

velike jakosti; napon mu je uz gustoću struje od 15 A/dm² pozitivne ploče 1,16 V na 200°C, 1,23 V na 250°C, 1,30 na 300°C. Jedna baterija s elektrodama od magnezija i manganova dioksida i natrijevim hidroksidom kao elektrolitom ima veći napon i zbog veće stalnosti reaktanata dulji vijek trajanja nego baterija s cinkom i srebrnim oksidom. Ukupni koeficijent iskorištenja termalnih baterija je nizak jer toplina utrošena za taljenje elektrolita nije iskorištena za proizvodnju struje; stoga su takve baterije redovito malih dimenzija.

Pravljene su takve baterije i s kalcijem kao negativnom elektrodom, metalnim kromatima kao pozitivnom elektrodom i kloridima kao elektrolitom. Postignuti su time radni naponi i preko 3 V po elementu.

BATERIJE SA ČVRSTIM ELEKTROLITOM

Takve baterije sastoje se od elemenata kojima je elektrolit ili čvrsta kristalna sol koja je prvenstveno ionski vodljiva, ili membrana selektivno permeabilna za ione (v. *Ionski izmjenjivači*). U oba slučaja vodljivost treba da je gotovo 100% ionska, jer se element kroz elektronski vodljiv elektrolit kontinuirano izbija. Tipični element sa čvrstom soli je element AgCl/PbCl₂/Pb. Pri izbijanju olovo se oksidira na ione Pb²⁺, a srebrni klorid reducira na metalno srebro. EMS tog elementa je 0,49 V. Na osnovu njega napravljene su minijaturne baterije; jedna, npr., daje 90...100 V uz opterećenje od 10⁻¹¹A, a ima kapacitet 1 A sek (tj. skoro milion dana uz 10⁻¹¹A). Rok skladištenja joj je najmanje 30 dana na 70°C, a radi na svim temperaturama između -55 i 75°C. Baterija je cilindrična, ø 9 mm, duljine 25 mm.

Primjer elementa s ionoizmjenjivačkom membranom je element: Ag/membrana permeabilna za Ag⁺/membrana permeabilna za Zn²⁺/Zn. Reakcija pri izbijanju povećava količinu iona cinka a smanjuje količinu iona srebra proporcionalno prošloj struji. EMS takva elementa je ~1,5 V. Vrijeme skladištenja mu je maleno (zbog elektronske vodljivosti membrane) a kapacitet je ograničen malom koncentracijom izmjenljivih iona u membrani. Element sa slojem manganova dioksida na inertnom metalu (npr. tantalu) mjesto srebra i membrane uz njega, ima, uz isti volum, 100 puta veći kapacitet.

Napravljene su baterije bez tekućine i na taj način da su pločice od elektrodnih materijala (npr. cinka i MnO₂) naslagane izmjenično u direktnom kontaktu i odvojene separatorom od papira premazanog obostrano nekom voskastom tvari (npr. polietilen-glikolom) u kojoj je otopljena mala količina pogodne soli (npr. ZnCl₂). Stup od 25 takvih elemenata MnO₂/ZnCl₂/Zn, duljine 8,5 mm i ø 6,5 mm, ima težinu 1,5 g; početna EMS mu je 1,5 V po elementu. Zbog slabe vodljivosti elektrolita unutarnji otpor je velik i struja koja se može dobiti je malena (~1,5·10⁻⁷ A/cm²), pa se takve baterije upotrebljavaju samo kao izvori napona duga vijeka (10...20 godina) i minijaturnih dimenzija.

DOMAĆA PROIZVODNJA ELEKTRIČNIH BATERIJA

U Jugoslaviji postoje danas tri tvornice električnih baterija: »Croatia« u Zagrebu (najveća, postoji preko 50 godina), »Zmaj« u Ljubljani i »Nikola Tesla« u Gospiću. Sve te tvornice proizvode puni program suhih i nalivnih članaka i baterija Leclanchéova tipa, cilindrična i pločasta oblika. Ukupni broj radnika zaposlenih u toj proizvodnji iznosi oko 700, fabrikaciona je površina 4000 m², vrijednost bruto-produkta (1961) 1,8 milijardi dinara. Proizvodni kapaciteti pokrivaju domaću potrebu na svim vrstama elemenata i baterija, a znatne se količine izvoze, osobito anodne i kombinirane baterije za radio-aparate. Izvozne zemlje su naročito zemlje bliskog Istoka i sjeverne afričke obale, zatim Njemačka Demokratska Republika. God. 1961 izvezeno je 1,5 kt u vrijednosti od 800 miliona dinara.

U USA proizvedeno je 1957 primarnih baterija u vrijednosti od 126 miliona dolara; sekundarnih baterija je u istoj godini proizvedeno za 353 miliona dolara.

LIT.: C. Drucker i A. Finkelstein, Galvanische Elemente und Akkumulatoren, Leipzig 1932. — G. W. Vinal, Primary batteries, New York 1950. — C. Droischmann, Moderne Primärbatterien, Berlin 1951. A. Joh.

