglobovi u srednjem polju i adekvatno odredi duljina prepusta (sl. 54).



Sl. 54. Sastavljena greda s brojčano jednakim poljnim i ležajnim momentima savijanja

Općenito se može približno izjednačenje svih poljnih i ležajnih momenata postići skraćivanjem vanjskih polja (sl. 55a) ili prepustima (sl. 55b). Onda je

$$M \approx \frac{ql^2}{16} \quad (92)$$

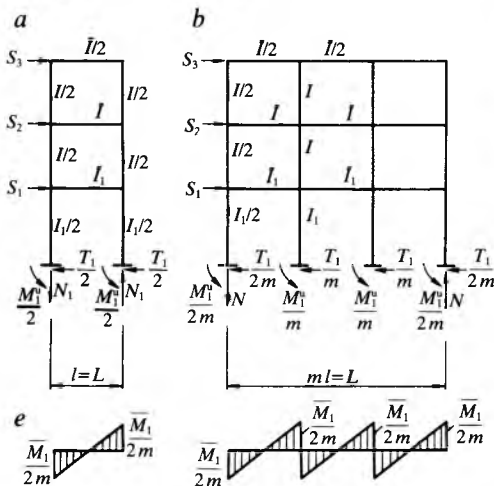


Sl. 55. Povoljan položaj zglobova i povoljne duljine prepusta sastavljenih greda

**Okvirne grede.** Okvirna ili Vierendeelova greda (sl. 56a) mnogostruko je statički i kinematički neodređena. Iskustvo pokazuje da su, ako su stupci u usporedbi s pojasiima relativno kruti, momentne nultočke štapova vrlo bliske polovištima njihovih duljina. Aproximativna se analiza osniva na statički određenom zglobnoj shemi greda (sl. 56b).

Dijagram je gredne poprečne sile  $Q^G$  stepeničast (sl. 56c). Ako su u svakom polju momenti tromosti gornjeg i donjeg pojasa jednaki, gredna se poprečna sila dijeli na oba pojasa u jednake dijelove. Tada su momenti savijanja na krajevima pojasnih štapova (sl. 56d):

$$M_1 = Q_1^G \frac{l_1}{4}, \quad M_2 = Q_2^G \frac{l_2}{4}, \quad M_3 = 0. \quad (93)$$



Sl. 57. Analiza višekatih skeletnih okvira s bočnim opterećenjem

Momenti savijanja na krajevima stupaca iznose

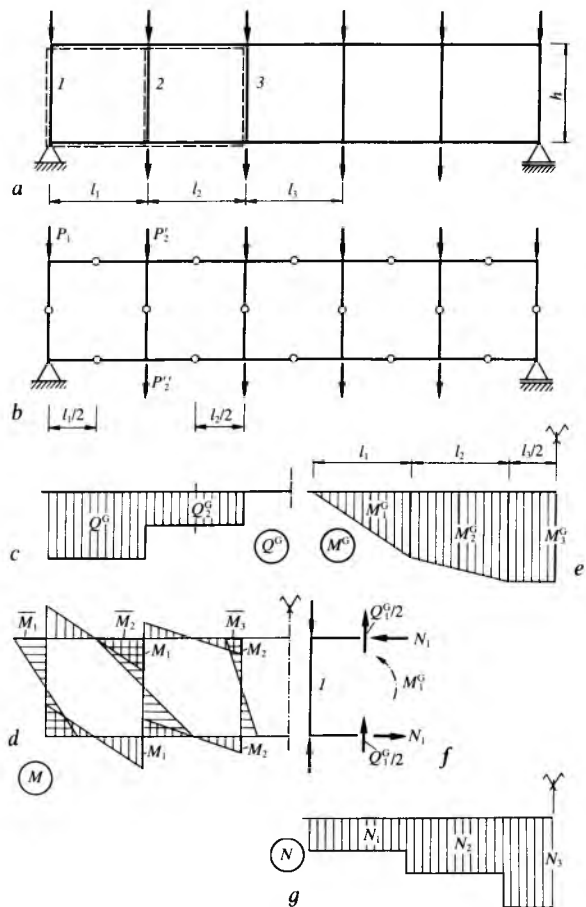
$$\bar{M}_1 = M_1, \quad \bar{M}_2 = M_1 + M_2, \quad \bar{M}_3 = M_2, \quad (94)$$

a njihove poprečne sile

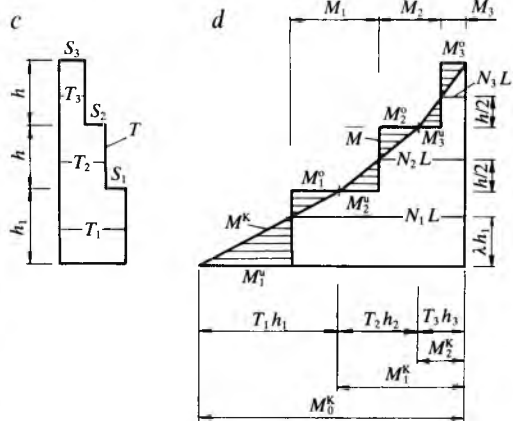
$$\bar{Q}_1 = \frac{2\bar{M}_1}{h}, \quad \bar{Q}_2 = \frac{2\bar{M}_2}{h}, \quad \bar{Q}_3 = \frac{2\bar{M}_3}{h}. \quad (95)$$

Dijagram je grednog momenta savijanja poligonski (sl. 56e). U vertikalnom presjeku grede kroz zglobove u prvom polju (sl. 56f) gredni se moment  $M_1^G$  ostvaruje parom uzdužnih sila  $N_1$  u gornjem i donjem pojasu (sl. 56g):

$$N_1 = \frac{M_1^G}{h}, \quad N_2 = \frac{M_2^G}{h}, \quad N_3 = \frac{M_3^G}{h}. \quad (96)$$



Sl. 56. Okvirna greda



Uzdužne su sile u gornjem pojasu tlačne, a u donjem vlačne. Momenti su savijanja pojasnih štapova najveći u krajnjim poljima, a uzdužne su sile najveće u srednjem polju.

