

b) *Recipročna jednadžba 4. stupnja* je oblika  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$  ili oblika  $ax^4 + bx^3 - bx - a = 0$ . Prvi se rješava tako da se lijeva strana napiše u obliku  $(x - 1) \cdot [a(x + 1)(x^2 + 1) + bx(x + 1)] = 0$ , čime se dana jednadžba raspada na jednadžbe  $x - 1 = 0$ ,  $ax^3 + (a + b)x^2 + (a + b)x + a = 0$ ; druga je kubna recipročna jednadžba i rješava se prema a). Drugi oblik recipročne jednadžbe 4. stupnja rješava se tako da se stavi

$$x + \frac{1}{x} = y, \text{ što daje } ay^2 + by + (c - 2a) = 0; \text{ rješenja } y_1, 2 \text{ te}$$

kvadratne jednadžbe uvrste se redom u kvadratnu jednadžbu  $x^2 - xy + 1 = 0$ , odakle se dobivaju 4 rješenja za dane recipročne jednadžbe.

c) *Recipročna jednadžba 5. stupnja* je oblika  $ax^5 + bx^4 + cx^3 \pm dx^2 \pm bx \pm a = 0$ . Rješava se tako da se lijeva strana napiše u obliku  $(x \pm 1)[a(x^4 \mp x^3 + x^2 \mp x + 1) + bx(x^2 \mp x + 1) + cx^2] = 0$ , čime se zadana recipročna jednadžba raspada na jednadžbe  $x \pm 1 = 0$  i  $ax^4 + (b \mp a)x^3 + (a \mp b + c)x^2 + (b \mp a)x + a = 0$ ; druga je recipročna jednadžba 4. stupnja, pa se rješava prema b).

**Sistem kvadratne i linearne jednadžbe** sa 2 nepoznanice  $a x^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ ,  $g x + hy + k = 0$ , koeficijenti kompleksni brojevi, rješava se tako da se iz linearne jednadžbe jedna nepoznanica izrazi s pomoću druge, uvrsti u kvadratnu, i riješi dobivena kvadratna jednadžba s jednom nepoznanicom; odgovarajuća vrijednost druge nepoznanice dobije se iz linearne jednadžbe.

**Sistem od dvije kvadratne jednadžbe** sa 2 nepoznanice rješava se tako da se iz jedne jednadžbe jedna nepoznanica izrazi s pomoću druge i uvrsti u drugu jednadžbu; time se zadani sistem svodi na rješavanje jedne jednadžbe 4. stupnja s jednom nepoznanicom.

*Sistem od dvije homogene kvadratne jednadžbe* sa 2 nepoznanice je oblika  $a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1 = 0$ ,  $a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2 = 0$ . Rješava se tako da se najprije uvede pomoćna nepoznanica  $z$  sa  $y = zx$ , što za  $z$  daje kvadratnu jednadžbu  $d_2(a_1 + b_1z + c_1z^2) - d_1(a_2 + b_2z + c_2z^2) = 0$ . Rješenja  $z_1, z_2$  uvrste se redom u  $x^2(a_1 + b_1z + c_1z^2) + d_1 = 0$  ili u  $x^2(a_2 + b_2z + c_2z^2) + d_2 = 0$ ; odatle se dobivaju 4 rješenja za nepoznanicu  $x$ . Odgovarajuće vrijednosti nepoznanice  $y$  nalaze se tada iz jedne od jednadžbi zadanoj sistema.

LIT. Od novijih prikaza klasične algebre: O. Perron, Algebra, Berlin 1951. — A. G. Kuroš, Kurs visocijenih algebri, Moskva 1956. — Za modernu algebru: B. L. van der Waerden, Moderne Algebra, Berlin 1937. — G. Birkhoff i S. Mac Lane, A survey of modern algebra, New York 1958. — N. Jacobson, Lectures in abstract algebra, New York 1951/3. — Najmoderna dijela: N. Bourbaki, Algèbre, Paris 1948/55; C. Chevalley, Fundamental concepts of algebra, New York 1956.

V. De.

**ARMIRANI BETON**, kombinacija dva materijala, betona i čelika, kojom se postiže povećanje moći nošenja betonskih konstruktivnih elemenata ili konstrukcija.

Ta su dva materijala po svojim osobinama sasvim različita: beton je složen od agregata, cementa i vode, elastičan samo za kratkotrajna opterećenja, a čelik je jedinstven materijal s određenim fizičkim osobinama, elastičan u određenim granicama za sve vrste naprezanja. Saradnju ta dva tako različita materijala omogućuju ove njihove osobine: 1) beton i čelik imaju gotovo isti koeficijent termičkog izduženja, 2) beton se pri stvrdnjavanju skuplja i time izaziva izvestan pritisak po obimu čeličnih šipki kojima je armiran, pa se tako postiže prisnost dodira između betona i čelika, 3) beton prianja u izvesnoj meri za čelik, čime se postiže prenošenje napona na čelik i obratno, 4) beton, svojom alkalnom reakcijom i ne dopuštaći pristup vazduha, zaštićuje čelik od rđanja.

#### PODLOGE ZA PRORAČUNAVANJE

**Naponi i deformacije.** Spoljni uticaji koji naprežu neki konstruktivni element izazivaju u njemu unutrašnje sile. Te su unutrašnje sile po preseku raspoređene i po nekom određenom zakonu. Kao karakteristično unutrašnje opterećenje uzima se opterećenje na jedinicu površine i naziva se *napon*. Naponi su *normalni* ili *smičući*, prema tome da li su upravni na presek ili padaju u sam presek. Normalni naponi su ili *zatezanja* ili *pritisici*. Smičući se naponi razlikuju prema pravcima njihova delovanja. U armiranom betonu pritisak se obično označava kao pozitivan napon, a zate-

zanje kao negativan; to je, inače, stvar konvencije. Prema izabranom koordinatnom sistemu i znacima normalnih naponu dobiju se znaci i za smičuće napone.

Svaki napon izaziva deformaciju materijala. Zatezanja izazivaju izduženja — dilatacije; pritisici izazivaju skraćenja — negativne dilatacije. Smičući naponi izazivaju relativna pomeranja dva uzastopna preseka. Kad se ovo relativno pomeranje podeli sa dužinom između posmatranih preseka, dobija se ugao deformacije, odnosno smicanje posmatranih preseka. Često se čuje u praksi za smičući napon skraćen izraz *smicanje*, kao što se za normalne napone govoriti kratko: *pritisak i zatezanje*.

**Dijagrami napona i deformacija.** Algebarski izraz za napon jest

$$\sigma = \frac{P}{F}. \quad (1)$$

$P$  je sila, izražena u kilopondima ili u megapondima,  $F$  je površina preseka na koji deluje sila  $P$ , izražena u kvadratnim centimetrima ili metrima. Prema tome se za napon  $\sigma$  piše da je u  $\text{kp/cm}^2$  ili  $\text{Mp/m}^2$ . Svaki napon prati odgovarajuću deformaciju. Prizmatičan štap dužine  $l$  skraćuje se ili izdužuje pod delovanjem napona pritisaka, odnosno zatezanja  $\sigma$  za dužinu  $\Delta l$ . Ukupna je dužina posle naprezanja štapa  $l + \Delta l$ . Odnos  $\frac{\Delta l}{l} = \epsilon$  je *specifična deformacija*, ili, skraćeno, samo deformacija.  $\Delta l$  se naziva *izduženje* ili *skraćenje* štapa, prema tome da li su naponi zatezanja ili pritisici. Veza između napona i deformacija utvrđena je opažanjima i izražena *Hookeovim zakonom* proporcionalnosti između ovih veličina

$$\epsilon = \alpha \sigma = \frac{1}{E} \sigma. \quad (2)$$

Young je konstantu proporcionalnosti izrazio formulom  $\alpha = \frac{1}{E}$ . Konstanta  $E$  naziva se *modul elastičnosti*. Ona ima dimenzije napona i predstavlja idealizovani napon koji bi udvostručio osnovnu dužinu prizmatičkog štapa. To se vidi iz (2), jer je  $\epsilon = 1$  kada je  $\sigma = E$ , a  $\epsilon = 1$  daje  $\Delta l = l$ . Pritisnut štap bi pod dejstvom napona  $\sigma = E$  trebalo da izgubi dužinu. To je, prirodno, samo ilustracija.

Presek napregnutoga prizmatičkog štapa menja svoje dimenzije pod dejstvom zatezanja, odnosno pritisaka; presek se »skuplja«, odnosno »bubrli«. Ovu je pojavu definisao Poisson: poprečna kontrakcija pod dejstvom zatezanja, odnosno poprečna dilatacija pod dejstvom pritisaka, iznosi  $m$ -ti deo od podužnih deformacija.

Tako je  $\epsilon_p = \frac{\epsilon}{m}$ . Uobičajenija je oznaka  $\mu = \frac{1}{m}$ .  $\mu$  se naziva Poissonov koeficijent, a  $m$  Poissonov broj.

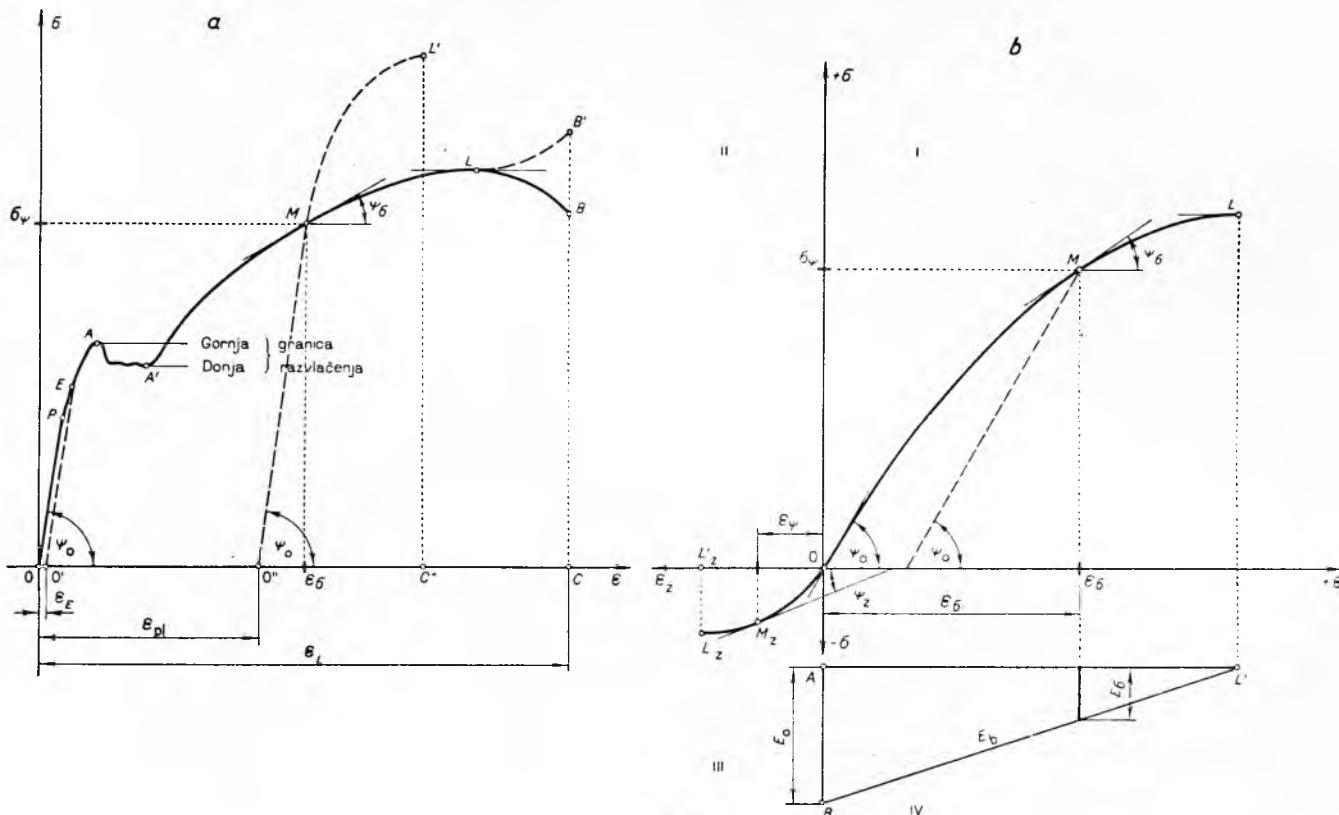
Na sl. 1a prikazan je dijagram  $\sigma, \epsilon$  za čelik. Dijagram je u oblasti važenja proporcionalnosti (Hookeova zakona) prava linija, od  $O$  do  $P$ . Tačka  $P$  naziva se *granica proporcionalnosti*. Od tačke  $P$  do tačke  $E$  dijagram je krivolinijski, ali se prilikom rasterećenja ovaj krivolinijski odnos zadržava. Tačka  $E$  bi trebalo da se nalazi na onom graničnom mestu gde bi, posle rasterećenja, krivolinijski deo dijagrama bio narušen i kazaljka koja u hidrauličkim presema za oglede crta dijagram  $\sigma, \epsilon$  po pravoj se vratila na neki drugi početak  $O'$ , ali tako da je  $\overline{O'O'} = 0$ . Ovakva fizički definisana granica elastičnosti tehnički je teško odredljiva. Zato je izabrana za granicu elastičnosti ona tačka kod koje veličina  $\overline{O'O'} = \epsilon_E$ , plastična deformacija, iznosi  $0,2\%$ . Posle tačke  $E$  povratne su deformacije pravolinjske i paralelne sa  $OP$ . Deformacija  $\epsilon_{pl}$  je plastična i ona ostaje i posle rasterećenja. Šipka je posle rasterećenja duga  $l_q = l + \Delta l = l(1 + \epsilon_{pl})$ . Da bi se dobio utisak o veličini  $\Delta l$ , uzima se da je  $\epsilon_{pl} = 0,08$ , pa je  $l_q = 1,08 l$ . Za tačku  $E$  dužina iznosi  $l_{qE} = 1,002 l$ .

Modul elastičnosti dat je po Youngu sa  $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ . U elastičnom delu on je prikazan sa  $\text{tg } \psi_0 = E$ .

Deformacija između  $A$  i  $A'$  zove se *zona razvlačenja*. Posle tačke  $A'$  nastaje *zona očvršćavanja*, jer materijal pokazuje povećanje čvrstoće sa raščenjem deformacija. Teme krive  $L$  označava početak loma epruvete; konačan prekid je kod  $B$ . Od  $L$  do  $B$  kriva pada;

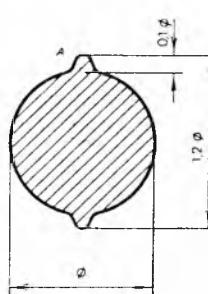
to je zato što se računski napon dobija sa nepromenljivim presekom epruvete. Ako se uvede u svakom momentu stvarni presek, dobiće se kriva napona i deformacija je prikazana sa  $LB'$ .

šipki dvostruko veći za Tor-čelik no za obični. Ovo povećanje usidrivočnosti znatno usporava pojavu prslina na elementima armiranim uopšte rebričastim profilima.



Sl. 1

U plastičnoj oblasti modul elastičnosti je prikazan sa  $\operatorname{tg} \psi_o = E_o$ . U toj oblasti modul elastičnosti nije konstanta već se menja sa promenom napona. Modul elastičnosti pri rasterećenju uvek je konstantan. Pri ponovnom opterećenju naponi i deformacije su proporcionalni sve do tačke  $M$ . Ova tačka onda predstavlja povišenu granicu elastičnosti (to je otkrio Bauschinger). Sa koordinatnim početkom u  $O''$ , preko  $M$  do  $L'$  tačkasti dijagram predstavlja nov čelik, dobijen razvlačenjem u hladnom stanju. Izbor tačke  $M$  je proizvoljan; ali se on uzima u industriji čelika obradenih na hladno da je 50% iznad tačke  $E$ . Tako se izvlačenjem na hladno dobijaju čelici kojima je nosivost veća za 50%. Ovako dobijeni čelici krči su nego oni od kojih su proizvedeni. Mera žilavosti čelika je površina omeđena linijama  $OAA'MLBCO$  za primarni čelik, a površinom  $O''ML'C''O$  za čelik dobijen obradom na hladno. Povećana karakteristika čelika obradenog na hladno dobija se samo za naprezanje na zatezanje. Za pritiske se karakteristike čak smanjuju. Zbog toga se ovakvi čelici upotrebljavaju u elementima koji imaju režim napona pogodan za takav tretiranje čelik. On se zbog krtosti, smanjene žilavosti, ne upotrebljava u konstrukcijama koje imaju izražene dinamičke uticaje; za takve se konstrukcije upotrebljavaju primarni čelici odabranih karakteristika koje se postižu metalurškom tehnologijom. Danas je najviše u upotrebi Tor-čelik, obraden na hladno upredanjem šipaka okruglog profila. Ovi profili razlikuju se od normalnih jer imaju na jednom prečniku uprčasto pojačanje za  $0,1 \text{ } \varnothing$ . Upredanjem tačke  $A$ , sl. 2, stoje na helikoidalnoj liniji. Kad hod helikoide iznosi oko  $6,5 \text{ } \varnothing$  a dužina upredane šipke ostaje stalna, postignuto je željeno razvlačenje. Razna preduzeća rade još razne plastične, rebra i slično, da bi se povećala usidrivočnost šipaka u betonsku masu. Ovim se postiže takva efikasnost da su dopušteni smičući naponi po obimu



Sl. 2

Na sl. 1b prikazan je dijagram  $\sigma, \epsilon$  za beton. On je već od samoga koordinatnog početka krivolinijski; statističkim postupkom došlo se na to da je parabola sa temenom u  $L$  dovoljno dobar predstavnik toga dijagrama. Ima u literaturi i drugih eksperimentalnih zakona za ovu promenu. I u ovom slučaju povratni dijagram predstavlja pravu koja je paralelna sa tangentom u koordinatnom početku. Dok je modul elastičnosti pri opterećenju epruveta od betona zavisao od napona, pri njihovu rasterećenju modul elastičnosti je konstantan i predstavlja karakteristiku oglednog tela ispitivanog betona. Modul elastičnosti betona za vrlo male napone iznosi  $E_o = \operatorname{tg} \psi_o$ . Isto toliki je i modul pri rasterećenju. Iz velikog broja ogleda određena je srednja vrednost ovog modula u zavisnosti od čvrstoće prizmi ispitivanog betona. Naši propisi su usvojili zakon koji je postavljen u Švajcarskom saveznom zavodu za ispitivanje materijala u Zürichu (EMPA) za rukovodstva prof. Roša:

$$E_o = \frac{550\,000 \beta_p}{150 + \beta_p} \quad (3)$$

Ovaj izraz ima gornju granicu  $(E_o)_{\max} < 550\,000 \text{ kp/cm}^2$ . Merenjima su na nekim betonima ustanovljeni i veći moduli elastičnosti. Kad je kriva  $\sigma, \epsilon$  kvadratna parabola, njen je prvi izvod linearna funkcija, odnosno  $\frac{d\sigma}{d\epsilon} = E_o$  menja se po pravoj, opadajući od  $E_o$  do 0, kako je to prikazano pravom  $L'B$  na dijagramu 1b.