BAZIS (osnovica). Osnovne geodetske tačke nalaze se na fizičkoj površini Zemlje na udaljenostima od 30...60 km. Kako je fizička površina Zemlje veoma neravna, bilo bi vrlo zamorno, a i nedovoljno tačno, određivati međusobni položaj tih tačaka direk-

nim mjerenjima dužina. Njihov se međusobni položaj određuje indirektno, time što se formiraju geometrijske figure, trokuti, a na terenu mjere kutovi tih trokuta (*triangulacija*). Da bi se mogle izračunati dužine strana svih tih trokuta koji se naslanjaju jedan na drugi, potrebno je znati dužinu bar jedne strane, i ta se strana zove osnovnom stranom triangulacije. Teško je, međutim, na zemljištu naći čist i ravan potez bez terenskih prepreka koji bi imao potrebnu dužinu za osnovnu stranu (30...60 km), da bi se ona mogla direktno izmjeriti. Zato se izabere na ravnom terenu neka manja dužina, 5...8 km, koju je moguće direktno mjeriti, i ona se direktno izmjeri. Ta se dužina zove (geodetska) *osnovica* ili *bazis*. Sva triangulacija bivše Austro-Ugarske, radena potkraj prošloga stoljeća, izračunata je samo na jedan bazis, josefstadtski. Bilo je, doduše, izmjereno još 16 drugih bazisa, ali su oni služili samo kao kontrola mjerenja. Većina bazisa bila je dužine 4...6 km; najduži bio je bečki (josefstadtski), 9,5 km, a najkraći sinjski, 2,5 km. Na teritoriju naše države izmjerjen je tada mariborski, dubički, sarajevski, sinjski i vršački bazis.

Na području Srbije postavljeni su i izmjerjeni 1904 ovi bazisi: paraćinski (5 km), negotinski (4 km), vranjski (5 km) i loznički (5 km). Između dva rata postavljeni su 1922 i izmjerjeni bazisi prizrenski (5 km), strumički (6 km) i pilepski (6 km), a 1924 sjenički (5 km).

Pri računanju triangulacije prvog reda na području Srbije, Makedonije i Crne Gore uzeti su u obzir svi bazisi izmjerjeni na tom području, ali je radi povezivanja čitave teritorije Jugoslavije i radi orijentacije mreže (posebna orijentacija nije izvršena, jer bi za nju bilo potrebno izvršiti i niz astronomskih mjerenja) mreža bila naslonjena na triangulaciju Austro-Ugarske u Bosni. Takvim načinom dobivena je jedinstvena mreža na cijelom teritoriju Jugoslavije. Ta je mreža uz neke nadopune (u staroj su, naime, austrijskoj mreži postojale neke praznine, a i mnoge su tačke od tada nestale) služila za sva praktična mjerenja i za izradu različitih karata i planova do danas.

Austrijska orijentacija trigonometrijske mreže bila je loše izvršena, pa je tako i cjelokupna naša mreža pogrešno smještena na izabranom elipsoidu. Ta se pogreška očituje na graničnim potezima sa susjednim državama koje imaju svoju orijentaciju, a iznosi i do 300 m. Mnoge su trigonometrijske tačke i reda nestale. Svi austrijski bazisi na našem teritoriju ili su nestali ili nisu više upotrebljivi. Zbog svih tih razloga naša je civilna i vojna geodetska služba preuzela zadatak: da obnovi triangulaciju prvog reda s novim mjerenjima; da postavi i izmjeri niz novih bazisa i bazisnih mreža na teritoriju koji je nekad pripadao Austro-Ugarskoj; da nanovo izmjeri nekoliko postojećih bazisa na teritoriju Srbije i Makedonije; da izvrši astronomska mjerenja na potrebnom broju osnovnih tačaka radi pravilne orijentacije mreže (određivanje geografske širine, dužine i azimuta). U tom cilju postavljeni su i izmjerjeni u vremenu između 1950 i 1957 novi bazisi (i odgovarajuće bazisne mreže), svake godine po jedan, i to ovim redom: kod Radovljice, Zagreba, Osijeka, Okučana, Mostara, Titograda, Livna i Udbine. Ponovo je izmjerjen bazis sjenički. Novi raspored bazisa (i bazisnih mreža) na teritoriju naše države prikazuje sl. 1.

Na osnovu relativno kratkih neposredno mjerenih bazisa (nekoliko kilometara) moraju se dobiti međusobni položaji svih tačaka na teritoriju neke države i čitavih kontinenata, a konačno se mora dobiti veličina i oblik Zemlje. Da bi se sveo na najmanju mjeru utjecaj pogrešaka, koje se pri tom neizbježno gomilaju, moraju bazisi biti izmjerjeni s najvećom mogućom tačnošću. Isto se tako moraju najtačnije znati i dužine mjernih sprava, koje se nazivaju bazisnim aparatima.