**Slobodni skeletni okviri.** Slobodni, tj. bočno nepridržani višepoljni višekadni skeletni okviri mnogostruko su statički i kinematički neodređeni. Utjecaj bočnog opterećenja približno se može utvrditi tako da se na osnovi iskustva pretpostavi položaj momentnih nultočka u štapovima, pa se na tim mjestima zamisle zglobovi. Tako okvir postaje statički određen. Stvarni se sustav simulira, dakle, statički određenim osnovnim sustavom. Kad su okviri više-manje regularni, napose kad su proporcionirani, nultočke su momenata savijanja približno u polovištima raspona prečaka i u polovištima visina stupova drugoga i viših katova, a u stupovima prvog

kata na udaljenosti  $\lambda h_1$  od donjeg kraja stupa, gdje je  $h_1$  visina prvog kata, a za koeficijent  $\lambda$  uzima se da je 0,8 ako stupovi nisu bitno krući od prečaka.

Određivanje unutrašnjih sila štapova okvira pokazat će se na primjerima jednopoljnog (sl. 57a) i tropoljnog (sl. 57b) trokatnog skeleta. Opterećenje se sastoji od bočnih sila  $S_1, S_2$  i  $S_3$  na kotama prečaka; pripadni je dijagram konzolne poprečne sile  $T$  (sl. 57c) stepeničasta, a pripadni dijagram konzolnog momenta savijanja  $M^K$  (sl. 57d) poligonska linija. Konzolne poprečne sile katova iznose:

$$T_3 = S_3, \quad T_2 = T_3 + S_2, \quad T_1 = T_2 + S_1, \quad (97)$$

a konzolni momenti savijanja na kotama prečaka:

$$M_3^K = 0, \quad M_2^K = T_3 h, \quad M_1^K = M_2^K + T_2 h, \\ M_0^K = M_1^K + T_1 h_1. \quad (98)$$

Zbrojevi momenata savijanja krajeva stupova prvog, drugog i trećeg kata jesu:

$$M_1^a = T_1 \cdot \lambda h_1, \quad M_1^o = T_1(1 - \lambda)h_1, \quad (99)$$

$$M_2^a = M_2^o = T_2 \frac{h}{2}, \quad M_3^a = M_3^o = T_3 \frac{h}{2},$$

a zbrojevi momenata savijanja krajeva prečaka nad prvim, drugim i trećim katom:

$$\bar{M}_1 = M_1^a + M_2^a, \quad \bar{M}_2 = M_2^a + M_3^a, \\ \bar{M}_3 = M_3^a. \quad (100)$$

Unutrašnji stupovi preuzimaju  $1/m$ -ti, a vanjski  $1(2m)$ -ti dio zbrojeva momenata savijanja krajeva stupova na odnosnoj koti. U svakom polju na svaki kraj prečke otpada  $1/(2m)$ -ti dio zbroja momenata savijanja krajeva prečaka na odnosnoj koti;  $m$  je broj polja. Na sl. 57e prikazan je dijagram momenta savijanja najniže prečke.

Uzdružne su sile vanjskih stupova:

$$N_1 = \frac{M_0^K - M_1^a}{L} = \frac{\bar{M}_3 + \bar{M}_2 + \bar{M}_1}{L}, \\ N_2 = \frac{M_1^K - M_2^a}{L} = \frac{\bar{M}_3 + \bar{M}_2}{L}, \\ N_3 = \frac{M_2^K - M_3^a}{L} = \frac{\bar{M}_3}{L}. \quad (101)$$

U unutrašnjim stupovima nema uzdužnih sila, jer se doprinosi prečaka s lijeve i desne strane stupa poništavaju.

Analiza pokazuje da se skelet može smatrati vertikalnom konzolom; manji dio konzolnih momenata savijanja  $M^K$  preuzimaju stupovi savijanjem, a veći dio parom uzdužnih sila. Prečke smanjuju savijanje stupova momentima  $\bar{M}$ . Obično su stupovi najnapregnutiji na svojem donjem kraju, a među prečkama najnapregnutija je najniža.

Kad je skelet jednokatan (sl. 58a i b), može se metodom pomaka lako odrediti točna vrijednost koeficijenta položaja  $\lambda$  zglobova stupova prvog kata. Ako je

$$\varphi = \frac{2\bar{T}h}{Il}, \quad (102)$$

vrijednost je koeficijenta

$$\lambda = \frac{1 + 3\varphi}{1 + 6\varphi}. \quad (103)$$

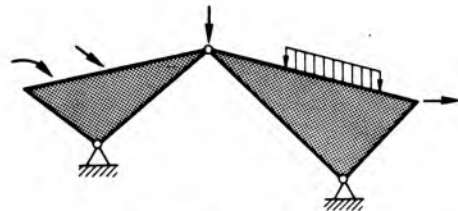
Zbrojevi momenata savijanja donjih  $M^a$  i gornjih  $M^o$  krajeva stupova, zbrojevi momenata savijanja krajeva prečaka  $\bar{M}$  i uzdužne sile vanjskih stupova  $N$  (sl. 58c i d) iznose:

$$M^a = S\lambda h, \quad M^o = S(1 - \lambda)h, \quad \bar{M} = M^o, \quad (104)$$

$$N = \frac{M_0^K - M^a}{L} = \frac{\bar{M}}{L}.$$

**Trozglobni okviri i lukovi.** Trozglobni je okvir sustav sastavljen od dva pravolinijska ili poligonska, a trozglobni luk od dva lučna štapa, pod uvjetom da su oba štapa međusobno spojena i na podlogu pričvršćena zglobovima. Umjesto štاپova mogu se upotrijebiti diskovi. Postoje dvije metode za određivanje ležajnih i unutrašnjih sila.