Ogledna tela za čelik i beton određena su odgovarajućim standardima i propisima.

**Osnovne pretpostavke za proračunavanje preseka betonskih elemenata.** Radi olakšanja proračuna, u granicama korisnih napona beton se smatra da je elastičan materijal. I na njega se u „elastičnoj teoriji“ primenjuje Hookeov zakon. Po našim propisima za proračunavanje usvojena je elastična teorija proračuna. Imat će zemalja u kojima je usvojena „plastična teorija“. Bitna je razlika između ovih teorija shvatanje koeficijenta si-

gurnosti. Elastična teorija polazi od dopuštenih napona u betonu i čeliku. Ovi dopušteni naponi sadrže odgovarajuću sigurnost, jer se dobijaju kada se nosivost do loma odgovarajućeg materijala podeli brojem većim od jedan. Ako se stavi da je taj broj  $k = 1 + a$ , onda je  $k$  koeficijent sigurnosti, veličina  $a$  višak nosivosti (marge de sécurité). Plastična teorija polazi od nosivosti elementa do loma. Količnik opterećenja koje je izazvalo lom elementa i stvarnog opterećenja u eksploataciji daje jedinstven koeficijent sigurnosti u plastičnoj teoriji ili teoriji loma; u elastičnoj teoriji postoje dva koeficijenta sigurnosti — jedan za beton i jedan za čelik. U detaljima razliku između ovih teorija nalaze se elementi koji od slučaja do slučaja pravduju više jednu teoriju u odnosu na drugu. Cilj je ovih teorija, kao i svih drugih, da se što je moguće više približe stvarnosti, a da se konstrukcija izvede sa najmanjom mogućnom potrošnjom materijala. Kako plastična teorija polazi od loma, to bi ona svakako imala prednost u ekonomiji materijala nad elastičnom teorijom. Naponi — mereni u granicama korisnih opterećenja — daju po elastičnoj teoriji zadovoljavajuće slaganje. U plastičnoj teoriji nedostaju još precizni odgovori na pitanja dinamičkih uticaja, elastične stabilnosti i armiranja za prijem kosi glavnih napona. Tako se u raznim zemljama dopunjaju ove dve teorije. U našim propisima se teorija loma upotrebljava samo za proračun spiralno armiranih stubova; inače se njome koriste i za analizu naponskih stanja u laboratorijama pri ispitivanju granične nosivosti elemenata do loma.

Već je Bernoulli uveo značajnu pretpostavku za proračun konstrukcija; naime, da ravni preseci upravljeni na osu nedeformisana elementa ostaju takvi i posle njegove deformacije. Ova se veoma značajna pretpostavka ne može uvek uzeti kao tačna. Za izvesne odnose raspona i visine nosača ona utoliko manje zadovoljava što je taj odnos manji. U visokim nosačima krivljenje ravnih preseka nastupa usled toga što je delovanje transverzalnih sila značajnije no što je delovanje momenata. U literaturi je uobičajen naziv *linijski sistemi* za nosače za koje Bernoullijeva pretpostavka važi strogo, a oni u kojima se javljaju osetna zakrivljenja ravnih preseka posle deformacije nazivaju se *površinski sistemi i elastična platna*. U površinskom sistemu u vidu ploče opterećenje deluje upravno na srednju ravan ploče; u elastičnom platnu opterećenje deluje u njegovoj srednjoj ravni.

Navier je na osnovu Hookeova zakona i Bernoullijeve hipoteze našao pravilno rešenje zadatka savijanja štapa linijskog sistema. To je bio poznati Galileov problem, kojim su se kasnije bavili takođe Leibniz i drugi, poboljšavajući rešenje, a na kraju ga je tačno rešio Navier. Ovde je ovo pomenuto zato što Navierovo rešenje predstavlja osnovu teorije savijanja linijskih sistema pa je dobilo karakter spojenog Hookeova zakona i Bernoullijeve hipoteze. U teoriji savijanja biće prikazano samo rešenje.

**Ekvivalentnost betona i čelika izražena brojem  $n$ .** Usvajajući Bernoullijevu pretpostavku i Hookeov zakon, dobija se prilikom rešavanja raspodele unutarnjih sila između betonskog i čeličnog dela preseka da su ove po veličini proporcionalne sa njihovim modulima elastičnosti. Odnos  $E_a$  modula elastičnosti čelične armature i modula elastičnosti betona  $E_b$  u literaturi se obeležava sa  $n = E_a/E_b$ . Modul  $E_a$  je, praktično, za sve primarne, »netretirane« čelike dovoljno tačno  $2,10 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$ . Modul elastičnosti betona menja se od jednog betona do drugog, a sem toga opada sa porastom napona u konstrukciji. Prema tome bi vrednost  $n$  bila promenljiva funkcija, ne konstanta. Neke zemlje računaju još sa promenljivim brojem  $n$ . Sve se više odomaćeće da se računa sa nepromenljivom vrednošću  $n$ ; u našoj zemlji, i drugde,  $n$  najčešće iznosi 10. Neki propisi i autori računaju sa  $n = 15$ , a za elemente koji rade na zatezanje mnogi autori preporučuju  $n_z = 25 \dots 30$  (to veću vrednost što je kvalitet betona niže vrednosti). Ovo je razumljivo jer je  $E_z$  mnogo manji nego  $E_b$ , što se jasno vidi na sl. 1b, na kraku krive  $OL_z$  u trećem kvadrantu.

Usvojivši broj  $n$  kao konstantu, problem proračuna preseka armiranobetonskih elemenata svodi se na rešavanje zadataka po postupcima razvijenim u nauci o otpornosti materijala. Svaki presek od armiranog betona sastoji se od betonskog dela  $F_b$  i čeličnog dela  $F_a$ . Računski se oni svode na betonski presek time što se na mestu armature zamislji  $n \cdot F_a$  nova površina betona, sa nepromenjenim težištem. Površina armature ne oduzima se od

površine betona kada se proračunava čist betonski presek; usvajanjem vrednosti  $n = 10$  ovo je uprošćenje već obuhvaćeno. Teorija granične nosivosti, odnosno teorija loma ili plastična teorija, ne vodi računa o broju  $n$ , pa se stoga ona još ponegde naziva i teorija bez  $n$ .

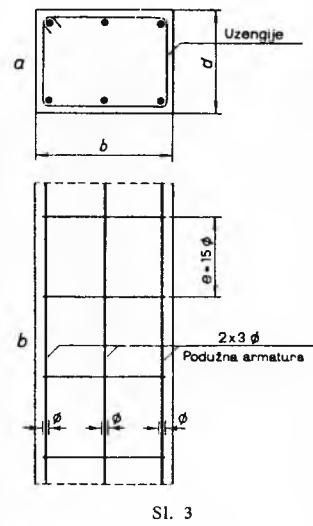
**Dopušteni naponi.** Naponi koji se mogu dopustiti najpre su zavisni od kvaliteta materijala. Za beton se određuje kvalitet srednjom čvrstoćom tri standardne kocke,  $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}$ , posle 28 dana starosti. Simbolički bi, npr., M300 bio beton čija je srednja čvrstoća  $300 \text{ kp/cm}^2$  posle 28 dana. Čelik se simbolički obeležava, npr., sa Č37, što znači čelik koji ima granicu kidanja  $37 \text{ kp/mm}^2$ , ili  $3700 \text{ kp/cm}^2$ . Broj uz skraćenicu Č, za čelik, znači čvrstoću kidanja u  $\text{kp/mm}^2$ . Dopušteni se naponi, međutim, ne određuju iz ovih opštih karakteristika betona i čelika; za beton se oni određuju iz čvrstoće prizme, a za čelik iz donje granice razvlačenja. Uprošćeno za praktičnu upotrebu uzima se da je čvrstoća prizme  $\beta_p = \frac{1}{4} \beta_k$ , a da je  $\sigma_{v1} = \sigma_E$ , odnosno da je donja granica velikih izduženja brojno jednak sa granicom elastičnosti. Ove se vrednosti, po odgovarajućim standardima, stalno mere laboratorijski tokom građenja. Za naučnu analizu naponskih pojava ova uprošćenja ne bi se smatrala dopustivim. Sem karakterisanja materijala čvrstoćom, za čelik je značajno znati i njegovu žilavost. Za praktične svrhe uzima se da je stepen istegljivosti čelika mera njegove žilavosti. Tako se zahteva da je istegljivost primarnih čelika pri lomu  $\epsilon_L \geq 20\%$ . Ako se čelici vrlo visokih karakteristika obrađuju na hladno ili podvrgnu postupku patentiranja, može se postići  $\epsilon_L$  znatno niže i od 10%, što se određuje standardima.

#### PRORAČUN PRESEKA ELEMENATA PO TEORIJI ZA HOMOGENE MATERIJALE

**Pritisnuti elementi male vitkosti, opterećenje aksijalno.** Štapovi armirani poduznom armaturom i uzengijama. Prototip ovakve konstrukcije je centrično opterećen stub. Poduzna armatura deluje zajedno sa betonskim delom preseka. Uzengije ne sudeluju u otpornosti direktno, već preko utezanja betona. Kod normalnih uzengija ovo dejstvo utezanja je relativno malo i ne uzima se u račun. Na sl. 3 prikazan je presek stuba i raspored uzengija po njegovoj dužini; njihov se prečnik bira po iskustvu, ne proračunava se. Teži se pri tom da između uzengija ili strema — kako se još nazivaju — postoji izvesna težinska proporcija.

Prema onom što je napred rečeno, izraz za površinu idealnog preseka betona glasi

$$F_1 = F_b + n F_a = F_b \left( 1 + n \frac{F_a}{F_b} \right). \quad (4)$$



Odnos površina  $F_a/F_b = \mu_1$  označava *koeficijent armiranja*. U praksi se on zbog lakog sporazumevanja uzima 100 puta veći,  $\mu = 100 \mu_1$ , odnosno  $\mu\%$ , i naziva se *procenat armiranja*. Odstojanje uzengija iznosi  $e = 15 \phi$ , 15 prečnika poduzne armature. Ako presek ima različite profile, treba za odstojanje uzeti najmanji prečnik. Odstojanje uzengija, međutim, trebalo bi da ne pređe 30 cm, bez obzira na prečnik profila poduzne armature. Glavna je funkcija uzengija da spreče da se šipke glavne armature izboče, odnosno izviju, i tako oslabi presek, ne sudelujući više u prenošenju opterećenja; sem toga, one imaju i drugih značajnih konstruktivnih i statičkih funkcija.

Sa  $\sigma_s$  obeležava se dopušteni središnji pritisak u betonu; uslov jednakosti spoljnih i unutrašnjih sila je onda dat sa

$$P = \sigma_s F_1 = \sigma_s F_b (1 + \mu_1 n) = \sigma_s F_1. \quad (5)$$

U izrazu (5) dati su razni načini pisanja jednog istog algebarskog izraza za proračunavanje aksijalno opterećenih elemenata. U njemu je:  $P$  zadata sila iz statičkog proračuna,  $\sigma_s$  dopušteni napon,  $\mu$  procent armiranja, koji se bira češće iz ekonomskih, a nekad i statičkih uslova,  $n = 10$ ,  $F_b = d b$ . Ako je odnos strana  $d$  i  $b$  zadat, zadatak je jednosmisleno rešiv. On se inače rešava probanjem, budući da  $d$  i  $b$  moraju obično da ispune i neke uslove funkcionalnog karaktera, prema objektu u koji su elementi ugrađeni.

Kada je sila ( $P$ ) zadata, materijal poznat ( $\sigma_s$ ), a traži se veličina preseka,  $\mu$  treba, za naše prilike, izabrati od 0,8 do 1,0%, da bi zadovoljio propisani zahtev  $\mu_{\min} = 0,25 + 0,015 \lambda_k$  ( $\lambda_k$  = kritična vitkost štapa). Ako je  $d = \zeta b$ , onda je  $P = \sigma_s \zeta b^2 (1 + 10 \mu) \approx \sigma_s \zeta b^2 \cdot 1,10$ . Za širinu se dobija, pošto se  $\zeta$  odabere iz odgovarajućih uslova,  $b = \sqrt{P/1,10 \sigma_s \zeta}$ . Količina čelika se dobija iz  $F_a = \mu F_b$ .

Kada su zadati sila ( $P$ ) i površina preseka, određuje se iz izraza (5) napon u betonu  $\sigma_b$ . On mora biti  $\sigma_b \leq \sigma_s$  za odgovarajući kvalitet betona. Napon u armaturi uvek iznosi  $\sigma_a' = n \sigma_b$ .

**Štapovi armirani poduznom armaturom i spiralama.** Considère je razvio ideju o utezanju betona spiralama da bi povećao nosivost betona, koji se tako nalazi u cilindru obrazovanom od spirala. Osnovna ideja o ovoj povećanoj nosivosti zasniva se na pretpostavci da je beton pseudotečna masa sa unutrašnjim trenjem. Treba zamisliti da je cilindar od spirala sličan cilindru hidrauličke prese; tečnost zatvorena u cilindru izdržće svaki pritisak sve dok bude zid prese to mogao da izdrži. Smatrujući beton tečnim sa unutrašnjim trenjem, a polazeći, prema našim propisima jedino u ovom slučaju, od uslova graničnog opterećenja do loma, dobija se nosivost spiralno armiranog štapa

$$N = N_b + N_a + N_s \quad (6)$$

Obrazac (6) naziva se superpozicioni zakon nosivosti do loma. On kazuje da se lom dogada tek kad se potpuno iscrpe moć svih delova koji sačinjavaju presek.  $N_b$  je nosivost betona  $= \beta_p F_{bs}$ ;  $F_{bs}$  površina betona u spiralama;  $N_a$  je nosivost armature  $= F_a \sigma_q$ , gde je  $\sigma_q$  napon gnječenja, načelno  $= \sigma_{v1} = \sigma_E$ .  $N_s$  je doprinos nosivosti betona koja potiče od spirala  $= \frac{1}{2} F_s \sigma_{v1}$ , pri čemu se beton smatra kao prava tečnost, bez trenja. Kako je beton pseudotečan, a ima unutrašnje trenje, to se, po fizičkoj analogiji sa presom i primenom Poissonova efekta, sa najmanjim brojem  $m = 4$  dobija  $N_s = 2 F_s \sigma_{v1}$ ;  $m = 4$  je i eksperimentima proveno. Sa dosad rečenim dobija se za nosivost spiralno armiranog štapa

$$\begin{aligned} N &= \beta_p F_{bs} + \sigma_q F_a + 2 \sigma_{v1} F_s = \\ &= \beta_p F_{bs} \left( 1 + \frac{\sigma_q}{\beta_p} \frac{F_a}{F_{bs}} \right) + 2 \left( \frac{\sigma_{v1}}{\beta_p} \frac{F_s}{F_{bs}} \right) = \\ &= v \cdot \sigma_s F_{bs} (1 + k_a \mu_a + 2 k_s \mu_s). \end{aligned} \quad (6a)$$

Iz izraza (6a) koji slede jedan za drugim vidi se značenje pojedinih simbola; među njima je  $v$  koeficijent sigurnosti. Iz uslova jednakosti spoljnog opterećenja i opterećenja koje štap može da prenese sa zadovoljavajućom sigurnošću ( $v$ ), dobija se

$$P = N/v = \sigma_s F_{bs} (1 + k_a \mu_a + 2 k_s \mu_s). \quad (6b)$$

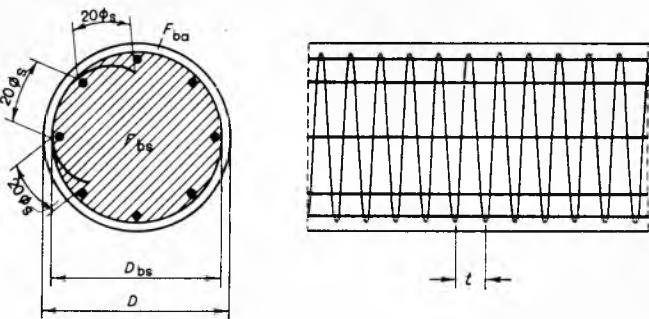
Pri rešavanju algebarskog dela zadatka mora se ići ili probanjem ili utvrđivanjem odnosa između pojedinih promenljivih. Kod nas se najobičnije okrugli stubovi armiraju spiralno. U Francuskoj se armiraju i pravougaoni preseci spiralama, ili kakvom drugom armaturom koja uteži beton. Iz izraza (6a) vidi se da je efikasnost spirala dvaput veća od efikasnosti poduzne armature; zato se preporučuje da se uzima  $\mu_a \approx 2 \mu_s$ . Konstante  $k_a$  i  $k_s$  imaju karakter broja  $n$ , ali se dobijaju kao odnos graničnih nosivosti, a ne kao odnos modula elastičnosti.

Hod spirala je  $t_{\max} = 8$  cm, odnosno  $D_{bs}/5$  cm, da bi beton bio »zatvoren«. On ne može biti ni manji od debljine spirale  $+ 3$  cm, odnosno  $\phi_s + 3 = t_{\min}$  (cm). Ako je izabrana spirala površine  $f_s$ , onda se iz nje može iskovati lim debljine  $f_s/t = \delta$ , koji obrazuje cilindar u kojem se beton nalazi »zatvoren«.  $F_s$  je onda površina cevi debljine  $\delta$ , prečnika  $D_{bs}$ , odnosno

$$F_s = \delta \pi D_{bs} = \frac{f_s \pi D_{bs}}{t}. \quad (7)$$

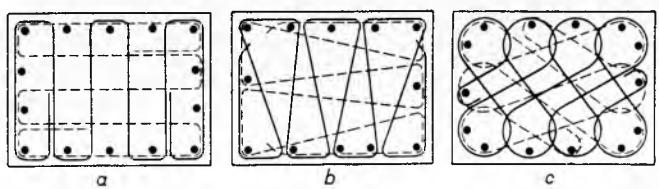
Jednostavan mehanički model zatvorene pseudotečne betonske mase u cilindru od spirala ima samo pedagoški karakter. Stvarnost je mnogo složenija i objašnjava se zasad najbolje Mohrovom teorijom granične nosivosti višeosno napregnutog materijala sa unutrašnjim trenjem. Novija shvatanja o ovom problemu najbolje predstavlja teorija Caquot-a. Radovi sovjetskih naučnika teže suštinskom iznalaženju odvijanja sloma.