Bazisni aparati. Približno do kraja XIX st. bazisi su se mjerili letvama dugačkim 4...6 m, a od onda do danas invarnim žicama dugačkim redovito 24 m, po metodi švedskog profesora Jäderina. Letve su ispočetka bile drvene, kasnije metalne. Traženi su metali i legure sa što manjim koeficijentom rastezanja. Dužina je svake takve letve ispitana komparacijom, a ispitana je i koeficijent rastezanja. S vremenom su se ti aparati i mjerenja usavršavali. Da živin termometar što bolje primi temperaturu same letve, ugrađivani su termometri u samu mjeru, a mjera se uvukla u drvenu kutiju da se zaštiti od direktnog utjecaja sunca.

Općenito se letve mogu podijeliti na *konačne* ili *kontaktne letve* i *letve sa narezima*.

Kontaktne letve. Kontaktne letave bilo je više vrsta, a razlikovale su se prema načinu kako se uspostavljao kontakt među njima kad su poredane jedna do druge. Npr., na Schottovu aparatu (1882) prednji kraj letve obrazuje nepomičan štapić u obliku tankog cilindra, a stražnji kraj isto takav štapić smješten u po-

drugom kraju su slobodne. Ako na temperaturi t_0 obje motke imaju istu dužinu l_0 , njihove će dužine na temperaturi t biti:

$$l_1 = l_0 + \alpha_1 (t - t_0) l_0,$$

$$l_2 = l_0 + \alpha_2 (t - t_0) l_0, \tag{1}$$

gdje su α_1 i α_2 linearni koeficijenti rastezanja. Odbije li se donja jednadžba od gornje, dobiva se

$$l_0 (t - t_0) = \frac{l_1 - l_2}{\alpha_1 - \alpha_2}. \tag{2}$$

(Po toj formuli može se iz razlike $l_1 - l_2 = \Delta l$ odrediti temperatura, pa je to osnova tzv. bimetalnog termometra.)

Uvrštenjem izraza (2) u (1) dobiva se

$$l_1 = l_0 + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} (l_1 - l_2),$$

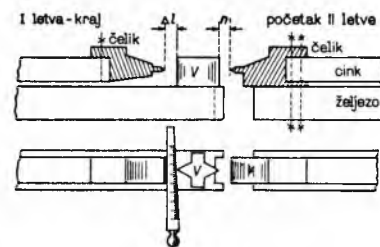
$$l_2 = l_0 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} (l_1 - l_2). \tag{3}$$

Na taj način eliminiran je faktor $(t - t_0)$. Veličina $(l_1 - l_2)$ bit će malena i dobiva se posebnim direktnim mjerenjem. Bit će dakle potrebno mjeriti samo razlike dužina motki $\Delta l = l_1 - l_2$ i razmake između pojedinih aparata.

Prve osnove koje su mjerene priborom što ga je konstruirao Borda bile su one za određivanje dužine metra (v. *Normalne mjere*). Borda je kasnije (1810) izradio bimetalni pribor kojim su mjereni bazisi u Austriji. Koristeći se iskustvima Borde i Repsolda (u Americi) konstruiran je prema ideji Bessela na istom principu tzv. Besselov bazisni aparat, kojim je izmjereno mnogo bazisa, naročito u Njemačkoj (sl. 3). Lijevo na slici je stražnji kraj prednje, a desno prednji kraj iduće letve. Na prednjem kraju (na početku letve) sa željeznom je motkom čvrsto povezana

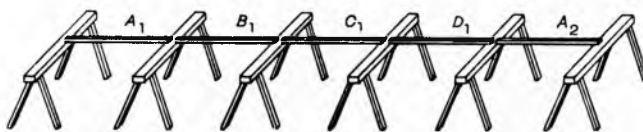
cinčana motka. Drugi je kraj cinčane motke slobodan i svršava čeličnom oštricom (za slobodnije rastezanje cinčana motka ne leži na željeznoj motki

direktno, nego preko sitnih valjaka). Na stražnji kraj željezne motke pričvršćen je čelični križ V sa dvije vertikalne oštrice. Razlike dužina obiju motki Δl mjere se posebnim skošenim klinom koji se umeće između čeličnih oštrica cinčane motke i križa na stražnjem dijelu prednje