**Metoda osnovnog sustava.** Opća verzija metode pokazat će se na primjeru sustava dvaju diskova (sl. 59). Zglob koji spaja oba diska zamisli se ukrućenim, tj. zamijeni se krutom vezom, i tako se dobije osnovni, jedinstveni disk odvojen od ležaja. Za određivanje četiriju ležajnih sila postavljaju se tri jednadžbe ravnoteže osnovnog sustava, a četvrtu jednadžbu ravnoteže daje uvjet po kojemu je u stvarnom sustavu moment u srednjem zglobu jednak nuli.



Sl. 59. Trozglobni okvir od dvaju diskova

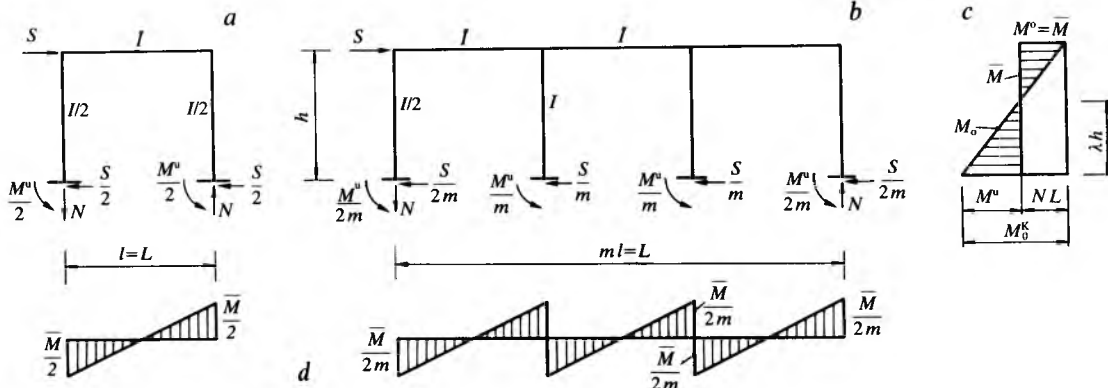
Posebna verzija metode služi za analizu utjecaja vertikalnog opterećenja, a pokazat će se na primjeru trozglobnog okvira (sl. 60a).

Tjemeni se zglob  $C$  ukruti, tj. zamijeni krutom vezom, a jedan se od horizontalnih ležajnih štapića presiječe i njegov utjecaj na okvir zamijeni pripadnom ležajnom silom. Sustav je tada prosta greda na koju djeluju vertikalna opterećenja  $P_1, P_2$  i  $P_3$  i horizontalna ležajna akcija  $H$  (sl. 60b).

Gredni se momenti savijanja  $M^G$  od vertikalnog opterećenja i moment savijanja  $Hf$  od horizontalne ležajne sile superponiraju (sl. 60c), pa je

$$M = M^G - Hf. \quad (105)$$

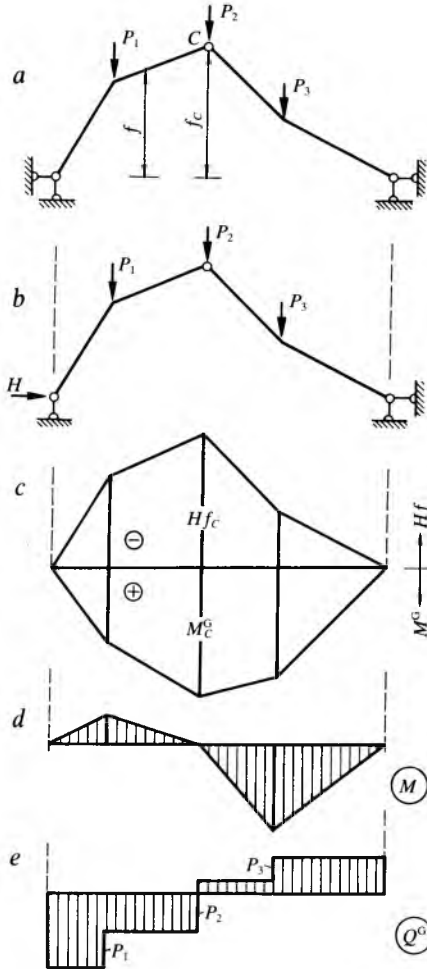
Horizontalni se potisak određuje iz uvjeta da je ukupni moment savijanja  $M_C$  u tjemenu zglobu jednak nuli:



Sl. 58. Analiza jednokatnih skeletnih okvira s bočnim opterećenjem

$$H = \frac{M_C^G}{f_c} \quad (106)$$

Horizontalni potisak, dakle, ne ovisi o obliku okvira, nego samo o položaju zglobova i, dakako, o opterećenju. Što je strelica  $f_c$  tjemnog zgloba manja, dakle što je okvir plići, to je veći horizontalni potisak. U graničnom slučaju ( $f_c=0$ ) okvir je infinitezimalno oblikovno izmjenljiv, i tako neupotrebljiv.