Za stubove, armirane obično po našim propisima, upotreba čelika visokih karakteristika nema tehničke ni ekonomiske svrhe, jer je napon pritiska u čeliku  $\sigma_a' = n \sigma_b$ ; za spiralno armirane stubove mogu se upotrebljavati i čelici visokih karakteristika, jer se sa njihovim povećanjem povećavaju promenljivi koeficijenti  $k_a$  i  $k_s$  u obrascu (6b). Ekonomičnost spiralno armiranih stubova sastoji se u dvostruko većoj nosivosti spiralne armature od poduzne. Kad su prečnici stubova mali, ekonomiju ugrožava nepovoljan odnos  $F_{ba}/F_{bs}$  na sl. 4. Nosivost spiralnog stuba



Sl. 4

nije ni izdaleka iscrpena kad je u betonu postignut napon loma prizme. Zato se u proračun ne unosi beton koji se nalazi van jezgra između spirala. U nekim zemljama, ali osobito u Francuskoj, utezanje betona vrši se još ortogonalnim sistemom »meandriranih« uzengija oblika prikazanih na sl. 5 a, b, c. Oblici na sl. 5 poredani su po njihovoj efikasnosti, ali i njihovoj složenosti u izradi. Prilikom izrade spirala i njihove montaže za stubove, ili armatura ostalih oblika, zahteva se mnogo veća preciznost no što je to uobičajeno.



Sl. 5

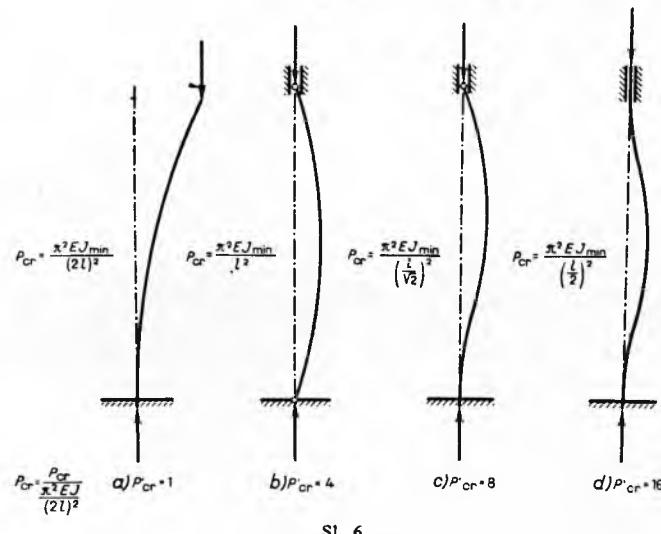
Betoniranje spiralno armiranih stubova dosta je lako, dok je betoniranje stubova sa armaturom prema sl. 5 a, b, c vrlo otežano. Prilikom betoniranja lukova armiranih ovakvom poprečnom armaturom ne postoji ta teškoća, jer se betonska masa u lukove unosi uspravno na pružanje luka, a u stubove se unosi paralelno sa njihovim osama.

**Aksijalno opterećeni vitki elementi.** Štap je vitak ako ima veliku dužinu a male poprečne dimenzije. Vitki se štapovi dovode u labilno stanje ravnoteže pre no što se iscrpe moć nošenja materijala. Sila koja izvodi štapove iz ravnoteže zove se kritična sila izvijanja štapa. Postoje četiri osnovna prototipa štapa, datih na sl. 6, a-d. Euler je prvi rešio problem stabilnosti. Od njega do danas rešenje je suštinski ostalo nepromjenjeno, samo su se dopunjavale praznine i detaljnije obradivali specijalni slučajevi, osobito tzv. kratki štapovi. Tek se u poslednje vreme hoće da dā drugačiji, opštiji način gledanja na ovaj problem. Smisao novih gledanja bio bi u tome da se elastična stabilnost shvati kao granični slučaj savijanja sa aksijalnom silom, sračunat po teoriji drugoga reda, odnosno kad se u početne geometrijske elemente štapa unesu i ordinate ugibanja štapa. Da bi se ovaj problem rešio u zadovoljavajućoj meri, potrebno je odrediti

statističkim putem tzv. početnu ekscentričnost ili početnu krivinu.

U praksi se pogodnije radi sa kritičnim naponom mesto sa kritičnom silom. Pri tom se uzima slučaj sa sl. 6 b kao osnovni i piše se u obliku  $P_{cr} = \frac{\pi^2 E J}{l_k^2}$ , iz čega se vidi da je  $l_k = 2l$ ,  $l$ ,  $l/\sqrt{2}$  i  $l/2$  respektivno na sl. 6, a-d. Kritični napon se dobija sa

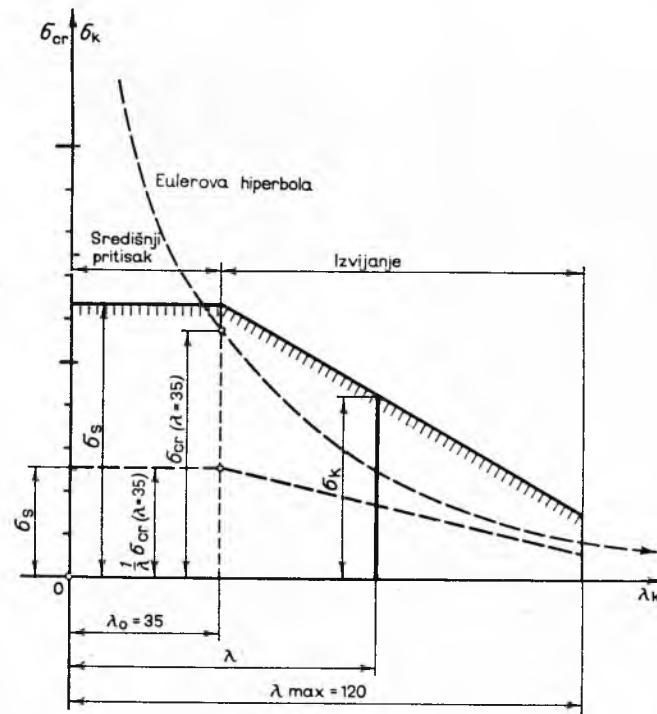
$$\sigma_{cr} = P_{cr}/F = \frac{\pi^2 E J}{l_k^2 F} = \frac{\pi^2 E}{(l_k/i)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_k^2}. \quad (8)$$



U izrazu (8) je veličina  $i = \sqrt{J/F}$  — po definiciji — poluprečnik inercije. Obrazac (8) prikazuje jednačinu kubne (Eulerove) hiperbole sa osama  $\sigma_{cr}$  i  $\lambda_k$  kao asymptotama. Sistematskim ispitivanjima došlo se do toga da se u granicama od  $\lambda_{ko} = 35$  do  $\lambda_{kmax} = 120$  kritični dopušteni napon može da prikaže grafički prema slici 7. Analitički izraz za ovaj napon je

$$\sigma_k = \sigma_s + a - b\lambda_k. \quad (9)$$

Ovde su  $a$  i  $b$  eksperimentalno-statističke konstante. Veza između njih dobija se iz  $a - 35b = 0$ , za  $\lambda_0 \leq 35$ ,  $\sigma_k = \sigma_s$ . Kad se



odredi  $\sigma_k$ , postupak dimenzionisanja je kao za centrično opterećene kratke stubove, radeći sa  $\sigma_k$  mesto sa  $\sigma_s$ .

**Ekscentrično opterećeni elementi — mala ekscentričnost.** Iz ekonomskih i tehničkih razloga armiranje treba vršiti simetrično i izabratи najmanje koje je po propisima dopušteno,  $\mu^\circ_{min} = 0,25 + 0,015 \lambda_k$ , pa je  $F_a = F_a' = F_b \mu^\circ_{min}/2$  (sl. 8). Pod graničnom malom ekscentričnosti treba razumeti takvu ekscentričnost uz koju je napon zatezanja, na suprotnoj strani od sile, jednak 1/4 jednovremenog napona pritiska. I sva ostala naponska stanja od ovog graničnog pa do centričnog opterećenja nazivaju se faza malog ekscentriciteta. Ona se određuje pomoću karakteristične granične ekscentričnosti:  $e_0 = d_0/\beta$ ,

$$\beta = f(\mu^\circ) = \frac{5}{3} \frac{k_1}{\alpha_1}.$$

Za proračun u fazi malog ekscentriciteta upotrebljava se superpozicioni zakon, kao za homogene materijale,

$$\sigma_{12} = \frac{P}{F_1} \pm \frac{M}{W_1} = \frac{P}{F_1} \left( 1 \pm \frac{e}{k_{ls}} \right). \quad (10)$$

U ovom izrazu je  $k_{ls} = W_1/F_1$ , odnosno odstojanje tačke jezgra:  $F_1 = F_b(1 + n\mu^\circ) = F_b \alpha_1$ ;  $k_{ls} = k_1/\alpha_1 \approx \frac{d_0}{6}(1 + 2,12 n\mu^\circ) \frac{1}{\alpha_1}$ , za stubove do  $d_0 = 1,0$  m.

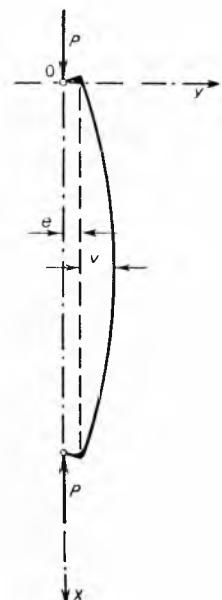
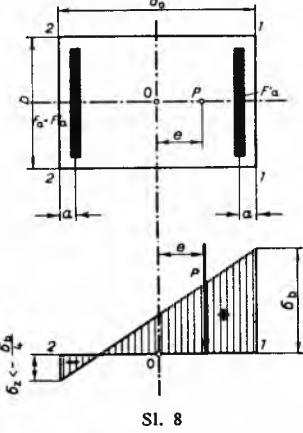
I ovde može zadatak biti dvojak: ili treba odrediti dimenzije preseka, ili u zadatom preseku ispitati napone od određenog opterećenja. Pri tom se iz zadatog uslova da je  $\sigma_z = -\frac{1}{4}\sigma_b$  dobija visina preseka. Iz napred date karakteristične ekscentričnosti dobija se  $e_0 = e = d_0/\beta$ , odavde je  $\frac{M}{P} \beta = d_0$ . Širina se dobija iz uslova da je  $\sigma_b = \sigma_r$ , gde je  $\sigma_r$  dopušteni rubni napon; njegova je veličina po propisima  $\sigma_r = 1,25 \sigma_s$ . Iz graničnog se uslova dobija za napon  $\sigma_t = \sigma_r$ :

$$\frac{P}{F_1} \cdot \frac{8}{3} = \sigma_r, \text{ odnosno } \frac{3}{8} \frac{P}{\alpha_1 \sigma_r d_0} = b.$$

Ispitivanje napona je jednostavniji zadatak; treba samo sračunati  $k_{ls}$  i  $F_1$  za zadati presek pa je zadatak rešiv po izrazu (10),  $\beta = 3,28; 3,03; 2,87$  respektivno za  $\mu^\circ = 1, 2, 3\%$ , a ovakvi se procenti armiranja najčešće upotrebljavaju i oni karakterišu slabo, srednje i jako armirane stubove.

U literaturi postoje razrađeni postupci i dijagrami za određivanje parametara za druge oblike preseka, česte u praksi.

**Vitki ekscentrično opterećeni elementi.** Ne postoje u svetu jasno određeni jedinstveni postupci za analizu napona u ovakvim slučajevima naprezanja. Postoje rešenja potvrđena eksperimentima, ili na njima zasnovana, koja važe za određenu prirodu ekscentričnosti i način oslanjanja štapova na krajevima. Problem se sastoji u ovome: za vitke štapove pomeranja ose, izazvana momentima savijanja ekscentrično opterećena štapa, nisu zanemarljiva u odnosu na ekscentričnost  $e = M/P$ . Ako je  $v$  pomeranje uočene tačke štapa (sl. 9), onda je stvarna ekscentričnost na tome mestu  $e_s = e + v$ , pa je onda  $M_s = P(e + v)$ . Ovo posmatranje delovanja vitkosti na napone može dovesti brzo do rešenja odre-



divanjem, na poznati način,  $\epsilon_s = e\psi$ , gde je  $\psi = \frac{1}{1 - (P/P_{cr})}$ .

Sa time je

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{F_1} \left( 1 \pm \frac{e}{k_{is}} \cdot \psi \right). \quad (10a)$$

Ovde je približna vrednost napona vitkog elementa, sračunatog po teoriji drugoga reda. Ima sve više tendencija da se pomoću nje reše jedinstveno svi problemi elastične stabilnosti.

Spiralno armirani stubovi imaju potpuno određene i gotovo jedinstvene uslove oslanjanja; tražena je eksperimentalna korektura osnovnog obrasca za njihova proračunavanja. Tako je dobijeno

$$P = \sigma_k F_{bs} (1 + k_a \mu_a + 2 k_s \mu_s \alpha). \quad (6c)$$

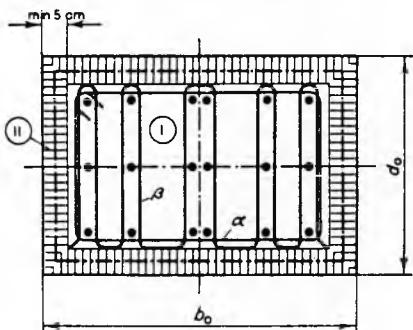
U ovom obrascu je  $\sigma_k$  dopušteni napon izvijanja dobijen iz obrasca (9);  $\alpha$  je funkcija od  $\lambda_k$ , iznosi  $\alpha = \frac{70 - \lambda_k}{35}$  a

predstavlja uticaj vitkosti na doprinos nosivosti spirala. Za  $\lambda_k \leq 35$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma_k = \sigma_s$ . Iz prirode obrasca (6c) vidi se da je pri  $\lambda_k = 70$  doprinos spirala = 0; sem toga se može sračunati da je pri istom koštanju doprinos nosivosti spirala i podužne armature  $\lambda_{ka} = 54$ ; ali su spirale zbog teže izrade skuplje, pa je tzv. racionalna vitkost  $\lambda_{kr} = 50$ .

**Aksijalno opterećeni zategnuti elementi.** Zategnuti elementi celokupnu silu  $Z$  zatezanja prenose armaturom; betonski deo preseka se uopšte ne uvodi u proračun za računanje otpornosti preseka. Beton ima konstruktivnu ulogu: da više šipaka spoji u jednu statičku celinu, da ma i malo krive šipke ne bi "popuštale", ispravljajući se tokom prenošenja opterećenja, i da armaturu zaštiti od rđanja. Proračun se onda sprovodi po poznatim izrazima nauke o otpornosti materijala:

$$\sigma_a = \frac{Z}{F_a}. \quad (11)$$

Kad se traži armatura, onda je  $F_a = Z/\sigma_a$ . Nju treba uvek rasporediti tako da osa sile  $Z$  i težište armature padnu zajedno.



Sl. 10

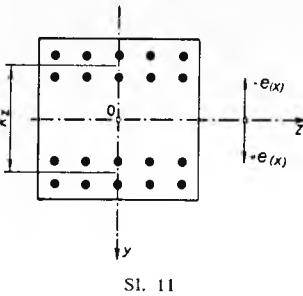
Kako u preseku zategnuta štapa beton ima konstruktivnu a ne i statičku ulogu, njega treba svesti na najmanju meru. Treba šipke rasporediti tako da element može lako da se izbetonira i da pri tom armatura ostalih elemenata sa kojima je zategnut u vezi može da prođe između redova armature zategne. Na sl. 10 prikazan je presek zategnuta štapa jedne rešetke. Na njoj su prikazana dva sistema uzengija  $\alpha$  i  $\beta$ .  $\alpha$ -uzengije treba da se postave na odstojanju  $e = 15 \varnothing$ , kao i napred, a  $\beta$ -uzengije, nazvane češljevi, koje služe za držanje armature u projektovanom položaju, stavljaju se na pogodnom odstojanju, no ne češće od  $(4\dots 5)e = (60\dots 75)\varnothing$ . Uzengije  $\beta$  u izvesnim tačkama dodiruju oplate i osiguravaju na taj način zaštitni sloj u šrafiranom preseku. Želi li se u industrijskim građevinama sa korozivnim isparjenjima da potpuno obezbedi armatura od korozije, zategnuti štapovi se betoniraju u dve faze. Prva faza, nešrafirana, služi da obezbedi zajedničko delovanje svih šipki; druga, šrafirana, služi za zaštitu od korozije. Osnovna ideja u ovim fazama je u ovome: prva faza primi armaturom silu  $Z_g$  i u elementu se pojave prsline upravne na osu sistema. Preostala sila  $Z - Z_g = Z_p$  treba da je toliko da napon zatezanja u drugoj fazi ne prekorači  $\sigma_{z,II} \leq \frac{1}{10} \sigma_r$  za datu vrstu betona. Odnosno:  $F_1 = d_o b_o + n_z F_a = d_o b_o + 25 \frac{Z}{\sigma_a}$ ;

time se dobija napon u betonu druge faze  $\sigma_{z,II} = Z_p/F_1$ . Obično je  $Z_g$  sila u štalu od stalnog opterećenja, ali može biti i dodato

dopunsko opterećenje, ako je sila od korisnog tereta  $Z_p$  veća no što zahteva naponski uslov. Zaštitni beton armira se žičanom mrežom, a betonira se obično torkret-aparatom; može i uobičajenim postupkom, ali treba ponovno oplaćivanje, što je skupo; ono se primenjuje kad se ne raspolaže torkret-aparaturom.

Rezervoarski zidovi od armiranoga betona moraju se tako dimenzionisati da je zadovoljen i uslov  $\sigma_z \leq \frac{\sigma_r}{10} \geq \frac{Z}{F_1}$ . U tom se slučaju ne mogu primenjivati faze betoniranja, jer je opterećenje sama voda koju rezervoar treba da drži.

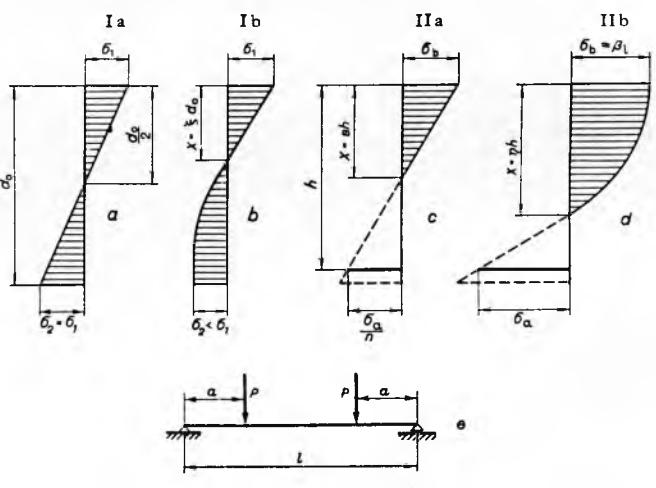
**Zatezani element u fazi male ekscentričnosti.** Zategnuti štapovi često prenose i opterećenja upravna na njihovu osu; ova opterećenja savijaju element. U proračunu količine armature, dok se štap nalazi u fazi malog ekscentriteta, ne-ma ništa nova, odnosno  $F_a = Z/\sigma_a$ . Ovu armaturu treba po preseku rasporediti tako da se njen težište poklapa sa linijom sile zatezanja. Ordinate linije sile zatezanja, merene od ose sistema, dobijaju se iz  $e(x) = M(x)/Z$ . Mali se ekscentricitet u ovom slučaju definiše jednostavnije nego za pritisnute elemente. Presek armature podeli se u dva dela, iznad i ispod horizontalne ose; nadu se težišta gornjih i donjih grupa šipaka; odrediti se krak armature zatege ( $k_z$ ); sve dok se sila  $Z$  kreće po ovom kraku, zategnuti je element u fazi male ekscentričnosti (sl. 11).