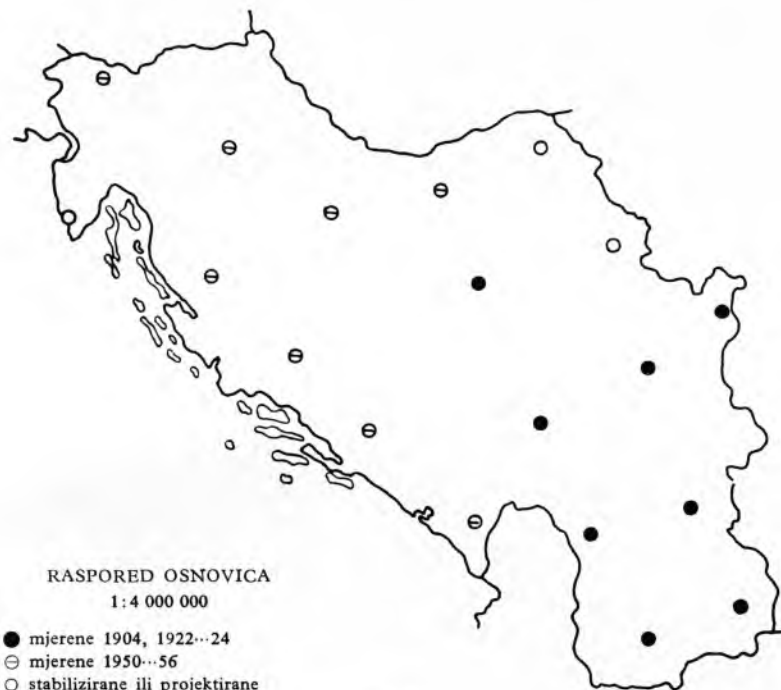
Sl. 3

letve (v. sl. 3). Razmak n pri postavljanju letve do letve mjeri se između vertikalne oštrice križa V na stražnjem dijelu prednje letve i horizontalne oštrice na prednjem dijelu iduće letve. Letve su ugrađene u drvenom sanduku tako da vire iz njega prednji i zadnji krajevi s oštricama. Željezna motka imala je presjek 27×7 mm, cinčana je bila za polovicu uža od željezne, dužina letve bila je 2 toaza (nešto manje od 4 m), drveni sanduk debljine ~ 23 cm. Za mjerenja ovakvim aparatima prijeko je potrebno imati dvije letve (obično ih ima četiri). Letve se postavljaju duž prije iskolčene linije bazisa na podesno postavljene nogare (sl. 4).



Sl. 4

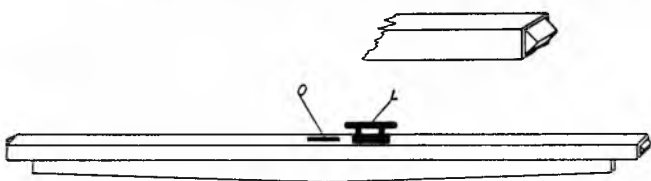
Bazisni aparati s narezima. Letve ovih aparata nisu kontaktne, nego su uređene tako da je dužina mjere definirana jednim narezom ili parom nareza urezanih okomito na podužnu os



Sl. 1

sebno kućište s oprugom, protiv koje se štapić može utisnuti u kućište i tako skratiti letva. Kad se naniže letva do letve tako da su prednji i stražnji štapići u kontaktu, nije više potrebno pomicati letve, nego se samo na podjelama koje se nalaze na pomičnim štapićima očitavaju pomaci odnosno položaji štapića. Na aparatu što ga je u Rusiji primijenio Struve (1861) takav pomični štapić u vezi je s kazaljkom koja se okreće oko osi i pokazuje njegove pomake.

Najčešće su ipak ti aparati bili na krajevima čvrsti, a letve se nisu postavljale tako da jedna dotiče drugu, nego — da se pri dodiru ne bi poremetila prednja letva — s malim razmakom, koji se zasebno mjerio posebnim malim linealima ili naročito udešenim skošenim klinovima. Sl. 2 prikazuje Bohnebergerov bazisni aparat (1818). Željezna motka presjeka $2,3 \times 2,3$ cm nalazi se u drvenom sanduku presjeka 8×8 cm. Nepomični

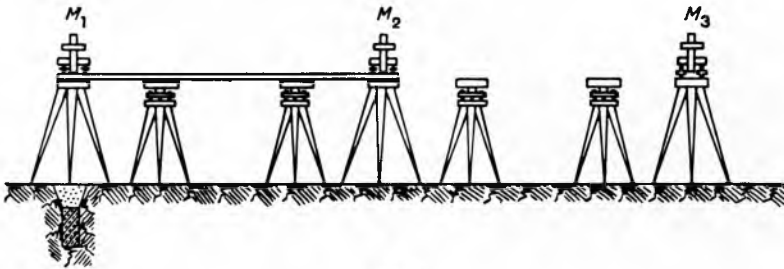


Sl. 2

joj krajevi vire iz drvenog sanduka i svršavaju jedan horizontalnom, drugi vertikalnom oštricom. Motka je duga dva toaza. Letve se postavljaju na nogare tako da se ne dodiruju, a razmak se mjeri klinom s podjelom. Termometar je ugrađen u samoj željeznoj motki, a stupnjevi se s njega očitavaju kroz otvor O u drvenom sanduku. Eventualna nagnutost letve mjeri se libelom L .

Francuz Borda uveo je 1792 bimetalni bazisni pribor, da bi eliminirao utjecaj nedovoljno tačno poznate temperature. Dvije motke od različitih metala s poznatim koeficijentima rastezanja, npr. željeza i cinka, na jednom su kraju čvrsto povezane a na

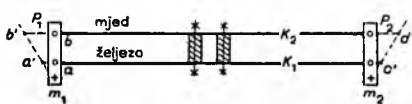
letve pri oba njezina kraja. Umjesto nareza može biti ugravirana tačkica. Ti se aparati sastoje od jedne ili dviju letava, nekoliko stativa s mikrometrima i nekoliko nogara. Na bazisnoj liniji postavljaju se stativi s vertikalno postavljenim mikroskopima (sl. 5). Letva se postavlja na posebne tronoške; ovi imaju na glavama vijke s pomoću kojih se može podvesti nulti zarez mjere među niti mikrometra M_1 . Zatim se niti mikrometra M_2 naveđu na zarez na kraju motke. Libelom se mjeri nagib letve. Letva se nakon toga diže i prenosi dalje, na drugi interval, i tamo se opisani postupak ponavlja mikrometrima M_2 i M_3 .