Sl. 60. Analiza trozglobnog okvira metodom osnovnog sustava

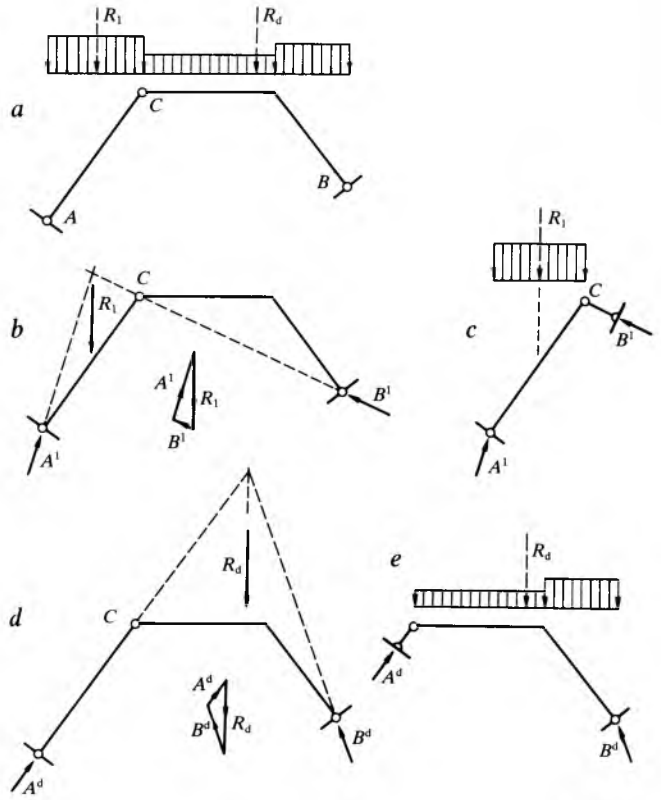
Superpozicija momenata savijanja prikazana dijagramom momenta savijanja (sl. 60d) pokazuje da su momenti savijanja  $M$  okvira mnogo manji od momenata savijanja  $M^G$  odnosne proste grede. To je osnovna prednost okvira prema gredi.

Ako je okvir oblikovan prema potpornoj liniji za zadano opterećenje, vrijednosti su  $M^G$  i  $Hf$  uzduž cijelog raspona jednake, ali suprotna predznaka, pa u poprečnim presjecima štapova nema ni momenata savijanja ni poprečnih sila. Prema tome, želi li se da posvuda uzduž sustava bude  $M=0$ , os luka mora biti slična liniji momenta  $M^G$ .

Dijagram gredne poprečne sile  $Q^G$  (sl. 60e) služi za određivanje uzdužnih i poprečnih sila okvira odnosno luka.

**Metoda odvojenih proračuna obaju dijelova sustava.** Metoda će se prikazati na primjeru trozglobnog okvira (sl. 61a).  $R_1$  i  $R_d$  su rezultante opterećenja s lijeve i desne strane srednjeg zgloba  $C$ .

Najprije se analizira utjecaj opterećenja s lijeve strane tjemnog zgloba  $C$  (sl. 61b). Kako dio sustava desno od  $C$  nije opterećen, ležajna sila  $B^1$  i njoj jednaka interakcijska sila u srednjem zglobu djeluju uzduž pravca  $BC$ . Dio  $AC$  sustava djeluje kao prosta greda s pripadnim opterećenjem (sl. 61c). Zatim se određuje utjecaj opterećenja s desne strane srednjeg zgloba (sl. 61d). Kako dio sustava lijevo od  $C$  nije opterećen,

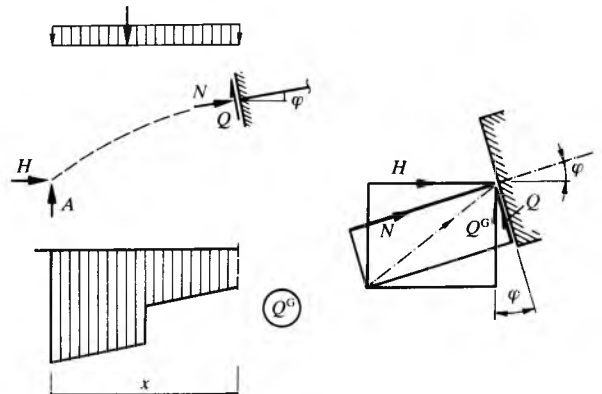


Sl. 61. Analiza trozglobnog okvira metodom odvojenih proračuna obaju dijelova

ležajna sila  $A^d$  i njoj jednaka interakcijska sila u srednjem zglobu djeluju uzduž  $AC$ . Dio  $BC$  sustava djeluje kao prosta greda s pripadnim opterećenjem (sl. 61e).

**Uzdužna i poprečne sile.** Ako je opterećenje vertikalno, uzdužna se sila  $N$ , pozitivna ako je tlačna, i poprečna sila  $Q$  nekog presjeka određuju projiciranjem horizontalne ležajne sile  $H$  i gredne poprečne sile  $Q^G$  u tom presjeku na os ili na okomicu na os štapa, odnosno na tangentu ili na normalu na os štapa kad se radi o lučnom štapu (sl. 62), pa je

$$Q = Q^G \cos \varphi - H \sin \varphi, \quad N = Q^G \sin \varphi + H \cos \varphi. \quad (107)$$



Sl. 62. Uz određivanje uzdužne i poprečne sile u poprečnom presjeku okvira ili luka

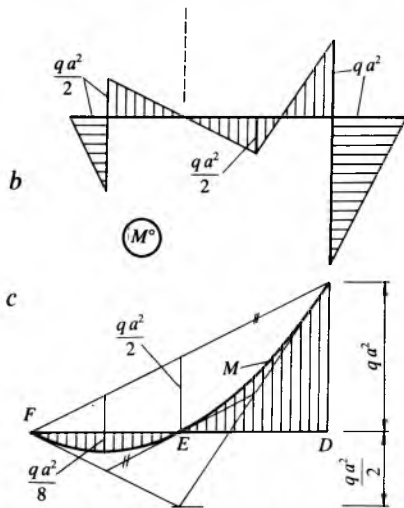
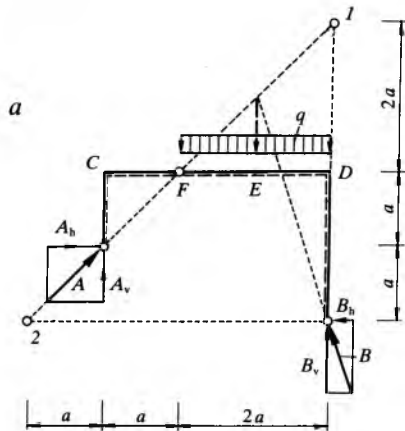
**Primjer.** Treba konstruirati dijagram momenta savijanja trozglobnog okvira s horizontalnom prečkom i vertikalnim stupovima različite visine ako na dijelu prečke djeluje jednoliko raspodijeljeno opterećenje intenzivnosti  $q$  (sl. 63a). Analiza je jednostavna jer se opterećenje nalazi samo na jednoj strani srednjeg zgloba. Najprije se raspodijeljeno opterećenje zamijeni svojom rezultantom. Reakcije se  $A_v, A_h, B_v$  i  $B_h$  odrede iz uvjeta prema kojem su zbrojevi momenata s obzirom na točke 1 i 2 te zbrojevi vertikalnih i horizontalnih sila sustava jednaki nuli. Iz tih se uvjeta dobiva:

$$\begin{aligned} \sum M_{(1)} = 0 &\rightarrow B_h = \frac{1}{2} q a, \\ \sum M_{(2)} = 0 &\rightarrow B_v = \frac{3}{2} q a, \end{aligned} \quad (108)$$

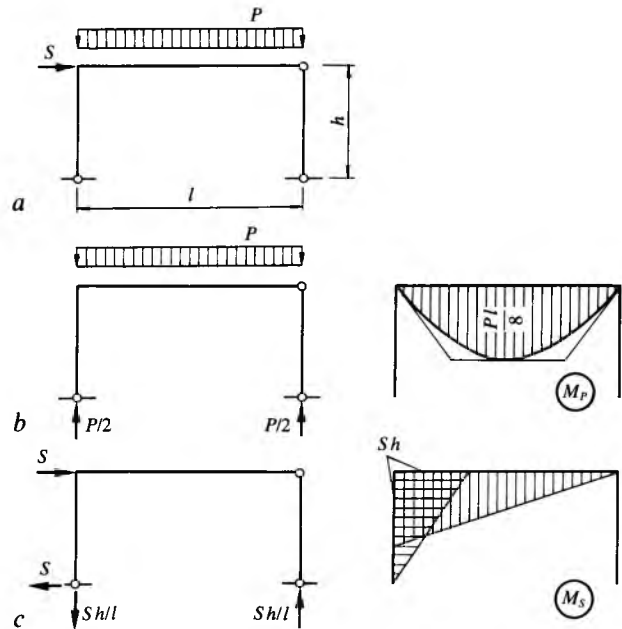
$$\sum H = 0 \rightarrow A_h = B_h = \frac{1}{2} q a,$$

$$\sum V = 0 \rightarrow A_v = \frac{1}{2} q a. \quad (108)$$

Točke 1 i 2 su tako odabrane da pripadne jednadžbe sadrže samo po jednu nepoznicu. Pomoću tih veličina određuju se ekstremni momenti savijanja i momentni dijagram  $M^0$  (sl. 63b). Na dijelu  $FD$  prečke momentni dijagram treba još modificirati, jer je opterećenje zapravo raspodijeljeno, a ne koncentrirano (sl. 63c).



Sl. 63. Primjer troglobnog okvira

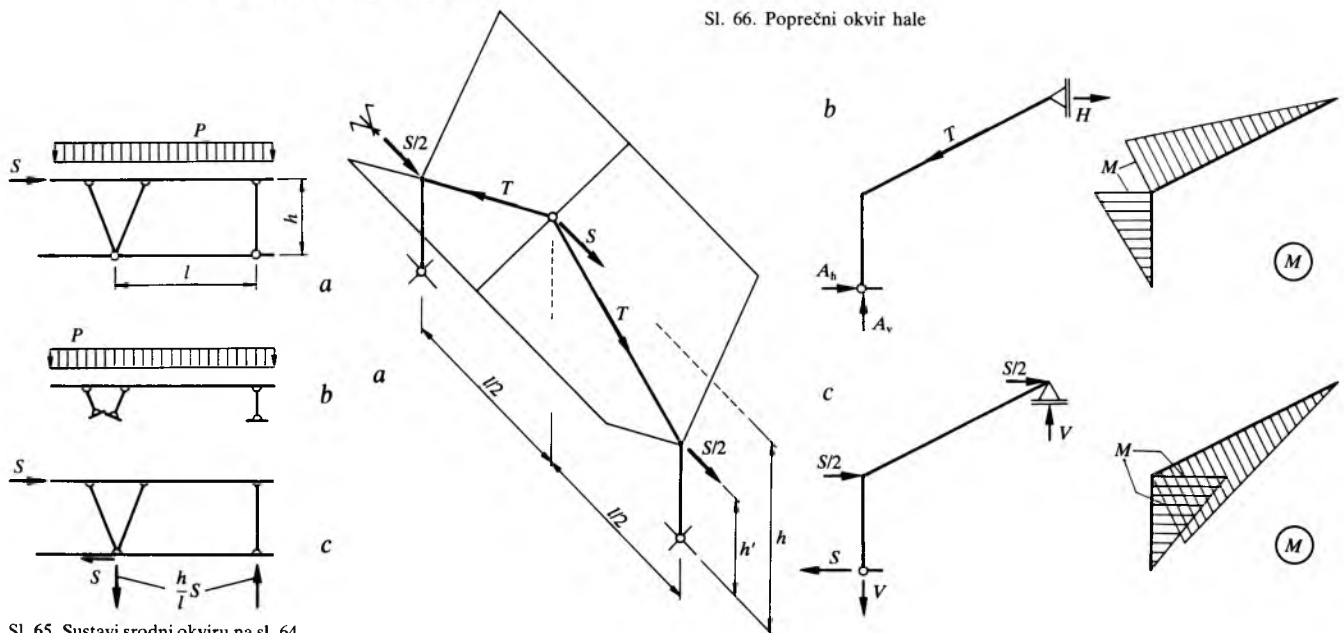


Sl. 64. Poseban slučaj troglobnog okvira

**Poseban troglobnog okvir.** Sustav od prelomljene proste grede i pendel-stupa (sl. 64a) graničan je slučaj troglobnog okvira. Pri vertikalnom opterećenju ukupne vrijednosti  $P$  prečka se ponaša kao prosta greda (sl. 64b), a horizontalnog potiska nema. Sva se horizontalna sila  $S$  prenosi u lijevi ležaj, a pendel-stup je napregnut samo aksijalnom tlačnom silom (sl. 64c).