Sl. 11

**PRORAČUN PRESEKA ELEMENATA SA ISKLJUČENJEM ZATEGNUTE ZONE**

**Naponske faze.** Eksperimentalna greda napregnuta na savijanje pokazuje razne dijagrame napona, prema tome kako raste jačina opterećenja stalnog položaja, sl. 12.



Sl. 12

Dok se naponi nalaze u oblasti dijagrama  $\sigma, \epsilon$ , gde tangenta u koordinatnom početku ne odstupa od krive u prvom i trećem kvadrantu, dijagram napona je predstavljen slikom 12a. Beton se u ovoj fazi može smatrati kao homogen materijal. Proračun masivnih betonskih konstrukcija vrši se po ovoj fazi, a po principima iz nauke o otpornosti materijala.

Pri daljem porastu opterećenja dijagram u zoni zatezanja počinje da se zakrivilje. Ova faza traje sve dok čvrstoća zatezanja ne bude na donjoj ivici iscrpena; to je faza Ib. Primenjuje se pri proračunu gipkijih betonskih konstrukcija.

Sledeća je faza IIa; ona nastupa od momenta iscrpenja čvrstoće zatezanja pa sve dok dijagram  $\sigma, \epsilon$  ne počne da se znatnije zakrivilje u prvom kvadrantu, sl. 1b. Ovo je naponska faza armiranog betona, kad se proračunavanje vrši po elastičnoj teoriji. Dijagram napona nije strogo prava linija ni u ovoj zoni, ali je

dovoljno tačno u granicama dopuštenih napona prihvati ovu pretpostavku koja znatno olakšava proračunavanje. Celokupnu silu zatezanja u preseku prima armatura.

Poslednja faza, IIb, ima krivolinijski dijagram sve do neutralne linije do gornje ivice preseka. To je faza plastične teorije ili teorije loma. Položaj neutralnog sloja zavisan je od napona u čeliku; ako je napon u čeliku stalno u granicama elastičnog ponašanja, a beton se plastifikuje, neutralno vlakno često može da se spusti i do blizu armature. Raspored pritisaka i položaj njihova težišta predmet su stalnih istraživanja. U prethodna tri slučaja nije mogućno da neutralna linija zauzima više položaja. Lom u naj-nepovoljnije opterećenom preseku nastupa u fazi IIb, kada proizvod kraka unutrašnjih sila i sile pritiska prestane da raste, jer krak unutrašnjih sila opada sa porastom napona, a sila pritiska raste. Ovaj proizvod je unutrašnji moment savijanja, koji zbog zahteva ravnoteže mora biti jednak spoljnem momentu koji deluje u ispitivanom preseku.

**Proračun elemenata napregnutih momentom savijanja.** Elastična teorija. Na sl. 13 je predstavljen presek i dijagram napona za proračun po našim propisima. Dijagram napona je prema fazi IIa, a položaj neutralne linije određen je zadatim naponima  $\sigma_b$  i  $\sigma_a$ . Iz sličnosti trouglova na dijagramu sl. 13b dobija se

$$x = h \frac{1}{1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_b} / n} = hs . \quad (12)$$

Iz uslova da je zbir unutrašnjih sila = 0 dobija se  $Z_a = D_b$ .  
 Iz uslova da je unutrašnji moment jednak spoljnem dobija se  
 $M = D_b \left( h - \frac{x}{3} \right)$ , pri čemu je  $D_b = \frac{\sigma_b x}{2} b$ . Kad se prednji izraz reši po  $h$ , dobija se, sa tim da je krak sila  $z = h \left( 1 - \frac{s}{3} \right)$ ,

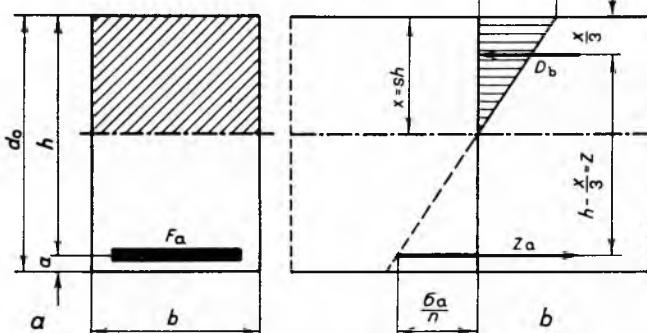
$$h = \sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sigma_1 s(1 - s/3)}} = r \sqrt{\frac{M}{b}}. \quad (13)$$

Potreban presek armature najjednostavnije se dobija iz  $M/z = Z_a$ ;

$$a \text{ sa tim } F_a = \frac{M}{\sigma_a h (1 - s/3)}. \quad (13a)$$

On se može dobiti i iz betonskog preseka pomoću koeficijenta armiranja ili procenta armiranja:

$$F_a = \mu_1 b h \quad \text{ili} \quad \mu \frac{b h}{100}. \quad (13b)$$



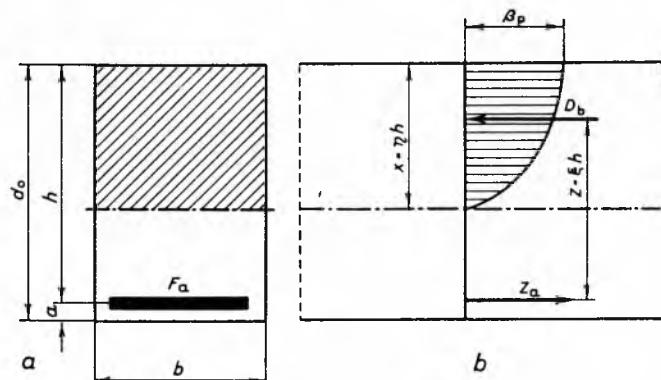
Sl. 13

*Plastična teorija.* Prema našim propisima proračun konstrukcija vrši se po elastičnoj teoriji; ovde se daje samo osnovna ideja plastične teorije. Iz statičkih i geometrijskih veličina nacrtanih na sl. 14 a i b moment savijanja u momentu loma dobija se iz uslova jednakosti spoljnih i unutarnjih momenata

$$M_p = D_b \xi h. \quad (14)$$

Sila pritiska u betonu se dobija, sa sl. 14b,  $D_b = \frac{1}{3} \beta_p \eta h b$ , uz napred usvojenu pretpostavku da je linija  $\sigma, \epsilon$  parabola. Veličina

$\eta$  dobija se iz uslova da se u momentu loma dobije napon u armaturi  $\sigma_E$  na granici elastičnosti. Onda je  $F_a \sigma_E = \frac{\pi}{4} \eta h \beta_p b$ . Iz ovoga se dobija, sa poznatim  $\eta$ , krak unutrašnjih sila, odnosno



S1-14

veličina  $\xi$ . Time se dobija i izraz za visinu preseka, sličan odgo-  
varajućem izrazu po elastičnoj teoriji  $h = r_p \sqrt{\frac{M_p}{b}}$ . Od prirode  
konstrukcije zavisi koliki koeficijent sigurnosti treba uzeti u  
pojedinom slučaju. (U poslednje vreme se u proračun sigurnosti  
konstrukcija uvodi račun verovatnoće, što vodi njihovu daljem  
racionalisanju.) Ako je koeficijent sigurnosti obeležen sa  $v$ , u  
jednačinu (14) treba uneti  $M_p = v M$ , gde je  $M$  moment u  
ispitivanom preseku. Količina armature se dobija, kao i ranije,  
iz  $F_a = M_p / \sigma_E z$ .

**Proračun preseka čestih u praksi.** *Pravougaoni preseci — dvostruko armirani.* Kao primer za objašnjenje primene principa elastične teorije za proračunavanje armiranih preseka uzet je prvo najjednostavniji — pravougaoni presek, armiran jednostruko. Kada nam je, međutim, konstruktivnim razlozima zadat betonski presek i kvalitet betona, najbolji koji možemo postići, onda se eventualno pristupa ojačanju betonskog pritisnutog dela preseka armaturom. Moment koji može da primi zadati presek, od zadatih materijala, dobija se iz (13), rešenjem ovog izraza po  $M$ .

Tako se dobija, uvez simbol b uz  $M$  za moć nošenja betonskog preseka

$$M_b = \left(\frac{h}{r}\right)^2 b. \quad (13c)$$

Moment koji presek treba da primi po postavljenom je zadatku veći od ovoga. Razliku tih momenta treba da prenese još dodatna armatura u zoni pritiska i zoni zatezanja:  $\Delta M = M - M_b$ . Krak armature c je zadat u veličina; sa njom se dobija, prema sl. 15,

$$Z_{a2} = \frac{\Delta M}{c}, \text{ a armatura}$$

$$F_{\mathbf{a}2} = \frac{Z_{\mathbf{a}2}}{\sigma_{\mathbf{a}}} = \frac{\Delta M}{c \sigma_{\mathbf{a}}}. \quad (15)$$

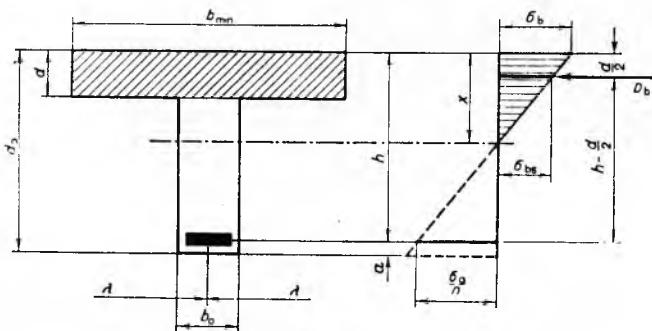
Na sl. 15 a prikazane veličine sve su poznate jer je presek zadat geometrijski i po materijalima; veličina  $c$  i iz nje  $F_{a2}$  su već određene (15).  $F_a'$ , pritisnuta armatura, može se odrediti iz uslova da ona daje isti statički moment u odnosu na neutralnu liniju kao i dodatna zategnuta. Otud se dobija

$$F_a' = F_{a2} \frac{h - x}{x - a'} . \quad (16)$$

Preseke 15 à i b treba ugraditi zajedno kao celinu; zato se ovakvi preseci opravdano zovu dvostruko armirani.

*T-preseci sa iskorijenim i neiskorijenim naponima.* Preseci ovoga oblika dobijaju se ili dodavanjem mase betona u pritisnutoj zoni daleko od neutralne ose, ili time što se ploče monolitno vezuju sa rebrima koja ih nose i obrazuju T-presek. Sudelujuća širina pritisnute ploče odredena je propisima:  $b_1 = b_o + 16d$ ;  $b_2 = b_o + 0,25 l_o$  i  $b_3 = \lambda$ . Od tih vrednosti valja izabrati najmanju. U ovim izrazima je  $d$  debljina ploče,  $l_o$  odstojanje prevojnih tačaka nosača,  $\lambda$  odstojanje rebara.

1. Kada naponi u betonu nisu iskorišćeni, što je gotovo redovan slučaj kad su rasponi mali, pretpostavlja se da sile pritiska prima sama ploča; tada se još — uprošćenja radi — pretpostavlja da



Sl. 16

je sila pritiska koncentrisana u sredini debljine ploče (sl. 16). Tako se dobija krak unutrašnjih sila  $z = h - \frac{d}{2}$ ; sila u ploči  $b d \sigma_{bs} = D_b$ , gde je  $\sigma_{bs}$  napon betona u sredini debljine ploče. Iz uslova  $\Sigma M = 0$ , odnosno jednakosti momenata unutarnjih i spoljnih sila, dobija se

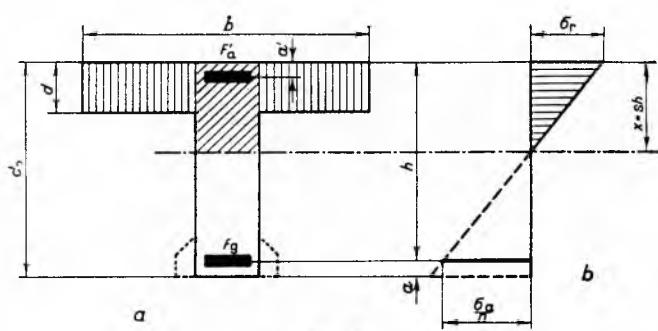
$$M = \sigma_{bs} b d \left( h - \frac{d}{2} \right), \quad \text{а одавде } h = \frac{M}{\sigma_{bs} h d} + \frac{d}{2}. \quad (17)$$

Površina preseka armature se dobija iz

$$F_a = \frac{M}{\sigma_a(h - d/2)}. \quad (18)$$

Srednji napon se bira takav da se dobije sto racionalnija konstrukcija. Tako je za naše prilike  $\sigma_{bs} \approx \left(\frac{1}{2} \dots \frac{2}{3}\right) \sigma_r$ . Naponi na gornjoj ivici preseka su obično ispod dopuštenih. Njihova kontrola, iako je jednostavna, ne iznosi se ovde.

2. Kod konstrukcija znatnog raspona iskorišćuju se naponi betona do kraja. Zadržava se pretpostavka o delovanju sile pritiska u sredini ploče. Na sl. 17 predstavljeni su presek i dijagram



S1. 17

naponu. Može se obrazovati uslov  $\Sigma M = 0$  za tri unutarnja i spoljni momenti  $M_1 + M_2 + M_3 - M = 0$ . Ovde je  $M_i$  moment

koji prima ploča,  $M_s$ , moment koji prima pritisnuta armatura; ona je u nosaču T-preseka i sa drugim zadatkom, a ne da samo prima pritiske;  $M_r$  je moment koji prima rebro. Ove veličine se mogu izraziti kako sledi:

$$M_\pi = (b - b_0) d \sigma_{\text{bs}} \left( h - \frac{d_0}{2} \right) = d(b - b_0) h \left( 1 - \frac{d_0}{2h} \right) \sigma_{\text{bs}};$$

$$M_{\mathbf{a}'} = \sigma'_{\mathbf{a}} F'_{\mathbf{a}}(h - a') = \sigma'_{\mathbf{a}} F_{\mathbf{a}} h \left(1 - \frac{a'}{h}\right) \quad \text{and} \quad M_r = \left(\frac{h}{r}\right)^2 b_o.$$

Zbir svih članova, izraženih sa  $h$  i  $\sigma_x$ , daje

$$\gamma h^2 + \beta h - M = 0, \text{ gde je } \gamma = \frac{b_0}{r^2};$$

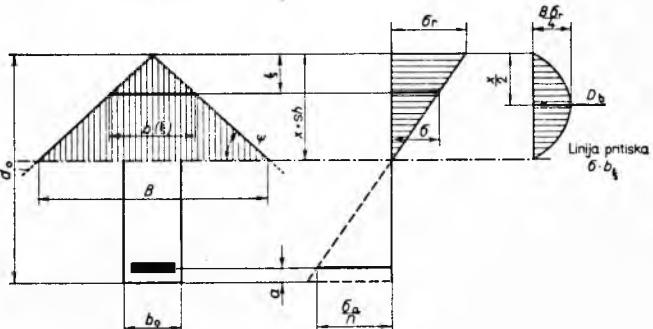
$$\beta = \left[ (b - b_o) d \left( 1 - \frac{d}{2 h_o} \right) \sigma_r \frac{s - d/2 h_o}{s} + F'_{\alpha n} \sigma_r \frac{s - a'/h_o}{s} \left( 1 - \frac{a'}{h_o} \right) \right]. \quad (19abc)$$

Oblik ove kvadratne jednačine je specijalno algebarski proučen, kako bi se rešavajući je putem približavanja brzo došlo do dovoljno tačna rezultata. Pojedini članovi ove jednačine sadrže pored  $h^2$  i  $h$  još i članove  $\left(1 - \frac{a}{h_0}\right)$ . Visina  $h_0$  u imenitelju zagradenog izraza može se odrediti kao prva aproksimacija iz  $h_0 = \frac{M}{\sigma_r db} + \frac{d}{2}$ . Sledeća se aproksimacija dobija rešenjem kvadratne jednačine, unevši  $h_0$  na odgovarajuća mesta; dobijeni rezultat nikad nije zahtevaо dalje poboljšavanje.

Površinu čelične armature treba odrediti obrazujući zbir:  $F_a = F_{a\pi} + F_{aa'} + F_{ar}$ . Pojedini sabirci su dati izrazima:  $F_{a\pi} = \sigma_r \frac{s - d/2}{s} h d(b - b_o) \frac{1}{\sigma_a}$ ;  $F_{aa'} = n\sigma_r \frac{s - a'/h}{s} F_a'$  i  $F_{ar} = \frac{b_o h \mu}{100}$ . Gruba kontrola tačnosti proračuna dobija se iz analize položaja rezultante unutrašnjih sila pritisaka. Taj se položaj dobija iz njegova kraka sila, merena od središta  $F_a, z_a = \frac{M}{F_a \sigma_a}$ . Ovaj krak sila mora zadovoljiti uslove  $h \left(1 - \frac{s}{3}\right) < z_a \leq h - \frac{d}{2}$ .

Za smeštaj znatne količine zategnute armature, i radi lakog betoniranja, rebro se širi na mestu armature, kako je tačkasto označeno na sl. 17a.