Sl. 5

Jedan od najstarijih aparata ove vrste opisao je R. Bošković u djelu *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem* (O naučnoj ekspediciji po papinskoj državi, Rim 1755). Bošković je imao 3 letve dužine po 27 rimskih pedolja (~6 m), presjeka oko $7 \times 5,5$ cm, izradene od komada starog jarbola. Na krajevima su bile smještene pločice od mjedi s finom tačkicom. Svaka letva bila je podijeljena na 3 dijela po 9 pedolja, označena također mjedenom pločicom, jer su kao komparator služile dvije gvozdene motke po 9 pedolja. Bazis je mjerjen tako da su letve stavljane na nogare, a razmak između tačkica dviju susjednih letava mjerjen je šestarom i prenošen na transversalno mjerilo. Od ostalih bazisnih aparata, kontaktnih ili s narezima, spominju se još: Repsoldov (1876, američki), Brunnerov (1878, francuski), Ibañezov (1856 i 1864, španjolski). Svi su ti aparati bili bimetalni; osim drugog Ibañezova.

Englez Colby uveo je oko 1827 kompenzativnu bazisnu mjeru koju shematski prikazuje sl. 6. To su dvije letve, jedna od mjedi a druga od željeza, u sredini čvrsto spojene. Krajevi su vezani u zglobovima P_1 i P_2 s pomoću osovinica a, b, c i d . Mjeru definiraju dvije marke m_1 i m_2 na krajevima štapića. Omjeri $a m_1 : b m_2 = c m_1 : d m_2$ moraju biti jednaki omjeru koeficijentata linearnog rastezanja željeza i mjedi $\alpha_1 : \alpha_2$, tj. zbog djelovanja temperature zglobovi a, b, c i d zauzet će položaje a', b', c', d' tako da je $a m_1 : b m_2 = a' m_1 : b' m_2 = \alpha_1 : \alpha_2$. Na taj način ostanu tačke m_1 i m_2 nepromijenjene, tj. promjena temperature ne utječe na dužinu letve $m_1 - m_2$.



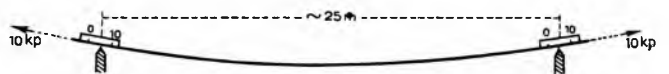
Sl. 6

Woodward je u Americi riješio pitanje temperature tako da je mjerio letvama u snijegu koji se topi (0°C). Taj se rad odvijao vrlo sporo.

Ovdje su dane samo osnovne ideje i kratak opis bazisnih aparata kojima su se u različitim državama služili za mjerenje bazisa od kraja XVIII do kraja XIX st. Tačnost koja se njima postizavala bila je oko 1:500 000. Oni danas spadaju u historiju, ali ih ipak treba ukratko iznijeti, da se uoče stremljenja, trud i ideje starijih i najpoznatijih geodetskih naučnih radnika i konstruktora u cilju postizanja što veće tačnosti, a i zato što su služili kao osnova za sva mjerenja, karte i planove kojima se cijeli svijet još i danas služi.

Jäderinov bazisni aparat. God. 1880 uveo je švedski profesor Jäderin nov način mjerenja, koji je tačnošću, jednostavnošću i brzinom rada nadmašio sve dotadašnje načine. Jäderin je uveo kao mjeru najprije tanku čeličnu vrpću dužine 20 m, ali kako je vjetar smetao pri mjerenju, zamijenio je (1885) vrpću tankom žicom dužine 25 m, promjera 1,5 mm, koja je na krajevima zavr-

šavala skalom podjele na milimetre. Kasnije je uveo 2 žice, čeličnu i mjedenu (bimetalni aparat). Taj se način mjerenja sasto-

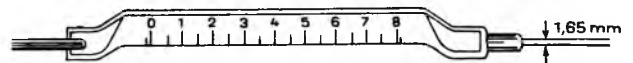


Sl. 7

jao u tome da su na iskolčenoj bazisnoj liniji na svakih 20, odnosno 25 m postavljeni stativi koji su na glavi imali marku u obliku križa. Razmaci između maraka nisu se mjerili dužinom vrpce nego dužinom tetive te vrpce podvrgnute naponskoj sili od 10 kp (sl. 7). Napon se postizavao zatezanjem na oba kraja s pomoću vage na pero.

God. 1897 pronađena je u internacionalnom birou za mjere i utege u Sèvresu nova legura, *invar*, kojoj se promjenom temperature gotovo i ne mijenjaju dimenzije. To je legura od 64% željeza i 34% nikla. Linearni koeficijent rastezanja joj je otprilike 1/10 koeficijenta rastezanja platine, koja od metala ima najmanji koeficijent rastezanja. Po pronalasku invara uvedene su u Jäderinov bazisni aparat žice od te legure, pa je takav aparat dobio odmah opću primjenu.