Sustav na sl. 65a razlikuje se od opisanoga u tome što je lijevi stup raščlanjen u dva pendel-stupa. Za vertikalno opterećenje prečka se ponaša kao dvopoljna greda s prepustima (sl. 65b), a za horizontalno je opterećenje sustav statički određen (sl. 65c).

**Troglobnog okviru koji nose ljske.** Na sl. 66a vidi se isječak hale od hiperbolično-paraboloidnih ljsaka sa sljemenom u obliku slova I i od poprečnih troglobnih okvira. Gravitacijsko opterećenje djeluje na prečke okvira silama  $T$ , a potresna eksitacija tla u poprečnom smjeru hale uzrokuje masene sile  $S/2$  i  $S$ . Utjecaj gravitacijskog opterećenja analizira se prema mehaničkoj shemi na sl. 66b, pa se iz uvjeta ravnoteže dobiva



Sl. 65. Sustavi srodni okviru na sl. 64

Sl. 66. Poprečni okvir hale

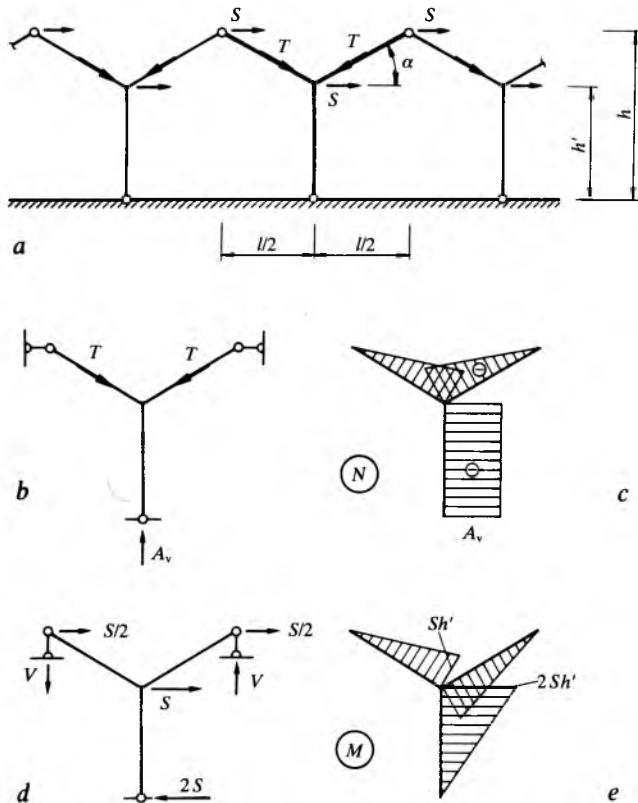
$$H = \frac{h' \cos \varphi}{h} T,$$

$$A_h = \left(1 - \frac{h'}{h}\right) \cos \varphi \cdot T, \quad A_v = \sin \varphi \cdot T, \quad (109)$$

$$M = A_h \cdot h'.$$

Analogna analiza utjecaja bočnog opterećenja (sl. 66c) daje

$$V = \frac{h+h'}{l} S, \quad M = Sh'. \quad (110)$$



Sl. 67. Uzdužni okvir hale

Nosiva konstrukcija u uzdužnim fasadama spomenute hale sastoji se od niza viljuškastih stupova koji su međusobno i na podlogu spojeni zglobovima (sl. 67a). Sile  $T$  potječu od gravitacijskog opterećenja, a sile  $S$  od potresne ekscitacije tla u uzdužnom smjeru hale. Pri gravitacijskom opterećenju viljuškasti stupovi ne utječu jedan na drugog, pa se svaki analizira sam za sebe (sl. 67b). Svi su krakovi stupa tlačeni (sl. 67c). U gornjim krakovima tlačna sila raste linearno od nule na vrhu do vrijednosti  $T$  u srednjem čvoru, a u vertikalnom je kraku jednaka reakciji

$$A_v = 2T \sin \alpha. \quad (111)$$

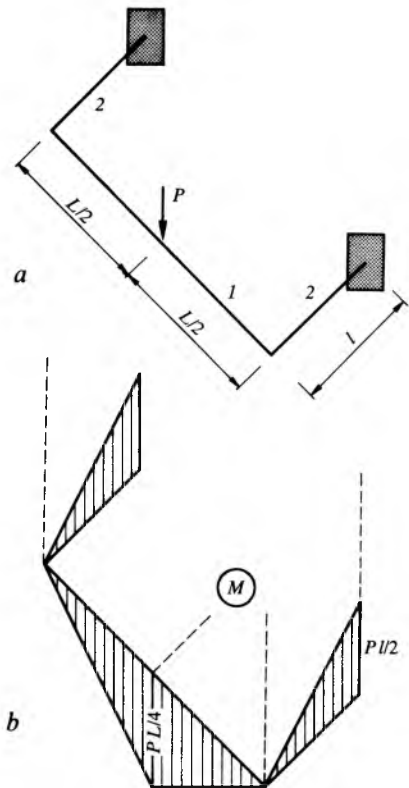
Pri bočnom opterećenju viljuškasti stupovi pružaju jedan drugome vertikalni ležaj (sl. 67d). Moment opterećenja  $S(h+h')$  s obzirom na ležaj  $A$  uravnotežuje se momentom para reakcija  $Vl$ , pa je

$$V = \frac{h+h'}{l} S. \quad (112)$$

Momenti savijanja krakova rastu linearno od nule na vanjskim krajevima do maksimalnih vrijednosti u srednjem čvoru (sl. 67e).