*Proračun trougaonih i trapeznih preseka.* α) Trougaoni preseci se javljaju na spojevima bunkera. Linija pritisaka u preseku pred-



S1, 18

stavljena na sl. 18 kvadratna je parabola sa temenom na  $\frac{x}{2}$ . Ukupna sila pritiska iznosi  $D_b = \frac{2}{3} \frac{B\sigma_r}{4} sh$ ;  $\frac{2hs}{B} = \operatorname{tg} \psi$ , odavde je  $B = \frac{2sh}{\operatorname{tg} \psi}$ ; sa time je

$$D_b = (s h)^2 \frac{\sigma_r}{3 \operatorname{tg} \psi}. \quad (20)$$

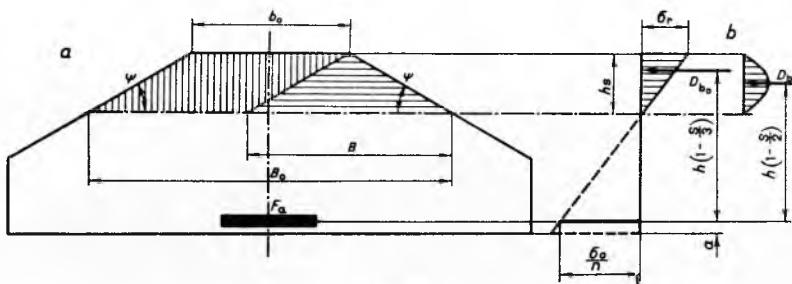
Uslov  $\Sigma M = 0$  daje  $h \left(1 - \frac{s}{2}\right) (sh)^2 \frac{\sigma_r}{3 \operatorname{tg} \psi} = M$ , a odavde je visina nosača

$$h = \sqrt[3]{\frac{3 \operatorname{tg} \psi M}{s^2 (1 - s/2) \sigma_r}}. \quad (21)$$

Koristeći se uslovom  $\Sigma H = 0$ , projekcija unutrašnjih sila = 0, dobija se  $Z_a = D_b$ ; odatle presek armature

$$F_a = (sh)^2 \frac{1}{3 \operatorname{tg} \psi} \frac{\sigma_r}{\sigma_a}. \quad (22)$$

β) Temeljne grede često predstavljaju trapezne preseke u zoni pritiska za negativne momente kontra-greda. Sa slike 19



Sl. 19

vidi se da se trapezna pritisnuta zona može shvatiti kao pravougaonik širine  $b_o$  i trougaone širine  $B$ . Uslovna jednačina iz  $\Sigma M = 0$  može se jednostavno napisati kao algebarski zbir unutarnjih momenata oba preseka i spoljnog momenta, odnosno

$$h^3 s^2 \left(1 - \frac{s}{2}\right) \frac{\sigma_r}{3 \operatorname{tg} \psi} + h^2 \frac{b_o \sigma_r s}{2} \left(1 - \frac{s}{3}\right) - M = 0;$$

symbolički:  $h^3 \alpha + h^2 \beta - M = 0$ . (23)

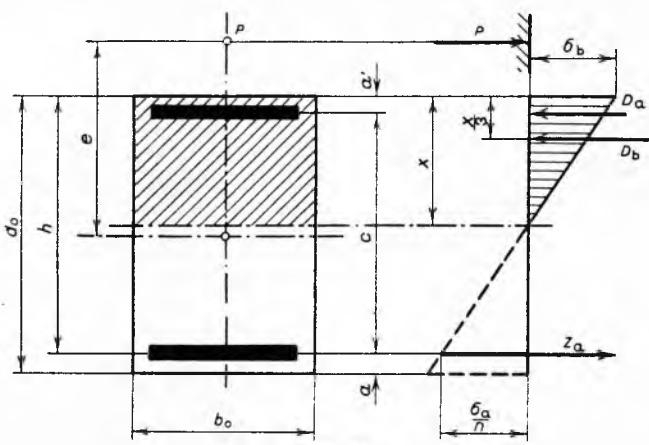
Iz ove nepotpune kubne jednačine treba odrediti  $h$  pogodnim algebarskim postupkom, npr. Newtonovim postupkom približavanja.

Presek armature se dobija iz jednakosti unutrašnjih sila pritiska i zatezanja,

$$F_a = \frac{D_b}{\sigma_a} \left[ (sh)^2 \frac{1}{3 \operatorname{tg} \psi} + \frac{b_o s h}{2} \right] \frac{\sigma_r}{\sigma_a}. \quad (24)$$

**Složeno savijanje u fazi velikog ekscentricitetata.** a) Kad je ekscentričnost  $e = M/P$  veća od karakteristične  $e_0 = d_o/\beta$ , presek je napregnut u fazi velikog ekscentricitetata. Za napone to znači da je zatezanje veće od 1/4 jednovremenog pritiska. Tada se proračun mora sprovesti po fazi IIa, odnosno mora se zanemariti zategnuti deo preseka (sl. 20).

Zbog ekonomije u tablicama za koeficijente i jednoobraznosti u računanju, svodenje proračuna Wuczkowskoga na savijanje, sa odgovarajućim dopunama, osvojilo je sve priručnike. Proračun se sprovodi na sledeći način: odredi se moment u odnosu na



Sl. 20

zategnutu armaturu  $M_a = M + N \left(\frac{d_o}{2} - a\right)$ . Sa ovim se momentom vrši dimenzionisanje postupkom iteracije (pretpostavljajući prve vrednosti za  $d_o$  pri sračunavanju  $M_a$ ). Konvergencija je vrlo brza; to brža što je  $(d_o/2 - a)$  manje u odnosu na  $e$ . Prilikom proračuna armature treba imati na umu da  $\Sigma H = 0$  daje  $Z_a + P - D_b = 0$ ; odnosno, odavde je, u slučaju  $F_a' = 0$ ,

$$F_a = \frac{Z_a}{\sigma_a} = \frac{D_b}{\sigma_a} - \frac{P}{\sigma_a} = \frac{b h \mu}{100} - \frac{P}{\sigma_a}. \quad (25)$$

Opravdanost ovog postupka lako se dokazuje iz  $\Sigma M_x = 0$ :

$$P e_x - D_b \frac{2x}{3} - Z_a (h - x) = 0, \quad Z_a = D_b - P, \text{ sa čime je}$$

$$D_b = \frac{P(e_x + h - x)}{\frac{2}{3} x + h - x} = \frac{M_a}{Z}. \quad (26)$$

Dokaz ima samo više članova ako se uvede i  $F_a'$ ; to nije potrebno, jer se radi o analogiji pa se važenje može rasprostreti na sve slučajevе preseka u armiranom betonu.

Kada je zadat betonski presek i manje nosivosti no što to odgovara momentu  $M_a$ , postupak je istovetan kao uz dvostruko armiranje.

$$\Delta M = M_a - \left(\frac{h}{r^2}\right) b_o; \quad F_{a2} = \frac{\Delta M}{[d_o - (a + a')] \sigma_a};$$

onda je ukupna zategnuta armatura

$$F_a = \frac{b h}{100} \mu + \frac{\Delta M}{[d_o - (a + a')] \sigma_a} - \frac{P}{\sigma_a}. \quad (27)$$

Presek pritisnute armature je, kao i ranije,  $F_a' = F_{a2} \frac{h - x}{x - a'}$ .

b) Ukoliko je normalna sila zatezanje, treba svuda u napred prikazanim izrazima promeniti znak pred silom  $P$ . Moment  $M_a$  se smanjuje, a sa njim i dimenzije; ali se  $F_a$  povećava, jer se  $\frac{P}{\sigma_a}$  dodaje, a ne oduzima kao u prvom slučaju.

Kad je ekscentričnost nešto veća no karakteristična  $e_0$ , dogada se da se za  $F_a$  dobije negativna vrednost, jer  $-\frac{P}{\sigma_a}$  može biti veća površina od pozitivnoga dela površine. U tom slučaju treba sniziti  $\sigma_a$  ne povećati, kako prividno izgleda, jer  $\frac{b h \mu}{100}$  raste znatno brže no što brojno raste  $\frac{P}{\sigma_a}$ . Kako to odgovara i prirodi stvari, jedan presek za koji je  $e \approx e_0$  sračunat sa isključenjem ili bez isključenja prslina ima neznatno različite napone.

**Ispitivanje napona pri savijanju i složenom savijanju.** Ispitivanje napona bilo je najčešće kontrolno proračunavanje radi provere tačnosti dimenzionisanja. Danas se ispitivanje napona sve više vrši u svrhu određivanja nosivosti neke konstrukcije u novim uslovima njene funkcije. Sa starošću raste kvalitet betona; u prošlosti sve dalje od današnjice dopušteni naponi i u čeliku i u betonu bili su sve manji; tlo koje je nosilo mnogo godina građevinu može, kao s vremenom stabilizovano, da podnese dodatna opterećenja. Otuda eksperti gdekada odrede da neka konstrukcija može podneti znatno veći nov teret no što je prvo bitno projektom bilo predviđeno.

**Savijani elementi.** Svi su geometrijski elementi na sl. 21 poznati. Iz uslova da je suma statičkih momenata aktivnih delova preseka u odnosu na neutralnu liniju jednaka nuli može se odrediti i položaj neutralne linije. Sa njime je zadatak završen, bar što se tiče teorije armiranog betona, jer se naponi dobivaju po obrascima iz nauke o otpornosti materijala:  $\sigma_a = n \frac{M}{W_a}$ ;  $\sigma_b = \frac{M}{W_b}$  i  $\sigma'_a = n \frac{M}{W'_a}$ . U ovim su izrazima veličine  $W$  otporni momenti dejstvujućih površina. Jednačina  $\Sigma S_{x-x} = 0$  daje

$$(b - b_o) d \left( x - \frac{d}{2} \right) + n F'_a (x - a') + b_o \frac{x^2}{2} - n F_a (h - x) = 0. \quad (28)$$

$$J_{x1} = \frac{x^3 b_0}{3} + d(b - b_0) \left( x - \frac{d}{2} \right)^2 + n F'_a (x - a')^2 + n F_a (h - x)^2. \quad (29)$$

U ovom su izrazu uzeti za delove preseka koji nisu na neutralnoj osi samo položajni momenti inercije. Degeneracijom pojedinih delova preseka u izrazu (29) dobija se odgovarajuće  $J_{xi}$ . Tako se dobija za odgovarajući presek sa:  $y_a = (h - x)$ ,  $y_b = x$ , i  $y_{a'} = x - a'$ ,  $W_a = J_{xi}/(h - x)$ ;  $W_b = J_{xi}/x$ ;  $W_{a'} = J_{xi}/(x - a')$ ; a sa ovim i naponi  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  i  $\sigma_{a'}$ , prema napred datim izrazima.

Savijanje sa normalnom silom — velika ekscentričnost. Iz uslova  $\Sigma H$  i  $\Sigma M = 0$  obrazuje se jedna jednačina u kojoj se nalaze samo geometrijske veličine preseka (sl. 22).

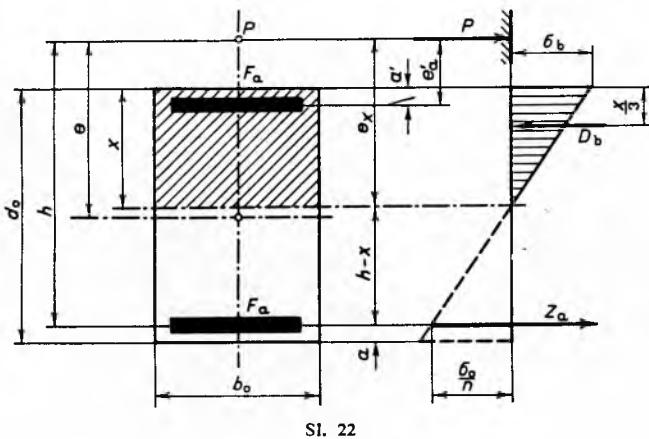
$$\Sigma H = 0: \quad P + Z_a - D_b - D_a = 0 \quad (a)$$

$$\Sigma M = 0: \quad M - \left[ \sigma_b \frac{xb}{2} \left( \frac{d_o}{2} - \frac{x}{3} \right) + F'_a \sigma'_a \left( \frac{d_o}{2} - a' \right) + F_a \sigma_a \left( \frac{d_o}{2} - a \right) \right] = 0. \quad (b)$$

Zamenom  $P$  iz prve jednačine u drugu i uvođenjem  $Pe = M$  dobija se

$$\epsilon(D_b + D_a - Z_a) - \left[ \sigma_b \frac{xb}{2} \left( \frac{d_o}{2} - \frac{x}{3} \right) + F'_a \sigma'_a \left( \frac{d_o}{2} - a' \right) + F_a \sigma_a \left( \frac{d_o}{2} - a \right) \right]. \quad (29)$$

U jednačini (29) svaki član je proizvod dužine i jedne od unutrašnjih sila. Sve se ove sile mogu izraziti naponom  $\sigma_b$ , koristeći se Navierovim odnosima koji su usvojeni samom elastičnom teorijom.



$$\text{Tako je } D_b = \frac{\sigma_b b_o x}{2}; \quad D_a = \sigma_b \frac{x - a'}{x} n F_a; \quad Z_a = \sigma_b \frac{h - x}{x} n F_a.$$

Uvedu li se ove veličine u (29), dobija se kubna jednačina po  $x$  tipa

$$x^3 + \alpha x^2 + \beta x - \gamma = 0. \quad (29a)$$

$$\text{U jednačini (29) je } \alpha = 3 \left( e - \frac{d_0}{2} \right); \quad \beta = \frac{\sigma n}{b} (F_a e_a + F_a' e_a'); \\ \gamma = \frac{\sigma n}{b} (F_a e_a h + F_a' e_a' a').$$

Tek je sa određivanjem veličine  $x$  presek potpuno određen geometrijski i statički. Naponi se određuju primenom uslova ravnoteže. Kada je ekscentričnost velika, kraće je sračunati napone iz (a) i Navierovih odnosa; kada je ekscentričnost mala po apsolutnom iznosu, treba se koristiti uslovom ravnoteže (b). Ovo biranje uslovjava algebarsku strukturu izraza za napone: iz (a) se dobijaju naponi preko količnika velikih brojeva, čiji se imenitelj obrazuje razlikama velikih brojeva; oni su, opet, funkcija veličine  $x$ , koju određujemo iteracijom; određivanje napona po uslovu (b) skopčano je s radom sa još većim brojevima, ali se imenitelj obrazuje samo iz pozitivnih sabiraka.

Za inženjersku je praksu najpovoljniji način rešavanja jednacina višega reda primena Newtonova postupka iteracije. Jednacina (29a) može se napisati u obliku  $x^3 + \alpha x^2 + \beta x - \gamma = f(x)$ . Odredi se i  $f'(x) = 3x^2 + 2\alpha x + \beta$ . Prva vrednost uzme se po iskustvu logična, veća; sledeća približna vrednost je  $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ . Time što se uzima prva vrednost veća no što je ona koju tražimo, skraćuje se postupak aproksimovanja, jer se željeno vrednosti dolazi samo s jedne strane. Ukoliko ne pogodimo veću vrednost, pojavljuje se jedan stepen aproksimovanja više; u tom je slučaju  $f(x_1)$  negativna vrednost, pa je korektivni član  $+\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ ; dalje se približavanje vrši s jedne strane. U jednacini (29a) treba za prvu vrednost uzeti  $x_1 = \frac{d_0}{2}$ , a u jednacini (23)  $h_1 = r\sqrt{\frac{M}{b_0}}$ .

Obično je  $x_2$  dovoljno tačna veličina koju tražimo; izuzetno  
 $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}.$

## **PRORAČUN SMIČUĆIH I GLAVNIH NAPONA**

$$T_o = \frac{dH_v}{dl} = \frac{dD_b}{dl} = \frac{d}{dl} \left( \frac{M}{z} \right). \quad (30)$$

Jednačina (30) ima dva slučaja razvijanja: 1. kada je  $h = \text{const.}$ , kako je naznačeno na sl. 23 a, ili 2. kada je kontura nosača krivočrvena, kako je naznačeno na sl. 23b.

$$1. h = \text{const.}, T_o = \frac{dM}{dl} \frac{1}{z} = \frac{Q}{z}; \tau_o = \frac{Q}{zb_0} \quad (30a)$$

$$2. h = \text{varib.}, T_o = \frac{dM}{dx} \frac{1}{z} - \frac{M}{z^2} \frac{dz}{dl} = \\ = \frac{Q}{z} - \frac{M}{hz} \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{z} \left( Q - \frac{M}{h} \operatorname{tg} \alpha \right). \quad (30b)$$

U drugom slučaju je  $\frac{dz}{dl}$  zamenjeno aproksimativnom vrednošću  $\frac{dh}{dl} \frac{z}{h} = \operatorname{tg} \alpha \frac{z}{h}$ . Kad se  $M$  i  $h$  menjaju suprotno, tj. kad  $M$  raste a  $h$  opada, drugi član je pozitivan. Onda je opšti izraz za proračun napona smicanja u neutralnom sloju

$$\tau_o = \frac{1}{z} \left( Q \mp \frac{M}{h} \operatorname{tg} \alpha \right) = \frac{1}{z} Q^o. \quad (31)$$

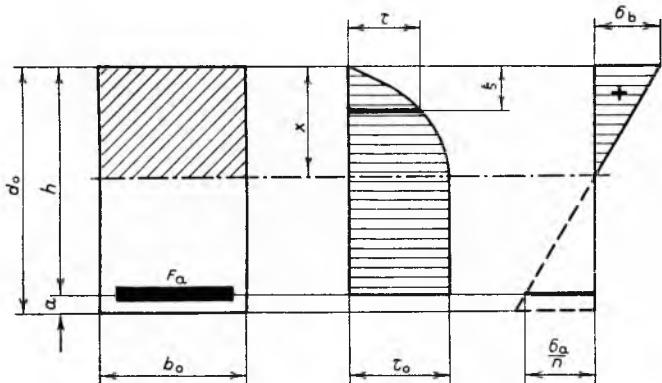
Iz Mohrove predstave glavnih napona dobija se sprega glavnih napona  $\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$ . U ovom izrazu

je  $\sigma_x = \sigma_b$ ;  $\sigma_y$  su naponi od opterećenja upravnog na osu sistema;  $\tau_{xy}$  je napon smicanja u ravni preseka; on je po Cauchyju jednak  $\tau_{xy} = \tau$ .  $\sigma_y$  je beznačajan napon, sem u oblasti oslonaca i u oblasti većih koncentrisanih sila. Za jednoosno naponsko stanje bi onda sprega glavnih napona bila

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 + \tau^2}. \quad (32)$$

Izraz (32) se redovno upotrebljava u praksi;  $\sigma_{1,2}$  se pri dvoosnom naponskom stanju ispituje više zbog dokaza povećane sigurnosti radom sa (32) nego zbog tekuće praktične primene. Izuzetak je od ovoga ako je  $\sigma_y$  zatezanje.

Opšti izraz za sručiće napon iz nauke o otpornosti materijala glasi  $\tau = \frac{QS}{bj}$ . Na osnovu ovog izraza, napon smicanja je od  $\sigma_{\max}$  do  $\sigma = 0$  raspoređen po paraboli, a dalje po pravoj, prema sl. 24. Iz dijagrama napona na sl. 24 se vidi, a izlazi i



Sl. 24

iz obrasca za glavne napone, da je najveća negativna vrednost  $\sigma_b$  kada je  $\sigma = 0$ ,  $\tau = \tau_o$ ; onda je  $\sigma_{1,2} = \pm \tau_o$ . Nagib ovih napona prema osi nosača dobija se iz  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$ ;

odnosno, u našem slučaju,  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_o}{0 - 0} = \infty$  odakle je  $\alpha = 45^\circ$ , odnosno  $135^\circ$ .

Ima tri vrste dopuštenih napona:  $\tau_a$  kad ih beton prima sa punom sigurnosti;  $\tau_b$  kad je zatezanje iskorisćeno do  $\frac{1}{2}\beta_z$ ;  $\tau_c$  kad nema dovoljne sigurnosti protiv zatezanja  $\sigma_b$ . U slučaju  $\tau_b$  armira se do  $\lambda_a$ , u slučaju  $\tau_c$  armira se skroz.

Cesto postoji potreba da se proračunaju naponi smicanja na dodiru ploče T-preseka i lica njegova rebra.