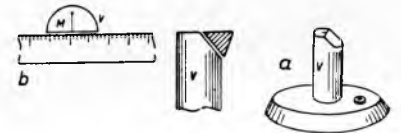
Danas Jäderinov bazisni aparat (pribor) sačinjavaju: 1. *Invarne žice* (redovito ih ima 4, svaki se raspon mjeri sa sve 4 žice), dugačke redovito 24 m (ima ih i od 48 m i od 50 m), debljine 1,6...1,7 mm. Na oba kraja žice nalazi se ojačani dio s milimetarskom podjelom (sl. 8). Podjela je dugačka 8 cm i na oba kraja u istom smjeru. Žice se čuvaju, pakuju i transportiraju navijene na pri-



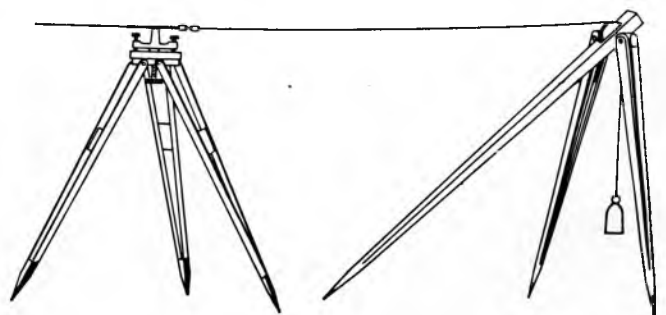
Sl. 8

kladan bubanj, montiran u posebnom sanduku. Veliku pažnju treba obratiti odvijanju žica s bubnja i uopće rukovanju žicom, da se ona ne uvine i da ne pretrpi kakav udar, što bi joj moglo promijeniti dužinu. Da se ovo što je moguće više spriječi, žice se pri odvijanju hvataju karabinerima. — 2. Nekoliko (bar 6) stativa s markom ili reperom, koji se postavljaju u liniju bazisa.

Mjerenjem se određuju udaljenosti među markama (reperima) tako postavljenih stativa. (Stativ s markom prikazan je na sl. 10, lijevo.) Dio na kojemu je marka (sl. 9 a) može se u glavi stativa ponešto pomicati i tako tačnije centrirati nad iskolčenim međutačkama bazisa. Samu marku predstavlja crta (M) na vertikalnom stupiću; ona se mora postaviti okomito na smjer bazisa. Čitanje



Sl. 9



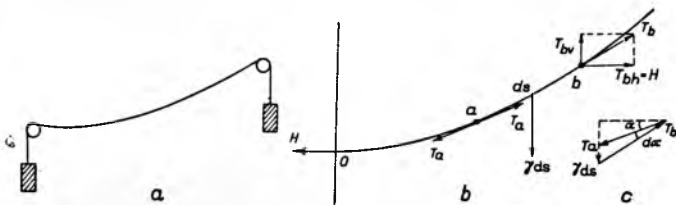
Sl. 10

na skali žice u odnosu na marku prikazuje sl. 9 b. — 3. *Naprava za zatezanje* (blok-stativ), koja se sastoji od dva tronoška za zatezanje, s kolotutom na kuglični ležaj, dva konopca i dva utege

od 10 kp (na sl. 10 prikazan je desno blokstativ). Tronošku za zatezanje valja posvetiti naročitu pažnju. Kolotur se mora lako okretati (pažiti da ne uđe prašina u kuglični ležaj), konopac na radnoj dužini mora biti jednake debljine. Kolotur treba postaviti tako da mu ravnina pada u smjer bazisa, a žica da po visini i smjeru prolazi pored marke. Da bi se ovo usmjerivanje moglo izvesti što tačnije, stativi se izrađuju tako da se gornji dio — kolotur — može okretati i pomicati lijevo-desno i gore-dolje. — 4. Invarna vrpca dužine 12 m za mjerenje ostatka bazisa (dužina bazisa neće uvijek biti tačni mnogokratnik od 24 m). Vrpca je podijeljena na milimetre. — 5. Posebne naprave za niveliranje glava stativa s markama. Ovaj dio pribora nije prijedno potreban, jer se nivelacija može izvršiti svakim nivelirrom i s pomoću kakve male letvice.

Jäderinov bazisni aparat ima 4...6 puta duže raspone nego stariji aparati. Sam rad je mnogo jednostavniji, pa se mjerenja izvode mnogo brže nego starijim aparatima. Kako je već spomenuto, mjerenja se vrše dužinom tetive žice obješene na dva kraja uz naponsku silu od 10 kp. Ta se dužina daje certifikatom za svaku žicu posebno i vrijedi za slučaj kad su oba kraja žice na istoj visini. Mada se za bazis izabira ravan teren, marke stativa neće biti uvijek na istoj visini. Zato se mora ispitati kakav oblik u općem slučaju zauzima takva žica i kako se prema tome mijenja dužina tetive, sa ciljem da se odredi horizontalna projekcija žice.