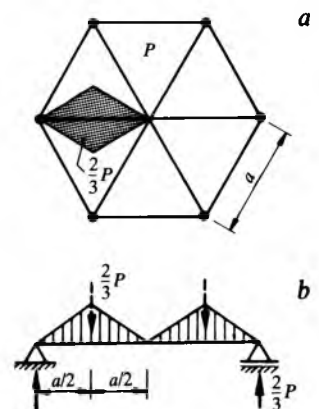
**Ravninski sustavi opterećeni okomito na svoju ravninu. Primjer 1.** Horizontalni je okvir opterećen vertikalnom silom (sl. 68a). Ako je greda 1 pričvršćena na grede 2 vertikalnim zglobovima ili ako je torzijska krutost greda 2 zanemariva, greda 1 je prosta greda, a grede 2 su konzole opterećene akcijom greda 1 (sl. 68b).

**Primjer 2.** Pravilnošesterokutan strop sastoji se od roštilja triju greda, obodne prstenaste grede i ploče koja leži na gredama. Grede se oslanjaju na



Sl. 68. Horizontalni okvir opterećen vertikalnom silom

stupove u vrhovima stropa. Opterećenje je jednoliko raspodijeljeno po cijelom stropu i iznosi  $P$  po polju (sl. 69a). Zbog cikličke simetrije sustava sve su tri grede roštilja jednake i jednako opterećene te prema tome ne utječu jedna na drugu. Njihovo je opterećenje trokutno raspodijeljeno (sl. 69b). Reakcije i rubne poprečne sile iznose  $2P/3$ , a maksimalni moment savijanja u polovitu raspona  $(2P/3)(a/2) = Pa/3$ .



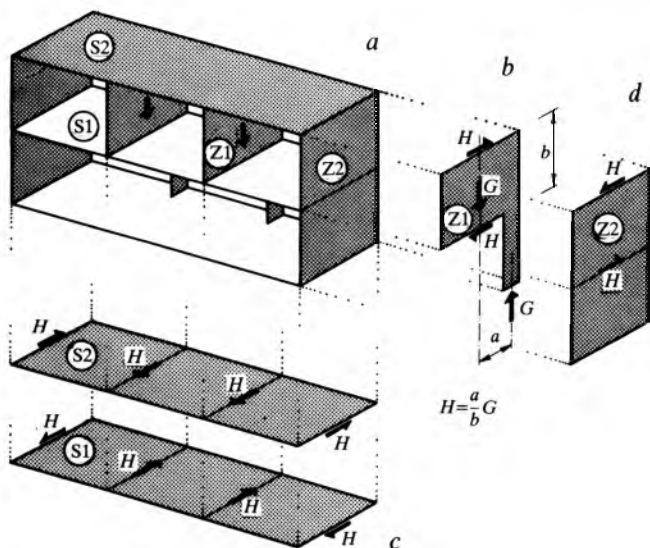
Sl. 69. Roštilj greda pravilnošesterokutnog stropa

**Prostorni sustav. Primjer 1.** Osnovna nosiva konstrukcija dvokatne zgrade sastoji se od dvaju unutrašnjih zidova Z1 u prvom katu, dvaju bočnih zidova Z2 koji sežu od vrha zgrade do temelja te stropova S1 i S2 (sl. 70a). Treba analizirati prijenos gravitacijskog opterećenja  $G$  zidova Z1 (sl. 70b) koje potječe od vlastite težine zida te stalnog i korisnog opterećenja na pripadnim površinama stropova. Ekscentrični stup na kojem stoje zidovi Z1 smatra se sposobnim da preuzme samo uzdužnu, ali on ne može preuzeti poprečnu silu i moment savijanja. Radi se, dakle, o pendel-stupu. Na osnovi uvjeta ravnoteže vertikalnih sila (sl. 70b) uzdužna sila pendel-stupa iznosi  $G$ . Akcija  $G$  i reakcija  $G$  čine par sila kojemu je moment  $Ga$ . Taj se moment uravnotežuje momentom  $Hh$  para interakcijskih sila  $H$  na gornjem i donjem kraju zida. Stropovi prenose sile  $H$ , djelujući u svojoj ravnini kao proste grede (sl. 70c), na bočne zidove (sl. 70d), a oni ih, djelujući kao konzole upete u temelj, prenose u tlo.

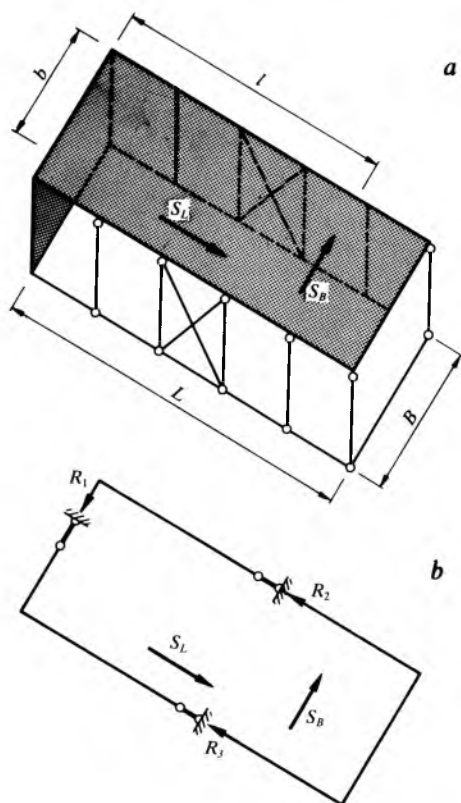
**Primjer 2.** Krov hale bočno je pridržavan čelnim zidom i dvjema spregama, te je u svojoj ravnini opterećen silama  $S_B$  i  $S_L$  (sl. 71a). Zid i spregre su kruti, dakako, samo u svojoj ravnini. Analiza mehaničke sheme krovnog diska (sl. 71b) daje reakcije

$$R_1 = S_B, \quad R_2 = -\frac{l}{B} S_B + \left(1 - \frac{b}{B}\right) S_L, \quad R_3 = \frac{l}{B} S_B + \frac{b}{B} S_L \quad (113)$$

koje su, samo suprotno orijentirane, i akcije na vertikalne ukrutne elemente.