#### Proračun i raspored armature za prijem napona zatezanja.

a) Za prijem kosih glavnih zatezanja služe kosa gvožđa i uzengije (stremeni). Uzengije se stavljuju upravno na osu sistema ili pod  $45^\circ$ , prema glavnim naponima. Prijem ovih napona povoljnije je vršiti kosim šipkama, povijenim iz armiranih oblasti za prijem normalnih napona, ili kosim uzengijama (u poslednje vreme sve češće). Uzengije vrše i drugu ulogu; one povezuju ploču T-preseka sa nosačem; sem toga, obuhvatanjem betonske mase

delom je utežu. Na sl. 25 predstavljen je dijagram  $T_o = \frac{Q^o}{z}$ ; diferencijal sila veze je dat izrazom  $dH_v = dl \cdot T_o$ ; sila veze na određenoj dužini  $\lambda_a$  data je  $H_{v,\lambda_a} = \int_0^{\lambda_a} T_o dl = \text{area } ABCD$ .

Dužina  $\lambda_a$  je odstojanje od oslonca  $n$  do mesta gde je napon  $\tau = \tau_a$ ;  $\tau_a$  je napon zatezanja koji sam beton prenosi sa dovoljnom sigurnošću; desno od ordinate  $CD$ ,  $\sigma_2 = \tau < \tau_a$ , beton prima sam napone zatezanja. Uкупnu silu veze, area  $ABCD$ , treba predati armaturi za prijem glavnih napona. Pri tom kosa armatura ili kose uzengije primaju silu  $Z_s = \frac{H_v}{\sqrt{2}}$ ; ako je primaju ortogonalne

uzengije, onda je  $Z_a = H_v$ ; to se vidi sa sl. 25 b i c. U praksi se obično odaberu uzengije ( $F_u$ ) potrebne iz konstruktivnih razloga, zatim se odredi armatura koja se može poviti iz zona ekstremnih normalnih napona; ostatak potrebne armature dodaje se ili u obliku kosih profila usidrenih u pritisnutim delovima nosača ili kao kose uzengije. Prema napred rečenom može se postaviti sledeća jednačina za određivanje onog dela armature koji se proračunava:

$$H_v = F_s \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma_a + F_u \cdot \sigma_a. \quad (33)$$

U jednačini (33)  $F_u$  je zbir preseka uzengija u neutralnom sloju na dužini  $\lambda_a$  nosača.  $\frac{\lambda_a}{m} = e$ , odstojanje uzengije, obično je ne-

promenljivo. Uzengije mogu biti dvosečne ili  $2n$ -sečne:  $F_u = 2n \cdot fm$ , gde je  $m$  broj uzengija na dužini  $\lambda_a$ ,  $2n$  paran broj preseka jedne uzengije,  $f$  presek šipke od koje su uzengije.  $F_s = F_{ss} + F_{su}$ ;  $F_{ss}$  = površina preseka povijenih šipki,  $F_{su}$  = površina preseka kosi uzengija.  $F_{ss}$  je površina koja se uzima kao raspoloživa iz oblasti momenata,  $F_{su}$  se onda računa iz (33) kao jedina nepoznata.

b) Raspored armature za prijem kosih glavnih napona treba izvršiti tako da se pojedini delovi armature nalaze nad težištem delova dijagrama  $T_o$ . Taj se zadatak najopštije rešava pomoću tzv. integralne krive, koja se obično dobija postupkom diferencijacije. Na sl. 26 prikazan je odnos linija  $T_o$  i  $J$ . Kako su uzengije obično na jednakom odstojanju, prvo se odseče od  $AB$  komad  $AC = F_u \sigma_a = H_{vu}$ . Prava  $CD$  određuje pravac sa kojim treba vući paralele iz središta podeoka koji predstavljaju nosivost odgovarajućeg elementa. Ovi se podeoci najlakše dobijaju grafičkim putem. Iz tačke  $C$  povuče se ma koja prava; u pogodnoj razmeri se na njoj predstave dužinama površine kosiških šipaka; npr. mesto povijanja šipke 2 prikazano je na sl. 26 povlačenjem paralele sa  $NB$  iz  $2$  do  $2'$ , a onda sa  $CD$  do preseka sa integralnom krivom  $DB$  u  $2''$ ; položaj je određen projekcijom na osu.

Zadatak se uprošćuje kada se ima posla sa nosačima koji se proračunavaju iz totalnog, nepokretnog opterećenja, a  $h = \text{const.}$

Poznat je odnos iz statike  $\frac{dM}{dl} = Q$ , (a). U ovom slučaju su linije  $Q$  i  $T_0$  iste; množenjem linije  $Q$  sa  $\frac{1}{z} = \text{const.}$  dobija se linija  $T_0$ . Iz odnosa (a) dobija se  $M = \int_0^{\lambda_a} Q dl = z \int_0^{\lambda_a} T_0 dx$ , (b). Iz ovoga

$T_{\text{ON}} = \frac{dZ_a}{ds}$ . Iz ranijeg izlaganja je poznato

$$Z_a = \frac{M_a}{z} - N = \frac{N(\zeta + e)}{z} - N. \quad (\text{a})$$

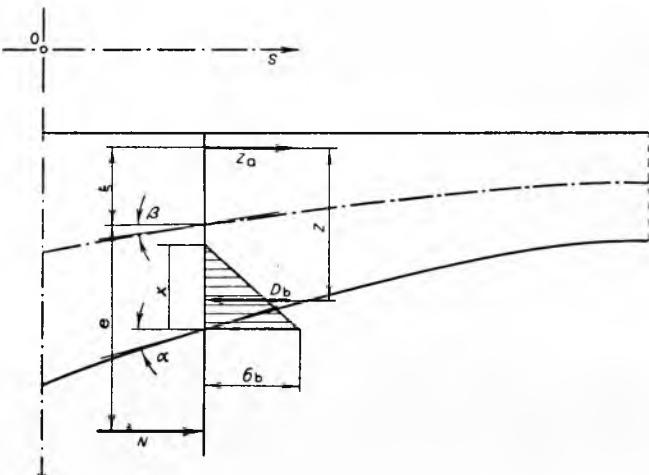
U izrazu (a) sve su veličine promenljive sa  $s$ ; tako se dobija, posle sredivanja,

$$\begin{aligned} T_{\text{ON}} = & \frac{Q}{z} - \frac{M}{hz} \operatorname{tg} \alpha - \frac{dN}{ds} \left( 1 - \frac{\zeta}{z} \right) + \\ & + \frac{N}{z^2} \left( z \frac{d\zeta}{ds} - \zeta \frac{dz}{ds} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

Kad je  $\zeta = ih$ , a  $z = jh$ , onda je  $\frac{d\zeta}{ds} = i \operatorname{tg} \alpha$  i  $\frac{dz}{ds} = j \operatorname{tg} \alpha$ ,

odnosno  $\left( z \frac{d\zeta}{ds} - \zeta \frac{dz}{ds} \right) = (jh i \operatorname{tg} \alpha - ih j \operatorname{tg} \alpha) = 0$ . Normalna sila načelno poboljšava naponsko stanje smicanja (sl. 28).

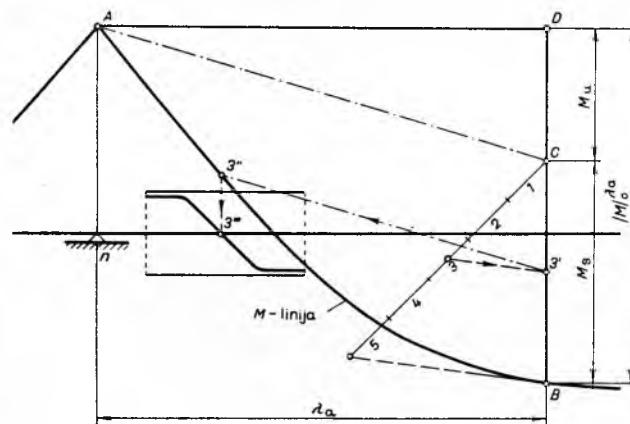
Prva su dva izraza poznata iz savijanja; druga dva dopunjaju izraz za  $T_0$  i daju mu opšti karakter. Iz primera (34) vidi se da su smicanja pri složenom savijanju načelno manja no pri običnom savijanju: obično su izrazi  $z \frac{d\zeta}{ds} - \zeta \frac{dz}{ds}$  i  $\frac{dN}{ds}$  negativni (-); sem toga je  $M_a$  veće no  $M$ .



Sl. 28

se vidi da se u takvom slučaju ne moraju da proračunavaju linije  $T_0$  i  $J$ , jer su to linije  $Q$  i  $M$ ; na osnovu njih se vrši dimenzionisanje nosača.

Ranije je pokazano da je  $dH_v = dD_b = d\left(\frac{M}{z}\right)$ ; otuda je  $H_{v, \lambda_a} = \int_0^{\lambda_a} d\left(\frac{M}{z}\right) = \left[\frac{M}{z}\right]_0^{\lambda_a}$ ; to je prikazano u sl. 27. Uzengije primaju moment  $M_u$ , povijena armatura  $M_s$ . Kriva  $AB$  je integralna kriva, pa se njome postupa kako je ranije opisano.



Sl. 27

Ovakvi su nosači česti u arhitektonskom gradevinarstvu klasičnog tipa — opeka - beton — jer je tada koristan teret beznačajan u odnosu na stalni, pa se ceo proračun sprovodi za podvlake iz jednog položaja totalnog opterećenja.

**Smičući naponi pri velikom ekscentricitetu.** U ovom slučaju bolje poći od toga da je  $dH_v = dZ_a$ . Odavde je

**Smicanje pri savijanju po obimu armature, napon usidrenja.** Kako se vidi sa sl. 24, dijagram napona  $\tau$  je od neutralne linije do armature nepromenljiv. Ispod neutralne linije smatra se da betonski presek ne sudjeluje u prenošenju sila, pa je stoga statički moment aktivne površine u odnosu na neutralnu osu nepromenljiv. Na mestu armature dijagram pada na nulu. Može se odmah napisati napon smicanja po obimu armature, ako se sa  $o$  obeleži obim svih šipaka u ispitivanom preseku,  $\tau_1 = \frac{Q}{o z}$ ,

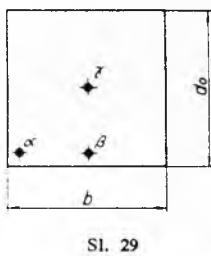
koristeći se analogijom sa smicanjem  $\tau = \frac{Q}{b z}$ , jer je u jednom slučaju  $b$  širina po kojoj se vrši smicanje, a u drugom  $o$ . Eksperimentima je dokazano, bez obzira na neke dokaze ilustrativnog karaktera, da presek ispod neutralne linije nije na mestima velikih  $Q$  potpuno neaktiviran, pa se za napon usidrenja od savijanja usvaja  $Q/2$ , odnosno

$$\tau_1 = \frac{Q}{2 o z}. \quad (\text{a})$$

Uticaj promene visina nosača ne bi za  $Q$  u izrazu (a) trebalo uvoditi u račun. Kada je armatura  $\varnothing \leq 22$  mm, ne mora se vršiti ovaj proračun.

**O usidrenju armature uopšte.** Potpuna povezanost u statičkom delovanju betona i armature postiže se: prianjanjem betona za armaturu; trenjem između betona i armature, koje je izazvano normalnim naponima po obimu, nastalima usled skupljanja betona

pri stvrdnjavanju; uticajem neravnina na obimu šipki, nekad dobijenih tehnološkim procesom proizvodnje. Za što potpuniju vezu beton-čelik preduzimaju se sve više razne mere. Tor-čelik ima radi povećanja usidrovosti spiralne izrasli, a nekad i poprečna rebra. Rebrasti profili se prave s istim ciljem. Pogotovu je to potrebno kada čelik ima veliku otpornost, jer su onda i naponi  $\tau_1$  veći. Spiralno povijene izrasli na Toru, po omotu šipki, doprinose povećanju otpora protiv čupanja epruveta iz betona toliko da se za njega dopušta  $\tau_{1T} = 2\tau_a$ , inače  $\tau_1 = \tau_a$ . Slično se dopuštaju povećani naponi usidrenja i za rebraste profile, obično od visokovrednog čelika. Usidrovost šipaka, i praktično isti termički koeficijent izduženja  $\gamma = 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  za čelik i beton osnovne su mehaničke karakteristike na kojima se ostvaruje armirani beton. Stezanje šipaka armature betonskom masom od neobičnog je značaja, jer šipke usidrene prema sl. 29 imaju često za  $\alpha$  moć usidrenja 1, za  $\beta$  moć 1,5 a za  $\gamma$  moć čak i do 2,4. Prirodno da to zavisi i od apsolutnih veličina  $b$  i  $d_b$  preseka i prečnika šipaka, kao i od njihove gustine. Teorija lokalnih napona na dodiru betona i šipki armature, u vezi sa problemom usidrenja, vrlo je bogato razrađena u Francuskoj i propisima uvedena u život.



Sl. 29

Da bi se šipke što bolje usidrile, na završetku se prave kuke. Considére je prvi obrazloženo primenio polukružni tip kuka sa otvorom minimum  $5\varnothing$ , sl. 30 a. Ostali oblici kuka su gori, a došli su zbog nacionalnog prestiža. Kuke često ometaju pravilno betoniranje, a nekad onemogućuju montažu armature, naročito na mestu ukrštanja više elemenata. Caquot je razradio teoriju usidrenja pomoću talasastog povijanja šipaka, sl. 30 b. Kad je armatura pritisnuta ili je u zategnutoj zoni malog ekscentriciteta, nije potrebna nikakva obrada šipaka na kraju; puno usidrenje se za pritisnute štapove lako postiže sa  $35\varnothing$ , jer Poissonov efekt kod pritisnute šipke osetno poveća trenje po omotu.

Efikasnost usidrenja je to veća što je veći specifični obim šipke  $\sigma_s = \frac{o}{F} = \frac{4d\pi}{d^2\pi} = \frac{4}{d}$ ; ovaj je to veći što je šipka tanja. Od ove je veličine zavisna i učestalost prslina u zategnutim zonama elementa. Što je  $\sigma_s$  veće to su širine prslina manje, ali ih ima više na jedinici dužine, jer je zbir svih prslina jednog nosača gotovo konstantan. Širine prslina ispod 0,3 mm nisu opasne u pogledu rđanja armature; otud je interes konstruktora da upotrebljavaju što tanje prečnike armature, ili armaturu sa rebrastim profilima. To je dovelo do toga da se mesto jednog debljeg upotrebljavaju dva, tri ili četiri tanja profila postavljena u cvasti: cvasti se raspletaju u zonama velikih transverzalnih sila  $Q$ .

**Kratki elementi.** Kratkim elementom nazivaju se nosači koji imaju  $z > l$ . Njihovo se armiranje vrši za vertikalnu silu veze,  $V_v = Q$ , budući da je  $H_v < V_v$ , zbog  $z > l$ . Celokupna se sila  $V_v$  predaje kosoj armaturi, koja i u ovom slučaju, kao i uvek dosad, ima pravac penjanja prema osloncu. Ovo jednostavno pravilo čini nepotrebnim poznavanje znaka napona  $\tau$ . Sila zatezanja

je  $Z_a = \frac{Q}{\sqrt{2}}$ , sl. 31b,  $M = Ql$ . Normalni napon u betonu obično

nije iskorišćen, pa je  $F_a = \frac{M}{0,9h \cdot \sigma_a}$ , a  $F_{as} = \frac{Q}{\sqrt{2}\sigma_a} \approx \frac{Q}{2}$  u  $\text{cm}^2$  sa  $\sigma_a = 1,4 \text{ t/cm}^2$ , a  $Q$  u t. Na pravoj od  $O$  do  $A$  treba ravnomerno rasporediti  $F_{as}$ , nagnut pod  $45^\circ$  u odnosu na ose sistema  $xy$ . Na sl. 31a nacrtan je uvek samo po jedan profil za prijem momenata transverzalnih sila i po jedan profil horizontalnih i vertikalnih uzengija. Uzengije su samo od konstruktivna značaja, njihovo sudelovanje u prenošenju opterećenja ne uvođi se u račun. Tako upršćen proračun je na strani sigurnosti; tačniji proračun bi se morao raditi kao površinski, dvoosni problem napona. Ovi elementi koštaju malo u odnosu na koštanje ostale konstrukcije zgrade, i konstruktori se zadovoljavaju tim jednostavnim proračunom.

Ležište koje prenosi silu  $Q$ , na sl. 31a, obrazuje se od plastičnih materijala, kao što je olov sa antimonom; ili elastičnih, kao čelik.

Proračun površine naleganja vrši se na centričan pritisak iz do-

puštenoga lokalnog napona:  $\sigma_1 = \sigma_s \sqrt{\frac{3/F_1}{F_2}}$ . Ovde je  $F_1$  širina mogućnog rasprostiranja lokalnog opterećenja,  $F_2$  je površina ležišta;  $\sigma_s$  je dopušteni središnji napon. U mnogim se slučajevima ovo ležište može izvesti od kvalitetnog betona, prožetog troosno raspoređenom tankom armaturom. U blizini dodira ležišta javljaju se u gornjem i donjem elementu prostorni naponi.

#### GRAFIČKO ISPITIVANJE I DIMENZIONISANJE

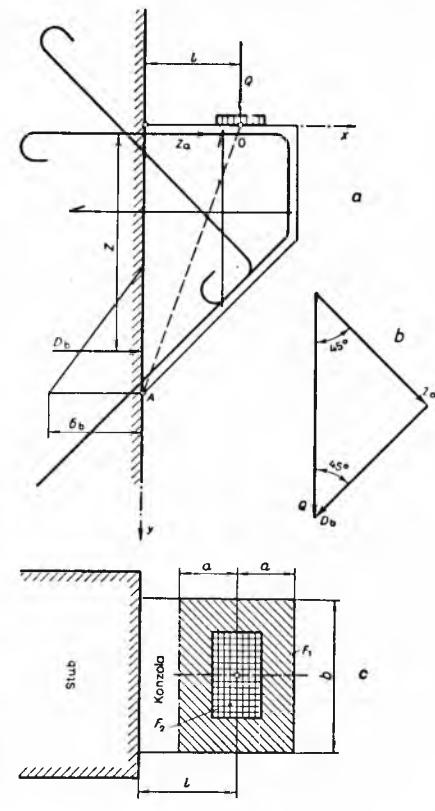
Grafički se postupci ne primenjuju paralelno sa analitičkim; njima se rešavaju oni zadaci za koje je analitički računski posao dug, a potrebno je gotovo uvek i postupke prilagodavati zadatku. Grafički su postupci generalniji od analitičkih; istina, samo za slučaj ispitivanja napona; za dimenzionisanje se mogu upotrebiti samo kada se presek može predstaviti svojim prototipom, odnosno kad se množenjem svakoga geometrijskog podatka multiplikatorom  $\psi$  dobija nov presek. Oba ova postupka se zasnivaju na principima statike. Rešenje zadatka ispitivanja napona u fazi velikog ekscentriciteta pripada Guidiu; dimenzionisanje je potpuno novog datuma, osobito u fazi velikog ekscentriciteta.

**Ispitivanje preseka.** a) Na sl. 32 prikazan je verižni poligon za armaturu i beton za jedan opšti presek sa jednom ravni simetrije. Veličine  $\Delta F_b$  i  $\Delta F_a$  se biraju tako da je proračun dovoljno tačan, a jednovremeno da je što lakši.