Oblik žice. Vanske sile koje djeluju na obješenu nit prozrokujuć će napone u svim njenim tačkama. Gipka nit može primati i prenositi sile samo u smjeru svoje osi. U svakoj će tački napon djelovati u smjeru tangente. Presiječe li se nit, treba, da se održi ravnoteža, djelovanje naponskih sila na oba kraja presječne niti nadoknaditi odgovarajućom silom, koja je na oba kraja presječne niti jednaka, a protivnog smjera (sl. 11). U našem slučaju vanske sile bit će utezi i vlastita težina žice. Promatranjem elementa žice $ab = ds$ vidi se da se on nalazi pod djelovanjem sile zatezanja T_a, T_b i svoje težine, koja je jednaka γds , gdje je γ težina jedinice dužine žice. Te sile djeluju u jednoj ravnini i nalaze se u ravnoteži, pa moraju zatvarati poligon sila.



SL 11

Iz slike 11c slijedi da su projekcije sile T_a i T_b na horizontalu među sobom jednake, jednake horizontalnoj projekciji sile zatezanja H na krajnjim tačkama žice i jednake naponskoj sili u donjoj tački O . Iz mehanike je poznato da će pod tim uvjetima žica poprimiti oblik lančanice, tj. krivulje s jednadžbom

$$y = c \cosh \frac{x}{c} = \frac{c}{2} (e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}}), \quad (4)$$

a dužina luka od donje (tjemene) tačke do neke tačke s apscisom x bit će

$$s = c \sinh \frac{x}{c} = \frac{c}{2} (e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}}), \quad (5)$$

gdje je $c = H/\gamma$.

Iz jednadžbi (4) i (5) slijedi

$$y^2 - s^2 = c^2 \quad \text{ili} \quad y^2 = s^2 + c^2. \quad (6)$$

Kako je kut α praktično vrlo malen, može se uzeti $H = T \cdot \cos \alpha \approx T$, i prema tome $c = H/\gamma \approx T/\gamma$. U našem slučaju je naponska sila 10 kp; žice se izrađuju s promjerom 1,65 mm te je površina presjeka 2,1378 mm²; specifična težina invara je 8,1 kp/cm³ te je težina 1 m žice 17,32 p. Iz toga slijedi da je

$$c = H/\gamma \approx T/\gamma = \frac{10 \text{ kp}}{0,01732 \text{ kp/m}} = 577,37 \text{ m}.$$

Projekcija žice na horizont. Neka je $AB = S$ dio opće lančanice OAB i neka s predstavlja našu žicu (sl. 12). Ako je visinska razlika tačaka A i B jednaka h , treba odrediti horizontalnu projekciju žice, tj. veličinu $x_2 - x_1$.

Iz izraza (5) dobiva se

$$x = c \operatorname{Ar} \sinh \frac{s}{c} = c \ln \left(\frac{s}{c} + \sqrt{\frac{s^2}{c^2} + 1} \right) = c \ln \frac{s + \sqrt{s^2 + c^2}}{c}.$$

Primijeni li se ovdje izraz (6), izlazi da je:

$$x_1 = c \ln \frac{s_1 + y_1}{c}, \quad x_2 = c \ln \frac{s_2 + y_2}{c},$$

$$x_2 - x_1 = c \ln \frac{s_2 + y_2}{s_1 + y_1}. \quad (7)$$

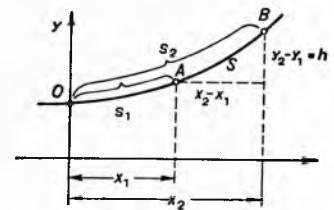
Uvede li se

$$h = y_2 - y_1, \quad \bar{y} = \frac{y_2 + y_1}{2}, \quad s = s_2 - s_1$$

i razvije jedn. (7) u red, dobiva se nakon različitih transformacija, izostavivši članove viših redova (jer će u praksi biti $h < 2 \text{ m}$) i uzimajući u obzir i rastezanje žice uslijed zatezanja, ova konačna formula za žicu duljine 24 m:

$$x_2 - x_1 = l - \left(\frac{h^2}{2 \times 24} + \frac{h^4}{8 \times 24^3} \right) + 0,000\,006 \, h^2. \quad (8)$$

U njoj je l dužina tetive žice u horizontalnom položaju uz naponsku silu 10 kp, a određuje se kompariranjem s normalnom mjerom, odnosno daje se u certifikatu za svaku žicu. Dio u zagradi predstavlja prema Pitagorinu poučku redukciju tetive žice na horizont. Član $0,000\,006 \, h^2$, koji je dobio u naučnoj literaturi naziv *relativna korekcija za deformaciju lančanice*, dolazi odatle što se lančanica različito postavlja u odnosu na tetivu pri različitim visinama prednje i krajnje tačke. Ona ima uvijek znak +, tj. iako mala, pri većem broju raspona ona se sumira i njen se utjecaj mora uzimati u obzir.