Sl. 70. Konstrukcija zgrade od zidova i stropova



Sl. 71. Konstrukcija hale

**STATIČKI ODREĐENE REŠETKE**

Rešetkaste konstrukcije, ukratko rešetke, jesu konstrukcije od pravocrtnih štapova koji su u čvorovima centrično zglobno spojeni i na koje vanjske, tj. napadne i ležajne, sile djeluju samo u čvorovima. Štapovi su rešetaka napregnuti samo aksijalno, dakle na vlak ili tlak.

U inženjerskoj su praksi spojevi štapova u čvorovima najčešće kruti, a ne zglobni. Zglobni su čvorovi, dakle, idealizacija stvarnog stanja. Istraživanja su, međutim, pokazala da ta idealizacija vrlo dobro simulira stvarno ponašanje konstrukcije.

**Formiranje rešetaka.** Tri štapa u ravnini međusobno spojena zglobovima čine najjednostavniju, trokutnu, ravninsku rešetku. Već postojećoj rešetki mogu se, u istoj ravnini, dodavati trokuti tako da se toj rešetki, sukcesivno, na dva njezina zgloba priključe dva štapa koji se na nasuprotnom

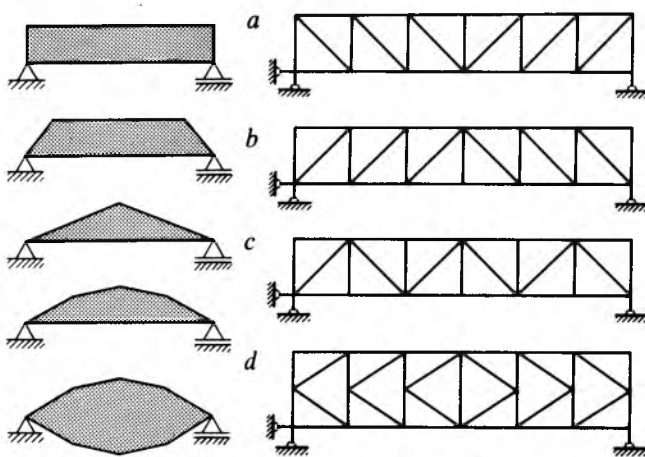
kraju spoje zglobom. Tako formirane rešetke od trokutnih jedinica zovu se *proste ravninske rešetke*.

Šest štapova u prostoru međusobno spojenih zglobovima čine najjednostavniju, tetraedarsku, prostornu rešetku. Već postojećoj takvoj rešetki mogu se dodavati tetraedri tako da se, sukcesivno, na tri njezina zgloba priključe tri štapa koji se na nasuprotnom kraju spoje zglobom. Tako formirane rešetke od tetraedarskih jedinica zovu se *proste prostorne rešetke*.

Proste su rešetke interno statički određene, a ako su statički određeno oslonjene, one su i eksterno statički određene.

Rešetke se sastoje od pojasnih štapova i štapova ispune. Štapovi ispune su dijagonale ili dijagonale i stupci.

Prema obliku oboda ravninske su rešetke najčešće pravokutne, trapezne, trokutne, poligonske ili lećaste (sl. 72). Prema dispoziciji dijagonala razlikuju se Prattove (sl. 73a), Howeove (sl. 73b), Warrenove (sl. 73c) i K-rešetke (sl. 73d). Dijagonale su Prattove rešetke pri gravitacijskom opterećenju zategnute, Howeove rešetke pritisnute, a Warrenove rešetke naizmjenično pritisnute i zategnute. Najduži su štapovi Prattove rešetke zategnuti, a Howeove pritisnuti. S gledišta izvijanja i utroška materijala Prattova rešetka je povoljnija od Howeove.



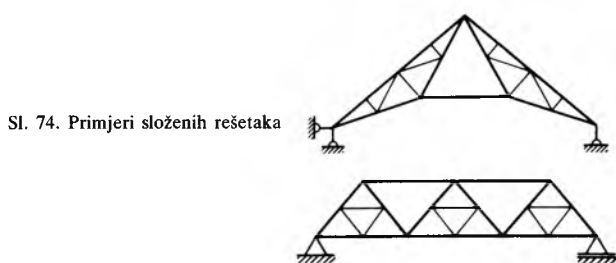
Sl. 72. Rešetke različitih oblika

Sl. 73. Rešetke s različitim dispozicijama dijagonala

Ako se u prostoj rešetki zamijeni jedan ili više štapova sekundarnom prostom rešetkom ili ako se u prostu rešetku ugradi sekundarna prosta rešetka, dobiva se *složena rešetka* (sl. 74). Tada se polazna rešetka u odnosu prema složenoj naziva osnovnom. Složena rešetka može imati štapove koji su samo u sklopu osnovne rešetke, štapove koji su samo u sklopu sekundarnih rešetaka ili štapove koji su u sklopu i osnovne i sekundarne, odnosno sekundarnih rešetaka.

S gledišta statičkog sustava ravninske rešetke mogu biti jednopoljne i višepoljne grede, okviri ili lukovi.

Rešetke moraju biti geometrijski stabilne, tj. ne smiju biti ni konačno ni infinitezimalno pomične. Rešetka je konačno pomična ako ima nedovoljno štapova i/ili ležajnih štapića ili ako ima dovoljno ili više štapova i ležajnih štapića, ali ih u nekom dijelu rešetke ima previše, a u drugom premalo. Ravninska je rešetka pomična ako se može raščlaniti u dva dijela presijecanjem triju štapova kojima su osi konkurentne ili paralelne. Prostorna je rešetka pomična ako se može



Sl. 74. Primjeri složenih rešetaka