Kako je poznato, tačka  $D$  pokazuje položaj težišta cele armature  $n\Sigma\Delta f_a$ ; tačka  $E$  isto za beton,  $\Sigma\Delta F_b$ ; tačka  $F$  za oba materijala u preseku,  $n\Sigma\Delta f_a + \Sigma\Delta F_b = F_1$ . Sve šrafirane površine proporcionalne su sa momentom inercije u odnosu na težišnu osu celog preseka, odnosno  $J_T = 2H \cdot \text{area } ABCDF$ .  $S$  je tačka na osi simetrije, pripada liniji sistema.  $T$  je težiste složenog preseka.

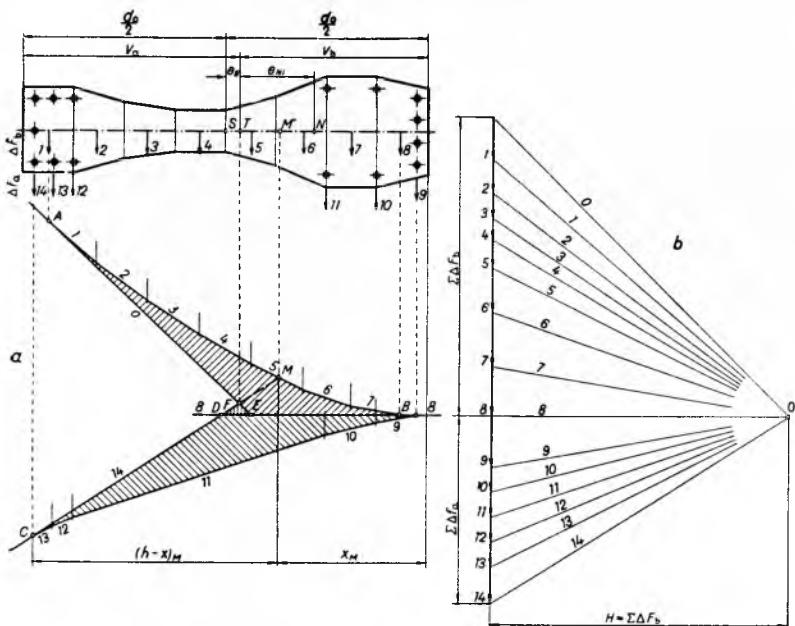
$$\frac{J_T}{v_b} = W_b; \frac{J_T}{v_a} = W_a. \text{ Dobijaju se naponi:}$$

$$\sigma_b = \frac{N}{F_1} + \frac{Ne_N}{W_b}; \quad \sigma_a = n \left( \frac{N}{F_1} - \frac{Ne_N}{W_a} \right). \quad (36a, b)$$



Sl. 31

Kada je  $\sigma_b/\sigma_a \geq -4$ , naponsko stanje je mali ekscentricitet; kad je  $\sigma_b/\sigma_a < -4$ , naponsko stanje je veliki ekscentricitet; tad je prikazani postupak neprimenljiv pa treba proračun obnoviti po dalje prikazanu postupku; kad je  $e_N = 0$ , presek je opterećen centrično.

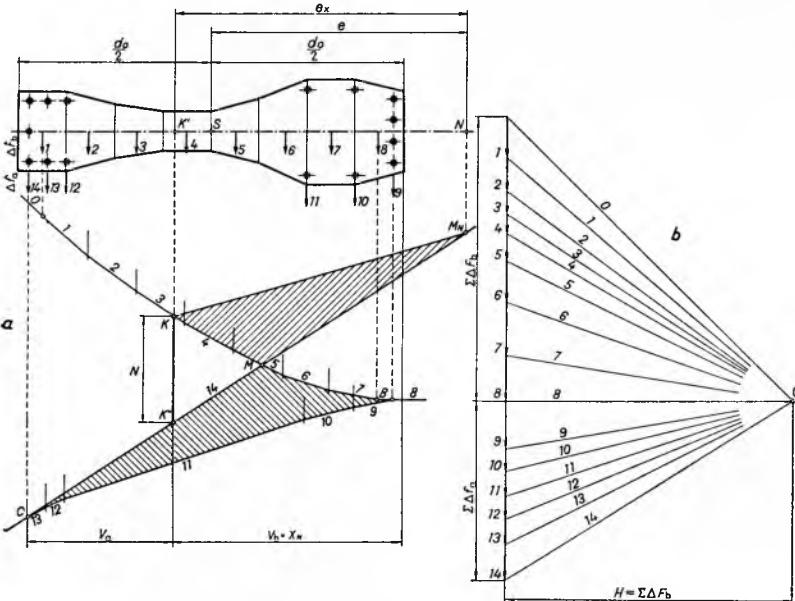


Sl. 32

b) Savijanje presek se može obraditi vrlo jednostavno po ovom postupku: završnu stranu poligona sila  $CDE$ , sl. 32a, treba proizvesti do preseka sa betonskim poligonom sila, do preseka u  $M$ . Ova tačka projektovana na osu sistema daje  $M'$ , položaj neutralne ose  $x_M$ . Moment inercije je  $J_{xM} = 2H \cdot \text{area } BCDFM$ ;

otporni momenti:  $W_b = \frac{J_{xM}}{x_M}$ ;  $W_a = \frac{J_{xM}}{(h - x)_M}$ ; naponi:

$$\sigma_b = \frac{M}{W_b}; \quad \sigma_a = n \frac{M}{W_a}.$$



Sl. 33

Za slučaj kad napred sračunati naponi ne zadovoljavaju propise, primenjuju se posebni postupci za jednostavno određivanje korigovanog preseka.

c) Ispitivanje preseka u oblasti velikog ekscentriciteteta zapravo je dalo najviše povoda za razvijanje grafičkih postupaka. Na sl. 33 je ponovljen raniji crtež, i to samo onaj deo koji se tiče ovog naponskog stanja. Stranu poligona  $CM$  treba proizvesti do  $M_M$  na tragu normalne sile; area  $BCM$  je određena inerciona površina za savijanje. Iz  $M_N$  zrakom  $M_{NM}$  treba probanjem postići da bude area  $KMM_N = \text{area } BCM$ . U tom slučaju daje projektovana tačka  $K''$  položaj neutralne ose.  $J_{xN} = 2H \cdot \text{area } BCK''KM$ ;

$$W_b = \frac{J_{xN}}{v_b}; \quad W_a = \frac{J_{xN}}{v_a}. \quad \text{Naponi: } \sigma_b = \frac{N e_x}{W_b}; \\ \sigma_a = n \frac{N e_x}{W_a}.$$

**Dimenziionisanje grafičkim postupkom.** Prikazana su samo dva elementarna slučaja, kako bi se dobio uvid u postupak. Presek u obliku prstena sa zadatim odnosom spoljnog i unutrašnjeg prečnika predstavlja jedan tip preseka.

a) Savijanje ovakva preseka je često kod dalekovodskih stubova, gde je dovoljno tačno  $N = 0$ . Po dosad pokazanom načinu, za po volji izabran crtež u razmeri  $1:m$  određe se veličine  $J_o$  i  $W_o$ . Presek prenosi moment  $M$ ; kad bi nacrtani presek imao da primi dati moment savijanja, naponi bi bili

$$\sigma_{bo} = \frac{M}{W_{bo}}, \quad \sigma_{ao} = \frac{M}{W_{ao}}.$$

Ovi naponi treba da izborom odnosa količina čelika u preseku prema betonu zadovolje uslov zadatag odnosa kao za dopuštene napone  $\sigma_r$  i  $\sigma_a$ . Sračunati naponi  $\sigma_o$  načelno su različni od dopuštenih napona. Da bi neki nov presek zadovoljio i dopušteni napon, obično betona, treba razmeru promeniti na  $1:m\psi$ . Tako dobijen presek u novoj razmeri ima  $W_b = W_{bo}\psi^3$ . Onda je  $\sigma_r = \frac{M}{W_{bo}\psi^3}$ , a odavde

$$\psi = \sqrt[3]{\frac{\sigma_{bo}}{\sigma_r}}. \quad (37)$$

b) Kada sem  $M$  deluje i  $N$ , nemoguće je direktni postupak, pa se pribegava iteraciji: odredi se  $\psi_1$  iz uslova čistog savijanja; time se dobija prva aproksimativna razmera  $1:m\psi_1$ . U toj se razmeri nacrti nacrti  $e_1$  i odredi trag normalne sile za određivanje trougla  $M_N KM$  na sl. 33a.  $J_{xi}$  je area

$$(BCM + K''MK) \cdot \psi_1^4; \quad W_b = \frac{J_{xi}}{v_b \psi_1}; \quad \sigma_b = \frac{N e_x}{W_b}.$$

Dalje treba ponavljati sa određivanjem  $\psi_t = \sqrt[3]{\frac{\sigma_{bo,t-1}}{\sigma_r}}$ .

Proces vrlo brzo konvergiše, osobito kada je ekscentričnost zнатна. Dug je posao da se odredi odnos  $F_b$  i  $F_a$  za te preseke tako da oba napona budu i u ovom naponskom stanju u odnosu dopuštenih; ovo i nije neophodno, kao ni u analitičkom postupku.

#### EKONOMSKI PRESECI PREMA CENI SASTAVNIH MATERIJALA

Kod homogenih materijala presek treba da ima najmanju površinu, ako se plaća po toni, odnosno  $m^3$ ; onda je konstrukcija najracionallija. Za armirani beton treba zbir koštanja betona + armature + oplate i obrade da bude minimalan. Taj zadatak će ovde biti prikazan samo u vidu zaključaka:

1. Centrično pritisnute preseke treba armirati samo najmanjim dopuštenim procentom.

2. Centrično zategnute elemente, ako su iole značajnijeg koštanja, treba izvesti u prethodno napregnutom betonu, ili betonirane u fazama;  $\sigma_a$  prema propisima.

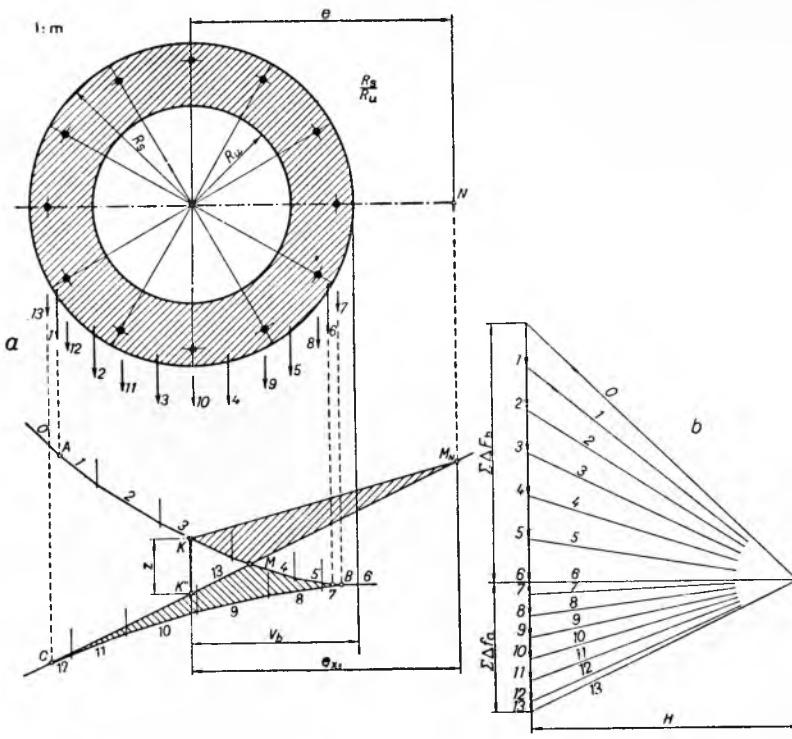
3. Mali ekscentricitet ekonomski takođe zahteva  $\mu_{min}$  i simetrično raspoređenu armaturu; čelik je obično neiskorišćen, sem kad je  $\beta_p$  vrlo velika.

4. Kod savijanja treba razlikovati dva slučaja: a) kada je širina utvrđena, npr. za ploče, gde je  $b = 1,00 \text{ m}$  jer se ispituje samo jedinična traka, ili kada je iz estetičkih razloga zadata širina; b) kad se mogu obe dimenzije da menjaju.

5. U slučaju velikog ekscentriciteta treba pritisak, napon  $\sigma_a$ , iskoristiti umereno, odnosno do  $F_a \approx F'_a$  a  $\sigma_b = \sigma_r$ ; kad je ova faza zatezanje, naponi da budu:  $\sigma_b \leq \sigma_r$ , ali  $\sigma_a = \sigma_{ad}$ , gde je  $\sigma_{ad}$  dopušteni napon čelika.

Naćelno: samo u slučaju velikih serijskih proizvodnji isplati se složen oblik, razduzen presek; onda je na mestu oplate od čelika, koja je inače najracionalnija, ako se upotrebni i samo  $\times$  puta, gde je  $\times$  odnos koštanja kvadratnog metra oplate čelične i drvene. Ovaj je broj vrlo nizak (oko 10) u odnosu na stvarnu mogućnost ponovljene upotrebe dobro konstruisane oplate od lima (bilo je slučajeva u elektroprivrednom gradevinarstvu na dalekovodskim nožicama i daleko preko 1000 ponovljenih upotreba). Sem toga, u čeličnim kalupima se rade olakšani preseci, bolji rasporedom mase prema naprezanju elementa.

ad 4a) Još je 1916 prvi put dano rešenje za ekonomsko dimenzionisanje savijenih elemenata. Do danas je ta teorija ponavljana samo sa razlikom u simbolima i algebarskoj strukturi. Najveći broj autora zadržava princip i u poslednjim izdanjima. Ta je teorija, sa neznatnim popravkama, primenljiva samo kada su širine preseka zadate. Po njoj se određuje bilo racionalni procenat armiranja bilo racionalni napon betona. Zbir koštanja  $K_b + K_a + K_o = K_{min}$ . Većina autora primenjuje tu teoriju kao da ima opšte značenje. Kao popravku u granicama njene primenljivosti treba mesto celog momenta uvesti moment bez sopstvene težine nosača. Armatura za prijem kosih glavnih napona (koja je konstanta jednog nosača, proporcionalna sa površinom Q-diagrama i  $1/\sigma_a$ ) ne treba da se uvodi u koštanje čelika.



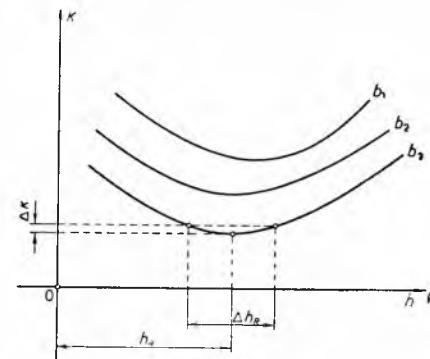
Racionalna visina se dobija iz obrasca sličnog onom pri dimenzionisanju iz dopuštenih napona:

$$h_R = R \sqrt{\frac{M_1}{b}}. \quad (38)$$

$M_1$  je moment od celog opterećenja bez težine nosača;  $R = \sqrt{\frac{C_a \varphi_a}{k \sigma_a (C_b \varphi_b + 2 \frac{C_o}{b} \varphi_o)}}$ , gde su  $C$  cene sastavnih materijala

i radova, a  $\varphi$  funkcije koje izražavaju oblik preseka;  $\varphi$  se prilikom određivanja izvoda, za traženje ekstremnih vrednosti, mogu smatrati konstantnim.

ad 4b) Od daleko većeg značaja po ekonomiju je promena  $b$  nego  $h$ . Sa sl. 35 vide se promene  $K$  za određenu širinu ( $b_s$ ); menjajući  $h_R$  u dosta širokim granicama, za  $\Delta h_R$  odgovara  $\Delta K$ . Za razne širine, međutim, dobijaju se razne krive, koje imaju svoj minimum na  $\sim h_R$ , ali su u pravcu  $K$ -ose znatno pomerenе. Pri tome je  $b_1 > b_2 > b_3$ .



Sl. 35

Kad su  $i$  i  $b$  promenljive, postiže se najveća ekonomija ako je  $b$  minimum a  $h$  optimum. Širina je jasno definisana — treba je izvesti najmanju mogućnu prema otpornosti, mogućnosti izvođenja i sl. Nastojanje da visina bude optimum kao da ima nešto neodređeno. Ova sloboda u biranju visine dolazi od ekonomski neosetljivosti nosača kad se menja  $h_R$  u dosta širokim granicama. Za konstruktoare je, međutim, još od većeg značaja to što je vitkost konstrukcije jedan od bitnih elemenata estetike, a ona je vizuelno zavisna samo od visine; od visine nosača mosta zavise koštanja navoza, padovi na njima i mnogo drugih sličnih elemenata mosta čije je povoljno rešenje u pravilnu izboru optimalnog  $h$ . Mada je ovaj postupak ekonomskog dimenzionisanja objavljen kod nas pre gotovo 25 godina, pogrešne teorije se ponavljaju i u novim izdanjima udžbenika van naše zemlje, valjda zbog nepoznavanja našeg jezika. Ove teorije svakim danom dobijaju sve više samo pedagoški karakter — razvijanje metoda mišljenja o ovom problemu, a ne i sprovođenje neke detaljnije analize. To pre bi postavke morale biti pravilnije.

#### TORZIJA-PRORAČUN NAPONA I ARMATURE

Proračun preseka nosača napregnutih torzionim momentom ( $M_t$ ) složen je i za preseke od homogenog i izotropnog materijala. Armirani beton nema te osobine, pa se postojeći postupci primenjuju kao „uslužni“, bez pretenzija da su nađena dovoljno tačna rešenja. Za neke oblike preseka ova rešenja su istog reda tačnosti kao i proračuni u drugih stanja.

1. Naponi se sračunavaju iz  $\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$ , gde je  $W_t$  otporni moment za torziju. a) Za pravougaoni presek maksimum je u sredini dužih strana  $\tau_{t,max} = \frac{M_t}{b^2 h \psi_1}$ ;  $\psi_1 = 3 + \frac{2,60}{0,45 + \frac{d_o}{b}}$  je funkcija koja

uvodi u račun oblik pravougaonika,  $\frac{d_o}{b}$  odnos veće prema manjoj strani. b) Pun kružni presek  $\tau_{t,max} = \frac{16 M_t}{\pi d_o^3}$ ;  $d_o$  prečnik preseka. c) Presek u obliku

kružnog prstena  $\tau_{t,max} = \frac{16 M_t d_o}{\pi (d_o^4 - d^4)}$ ;  $d$  prečnik šupljine. d)

Eliptični pun presek, na krajevima kraće ose  $\tau_{t,max} = \frac{16 M_t}{\pi b^2 d_o}$ , gde je  $d_o$  duža,  $b$  kraća osa elipse.

Karakteristični sručići naponi raspoređeni su linearno od najveće vrednosti do težine ose. Rotaciono simetrični preseci imaju ovakvu podelu po svakom radijusu; ostali preseci imaju pravolinjsku podelu najčešće samo na glavnim osama.

Za konstruktora su od značaja samo  $\tau_{t, \max}$ ; za istraživača je to otvoreno polje rada u velikom broju još neobradenih problema torzije. Torzioni naponi imaju smer suprotan smeru momenta koji ih izaziva i tangiraju konturu preseka. Dopošteni napon  $\tau_{ta} = \frac{\beta_k}{20}$ ; obično nije dat propisima.

2. Kad deluje samo  $M_t$ , na jednom nosaču glavni su naponi, prema ranjoj analizi,  $\sigma_{1,2} = \pm \tau_t$ . Njihov raspored po trouglu daje konstruktorima prava da uzimaju u proračune dosta visok napon smicanja koji se može poveriti betonu kao glavni napon zatezanja. Za beton TM 300,  $\tau_{ta} = 15 \text{ kp/cm}^2$ , što je dvostruka vrednost od  $\tau_a = 7,5 \text{ kp/cm}^2$  dopuštenog za savijanje. Jedan od razloga za tako visoki dopušteni napon leži u »punoći površine« dijagrama napona; za  $\tau_a$  je punoča 0,5 jer je dijagram trougao, a za  $\tau_{ta}$  je punoča 1,0, jer je dijagram pravougaonik. Ovo se objašnjenje zasniva na postepenoj plastifikaciji trougaonog dijagrama  $\tau_{ta}$ , dok ne postane pri lomu pun pravougaonik. Pravougaoni dijagram nema tog prilagodavanja. Ovo se iskorišćuje u punoj mjeri, jer su ogledima utvrđene zadovoljavajuće čvrstoće elemenata obrađenih ovakvim postupcima.

Kako ostale otpornosti ne rastu proporcionalno sa porastom čvrstoće pritiska, to je preporučljivo za čvrstoće više od  $300 \text{ kp/cm}^2$  uzeti  $\tau_{ta} = \frac{\beta_k}{25} \dots \frac{\beta_k}{20}$ , za čvrstoće bliske čvrstoći  $300 \text{ kp/cm}^2$ .

Naponi  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  su pod  $45^\circ$ , leže u ravni obimne površine elementa. Pravac zatežućih napona se lako određuje po analogiji sa konopcem koji zamislimo da upredamo ili raspredamo. Armatura se izvodi na gradilištu samo od dva ortogonalna sistema, poduzne prave armature i poprečne armature od zatvorenih uzengija. Na sl. 36 je  $F_{bs}$  — šrafirana površina — jezgro preseka; s time je sila zatezanja na jedinicu dužine omota elementa

$$Z' = \frac{M_t}{2F_{bs}}. \quad (39)$$

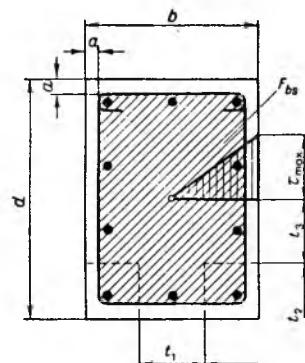
Sile u uzengijama koje su na odstojanju  $e_u$ , uz odstojanja  $t_1$  pojedinih podužnih šipaka prikazanih na sl. 36, glase:

$$Z_u = \frac{M_t}{2F_{bs}} e_u \text{ i } Z_{al} = \frac{M_t}{2F_{bs}} t_1.$$

Armatura se određuje iz:

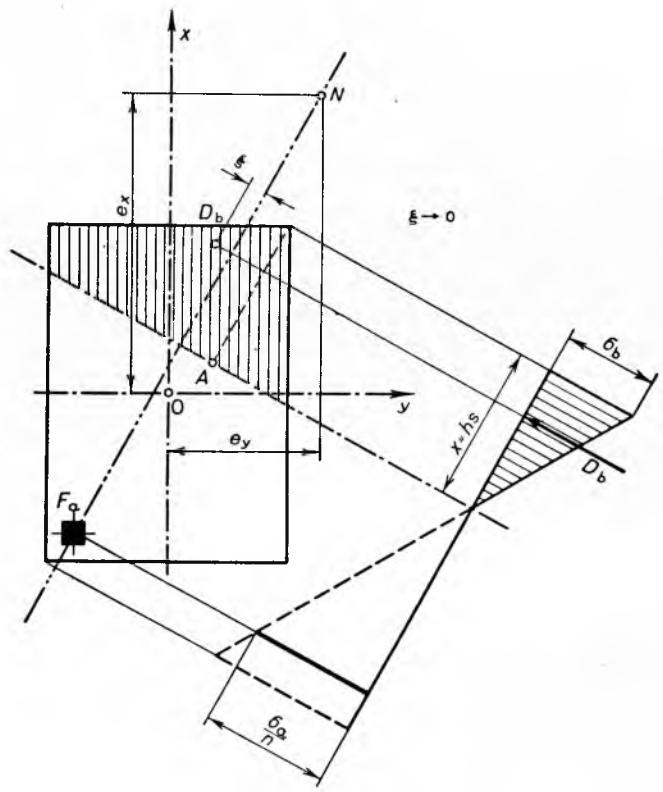
$$f_{au} = \frac{Z_u}{\sigma_a} f_{al} = \frac{Z_{al}}{\sigma_a}.$$

Na sl. 36 je nacrtan i raspored napona  $\tau_t$  samo do težišta preseka.



Sl. 36

Na sl. 37 prikazan je presek koso savijen normalnom silom. Uslov stabilnosti preseka zahteva da su  $F_a$ ,  $D_b$  i  $N$  na jednoj pravoj.



Sl. 37

Odstojanje neutralnog sloja, ako vršimo dimenzionisanje, mereno od ugla, dato je sa  $x = hs$ , gde je kao i ranije  $S = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_a}{n\sigma_b}}$ . Pošto

su  $N$  i  $F_a$  po položaju određeni —  $N$  iz  $e_x$  i  $e_y$ , a  $F_a$  po našem izboru — vrši se, da bi se postiglo da  $D_b$  padne na trag  $F_a$ , rotacija neutralnog sloja oko tačke  $A$ , ne menjajući uslov  $x = hs$ . Proračuni se obično dalje sprovode prikazanim grafičkim postupkom jer je brojčano proračunavanje dugo.

#### NAPONSKO STINJAVANJE

Na oglednim telima opterećenim tako da imaju istu prirodu napona a samo različne jačine, primećen je već davno uticaj vremena na veličinu konačne deformacije. Rastrećena tela su pokazivala povratne deformacije tačno po proračunima, zaostali deo deformacija je bio proporcionalan sa veličinama napona. Davis i Freyssinet, jedan kao istraživač, drugi kao konstruktor, otkrili su ovu osobinu betona. Na tom se problemu danas stalno radi i dalje; u geologiji se pokušava da definise mehanički model ponašanja betona. Zasad je Burgersov model najbliža ilustracija ponašanja višefaznog materijala kakav je sam beton i bez čelika.

Na ovom je mestu od interesa reći da koncepcija o elastičnom ponašanju simbioze beton-čelik dolazi u pitanje pod dejstvom naponskog stinjavanja (odnosno sporih deformacija ili puzanja, kako se ta pojava naziva prema stranoj terminologiji). Naime, unutrašnji raspored sile u preseku postaje statički neodredjiv; tako se sile pritiska sa vremenom sve više »seli» iz betona koji se stinjava pod naponima kojima je u datom momentu izložen i prelaze u čelik, ako njega ima u pritisnutom betonu. Iz ovoga sledi da napon u čeliku nije u jednom vremenskom momentu  $n\sigma_b$ , već se dopunjaje sa  $\epsilon_{ns} \cdot E_a = \sigma_{ns}$ ; tako je ukupan napon u određenom vremenu  $n\sigma_b + \sigma_{ns}$ . Za neke je betone konstatovano i  $\epsilon_{ns} = 50 \cdot 10^{-6}$ ; tako je dodatni napon  $\sigma_{ns} = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 1050 \text{ kp/cm}^2$ . Beton M300 ima  $\sigma_s = 84 \text{ kp/cm}^2$ , ukupan bi napon izneo  $1050 + 10 \cdot 84 = 1890 \text{ kg/cm}^2$ , negde oko granice proporcionalnosti. To znači, ako se želi bar sigurnost 1,50, trebalo bi

#### KOSO SAVIJANJE SA NORMALNOM SILOM ILI BEZ NJE

Gotovo redovno preseci primaju momente  $M_x$  i  $M_y$  od opterećenja u dve ortogonalne ravni; pored toga još i normalnu силу, ili nije nema. Kada je moment  $M_y$  relativno malen u odnosu na  $M_x$  (od gravitacionih opterećenja), on se zanemari i nosač se proračuna kao da je opterećen samo u ravni glavnog opterećenja. Vrlo često nije zadovoljen ovaj uslov; proračun kosog savijanja mora se sprovesti probanjem. Kod armiranog betona otežan je zadatak time što u fazi IIa nije moguća superpozicija napona od  $M_x$ ,  $M_y$  i  $N$ . Katkada se, uprošćenja radi, vrši sabiranje napona  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$  ako je  $\sigma_y \leq 0,2\sigma_x$ ; onda se primenjuju postupci razrađeni kod homogenih materijala. U fazi malog ekscentriciteta ovo se uvek koristi jer se presek ponaša kao da je od homogenog materijala.

stubove u betonu M300 armirati čelikom Č52, a ne Č37. Ne preti nikakva opasnost ako se ne učini tako; treba biti samo svestan da se čelik nalazi u fazi tečenja na dijagramu  $\sigma$ ,  $\epsilon$ , kad se pri znatnim deformacijama napon u čeliku ne menja. Naponsko stinjavanje je za konstruktore korisna osobina betona. Ona pomaže da se ne povoljni uticaji izazvani od grešaka u našim konstruktivnim sistemima ublaže ili čak uklone. Donekle viskozno ponašanje betona omogućuje tzv. adaptaciju sistema, definisanu od Caquot-a. Samo u slučaju elemenata koje treba računati po teoriji drugog reda, odnosno kod problema elastične stabilnosti, naponsko stinjavanje povećava deformacije, a time i savijanje. Predstava naponskog stinjavanja je prigušena kriva, jer posle 4-5 godina ova se osobina betona više ne manifestuje; materijal se petrifikova, kaže se nepravilno, jer je i kod stena otkrivena ova osobina.

LIT.: v. *Armiranobetonske konstrukcije*.

D. L.

**ARMIRANOBETONSKE KONSTRUKCIJE.** Inženjeru Lambotu, Francuzu, pripada prva ideja o izradi konstrukcije od armiranog betona. On je 1850 htio da sagradi čamac koji bi u pogledu rđanja i truljenja imao osobine kamena i u pogledu čvrstoće osobine čelika. Čamac je napravljen, patentiran i danas стоји kao istorijska vrednost u jezeru jednog malog vrta. Primenu armiranog betona na drugom tipu konstrukcija Lambot nije ostavio javnosti.

Monier, Francuz (1823—1906), baštovan po profesiji, ima veću širinu no Lambot u pogledima na mogućnosti primene armiranog betona na najraznovrsnije konstrukcije. Hteo je najpre da prse saksije iz ekonomije vezuje žicom; nju malteriše da ne bi rđala. Nezavisno od Lambota, a kasnije od njega, on prijavljuje jedan za drugim patente za razne vrste konstrukcije. Njegov poslovni duh čini da se patenti uvode u evropskim državama. On, međutim, nije znao kako statički rade njegove konstrukcije. Njemu je konačno ostala samo slava da se po njemu nazivaju pojedini elementi, kao što su Monierovi zidovi i ploče, i mnoga preduzeća.

Hennebique, Francuz (1842—1921), prvobitno stručnjak za građenje u kamenu, imao je dovoljno jasno gledanje na funkcionišanje konstrukcije od armiranog betona. Nekoliko njegovih početnih uspeha vratili su poverenje u armirani beton. On slavu konstruktoru Francuske prenosi i van granica svoje otadžbine; u Rimu se po njegovom projektu i nadzoru gradi most preko Tibra, il ponte del Risorgimento, raspona 100 m. Ovaj most je vrlo dugo držao svetski rekord u veličini raspona, a još duže u vitkosti, stinjenosti njegove lučne konstrukcije. I danas ovaj objekat služi javnom saobraćaju, i pored povećane jačine saobraćajnog opterećenja. Stalna opažanja pokazuju da se most ponaša elastično, iako ima znatan broj prslina na srednjim platnim koja obrazuju rebra lučno-grednog sistema. Sa estetskog gledišta ovaj most važi kao objekat po kom se karakteriše lakoća tibarskih mostova.

Francuzi smatraju Cristophea, Belgijanca, za osnivača teorije proračuna betonskih konstrukcija.

Francuz Considère (1841—1914) je konstruktor, ali i naučnik istraživač. On uводи polukružnu kuku kao efikasan element usidrenja; sem toga, i još važnije od toga, uводи spiralno utezanje betonske mase, što se već zasniva na vrlo suptilnoj teorijskoj osnovi: porastu nosivosti betona, materijala sa unutrašnjim trenjem, pod delovanjem njegova utezanja armaturom. U ovom shvatanju leži i osnova teorije loma betona, odnosno aktivisanje bočnog pritiska spirala pod delovanjem plastifikovanja betona i tečenja u stranu. Od Considérea potiče predlog da se na obali Elorna, kod Bresta, izvedu lukovi sa zategama i navezu na gotove stubove; tu je Freyssinet ostvario svoje poznato remek delo, navožeći skelu za betoniranje šupljih lukova u tri raspona po 182 m.

Rabut je veliki konstruktor i pedagog. Njegova je zasluga u naučnoj sintezi uspeha postignutih na polju istraživanja betona i statičkih principa; sem toga, u primeni jednostavnih statičkih principa na složene konstrukcijske sisteme.

Mesnager (1862—1933) je dao nekoliko tipova konstrukcija, iskorišćujući osobine armiranog betona za uprošćenje konstrukcijskih pojedinosti. Tako je nastao zglob njegova imena; u njemu se sva normalna sila predaje koničnom snopu armature; beton ima ulogu zaštite. Mesnager daje nekoliko rešenja problema izotropnih ploča i njihovo armiranje.

Koenen, Nemac, jedan je od osnivača oglednog metoda kontrole teorije proračunavanja. On je prvi inženjer u Nemačkoj koji se poduhvatio da početnim naprezanjima armature otkloni pojavu prslina, bar u fazi korisnog opterećenja konstrukcije. Njegovi ogledi nisu dali pozitivne rezultate: u početku se, dok su nosači bili relativno mladi, osećalo kašnjenje pojave prslina zbog početnih naponu  $\sim 500 \text{ kp/cm}^2$  u armaturi; što su nosači bili stariji sve se više gubio ovaj uticaj, a posle izvesne starosti potpuno je nestao. Koenen je imao velik ispitivački ugled u svetu; on je zbog svoga neuspela »zatvorio« problem rešenja početnog naprezanja i na rešavanju tog problema nije se radilo sve dok tehnički duh u kasnijem periodu od 25 godina nije prebrodio svoje i objektivne teškoće.

Mörsch, i Nemac i Švajcarac po mestu rada, ima zaslugu u sistematsanju celog naučno-praktičnog gradiva u armiranom betonu. Znatan broj njegovih računskih postupaka iz klasične teorije primenjuje se u celom svetu. Štugartska škola postaje škola praktičara i istraživača svojstava betona.

Dischinger, Nemac, prvi daje upotrebljivu matematičku predstavu promene modula elastičnosti sa vremenom. Njegovi bezbrojni patenti malo su ostvarivani; najčešće samo u okviru preduzeća kojima je dugo rukovodio. Među patentima i naučnim prilozima o uticaju naponskog stinjavanja ili tečenja ima pažnje vrednih radova.

Maillart, Švajcarac, nosilac je dvoosnog, ortogonalnog sistema armiranja pećurkastih ploča. Tvorac je sistema troglobnih lukova sa diferencijalnim zglobovima. Prvi je ostvario konjugovan sistem luk-greda. On diže značaj konstruktorskoj zamisli objekta iznad značaja njegove opširne statičke analize.

Freyssinet, Francuz, prvi primenjuje postupke kompenzacije i rektifikacije armiranobetonskih lučnih sistema. Na jednom vrlo stinjenom mostu, Pont du Veurdre, zbog njegovog progresivnog ugibanja Freyssinet dolazi na ingenioznu ideju da sistemu vraća vremenskim plastičnim tečenjem izgubljenu dužinu. Već između 1910 i 1911 on dolazi na ideju o mogućnosti da se beton, kao i organski materijali, plastično deformiše. Dok je njegov profesor Mesnager te deformacije pripisivao netačnosti merenja, ostajući pri tvrdjenju da je beton petrifikat, dotle je Freyssinet, verujući u tačnost svojih iako kratkotrajnih ogleda, tvrdio da ove deformacije postoje. Za tu tvrdnju su mu bila neophodna dva saznanja: da beton pod naponom ima deformacije zavisne od veličine i vremena delovanja napona, i da se ove spore deformacije završuju u vremenu od oko 5 godina. On je našao da su mogući gubici napona u čeliku usled ovog »tečenja betona« oko  $2000 \text{ kp/cm}^2$ . Da bi od prethodnog naprezanja konačno ostao iznos  $\sigma_k$ , treba prethodno naprezanje izvršiti do  $\sigma_k + 2000 \text{ kp/cm}^2$ . Za punu definiciju prirode naponskog stinjavanja, ili tečenja, prioritet pripada Davisu, istraživaču iz USA.

Caquot, Francuz, velik je teoretičar i ima velik broj sopstvenih armiranobetonskih sistema u svima vrstama inženjerstva. Od teorijskih radova osobito je značajna njegova hipoteza o razvijanju loma betonskih oglednih tela; ona je dalje produbljavanje Coulomb-Mohrove teorije loma. Opštu teoriju lokalnih napona saobrazio je naponskim pojavama na dodiru betona i čelika.

Istorijski armiranog betona i njegove nove evolucije nisu završene. I u današnjem periodu se dalje stvara. SSSR i USA svakim danom daju sve vidnije priloge; prva od tih zemalja u postupcima proračuna po teoriji loma, a druga i u problemima elastične stabilnosti. I male zemlje beleže svoje uspehe: Jugoslaviji je priznat idejni prioritet građenja mostova bez skela postupkom slobodne montaže sa početnim naprezanjem; jedan postupak početnog naprezanja razvijen u Jugoslaviji već se primenjuje i u tehnički visoko razvijenim zemljama.

Feret, Francuz, još krajem prošlog i početkom ovoga veka postavlja osnove tehnologije betona. Brz razvoj ove nove nauke prirodna je posledica njena pravilnog postavljanja. Istina, u mnogim zemljama je i kasnije u tom području vladala gotovo anarhija; i pored postojanja nauke, praksa je bila dugo bez njene primene. Nije čudo što su rezultati praktičnog rada vodili tako ne-ujednačenim rezultatima da su neki poznati inženjeri, naviknuti na stalnost mehaničkih osobina čelika, smelo tvrdili za beton da je »materijal bez karaktera«. I to u vreme kada je većinu paramet-