SL 12

Utjecaj geografske širine. Etaloniranje (komparacija) žice izvršeno je na jednom mjestu (npr. u Šèvresu), a bazis je mjeran na drugom mjestu. Promjenom geografske širine mijenja se akceleracija sile teže, a prema tome i težina utega: $G_0 = m_u g_0$, $G = m_u g$ i težina jednog metra žice $\gamma_0 = m_1 g_0$, $\gamma = m_1 g$, gdje je m_u masa utega, m_1 masa jednog metra žice, G_0 i g_0 težina utega i akceleracija Zemljine teže u mjestu etaloniranja, G i g težina utega i akceleracija na mjestu mjerenja bazisa. Uzevši u obzir zavisnost ubrzanja sile teže od geografske širine φ ,

$$g = 9\,780,00 + 51,9 \sin^2 \varphi \text{ mm/s}^2,$$

dobiva se konačni utjecaj geografske širine na dužinu žice za područje oko 45° (područje Jugoslavije): $l - l_0 = 0,0007 (\varphi - \varphi_0)$ za žicu od 24 m. Pri tome je $\varphi - \varphi_0$ izraženo u stupnjevima, a $l - l_0$ u milimetrima.

Utjecaj temperature. Utjecaj temperature na tačnost mjerenja bazisa predstavljao je najveći i najnesigurniji faktor. Izradom žica od invara ovaj je problem prilično riješen. Koeficijent toplinskog rastezanja invara je vrlo malen, pa je dovoljno da se pri mjerenju živinim termometrom izmjeri temperatura uzduha svako pola sata. Utjecaj temperature dat je certifikatom. Tako je npr. za invarne žice što ih ima Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu (sve su izrađene od iste legure pa imaju isti temperaturni koeficijent) internacionalni biro u Šèvresu dao ovu formulu:

$$l_t = l_0 (1 - 0,000\,000\,581 \, t + 0,000\,000\,001\,03 \, t^2);$$

l_0 je dužina žice prema certifikatu, koja je dana za temperaturu 15°C s tačnošću od 0,01 mm, t je temperatura pri mjerenju minus 15°C. Iz gornje se jednadžbe vidi da se s povećanjem temperature dužina tetive l_t ovih žica smanjuje. Ta je pojava inače kod invarnih žica vrlo rijetka.

Utjecaj starosti žice. Ispitivanja žica (Benoit i Guillaume) su pokazala da se nove žice u prvo vrijeme nakon izrade produžuju, pa su date i neke empirijske tablice koje pokazuju za koliko se žice produžuju računajući od dana izrade. Tako se u prvoj godini dana žice produžuju za 0,09 mm, za deset godina za 0,29 mm, u posljednjoj, desetoj godini 0,01 mm. Tek nakon deset godina žice postaju stabilne. Da se otkloni nesigurnost zbog ove, a i drugih eventualnih promjena u dužini žice, nastalih zbog udara, iskrivljenja i sl., treba prije mjerenja bazisa, a po mogućnosti i poslije mjerenja, žice usporediti (komparirati) s normalnom mjerom. Komparaciju vrše veliki geodetski instituti, no svakako bi bilo najbolje da komparacije u svrhu mjerenja bazisa sve zemlje obavljaju na jednom mjestu.

Mjerenje bazisa. Prije mjerenja treba bazis iskolčiti. Iskolčenje se vrši teodolitom i posebnom vrpcom od 24 m. Mjesta na razmacima od 24 m označe se kolcima. Poželjno je da je dužina bazisa mnogokratnik od 24 m, tj. da nema ostatka, kako bi se svi rasponi izmjerili žicama od 24 m. S krajnjih tačaka bazisa moraju biti vidljive, prema planu, tačke bazisne mreže, pa stoga pri odabiranju što povoljnijeg mjesta za bazisnu tačku neće biti uvijek moguće ispuniti uvjet da se bazis da iskolčiti bez ostatka. Ostatak će se u takvu slučaju mjeriti tetivom invarne vrpce od 12 m. Ta invarna vrpca podijeljena je na milimetre, a certifikatom data je dužina tetive u horizontalnom položaju za svaki metar uz zatezanje vrpce silom od 10 kp.

Na početnu tačku bazisa, pa dalje nad svakim daljnjim kolcem, postavljaju se stativi s markama. Potrebno je imati bar šest stativa. Mjere se redom prvi raspon, pa drugi itd. Kad se izmjeri četvrti raspon, može se dignuti prvi stativ s markom i prenijeti ga dalje. Stativ treba dobro učvrstiti.

Kako je bazisna tačka s markom redovito u ravnini terena, a često i ispod nje, treba prvi stativ centrirati tačno nad početak bazisa. No kako je to praktično nemoguće izvesti s potrebnom tačnošću, najzgodnije je tu malu razliku izmjeriti tako da se od bazisne tačke okomito na liniju bazisa, na 6-8 m, postavi teodolit, kojim se izmjeri kut između maraka na bazisnoj tački i na stativu, a vrpcom horizontalna udaljenost od teodolita do bazisne tačke; razlika zbog netačna centriranja početnog stativa, a tako isto i krajnjeg, dobije se onda računskim putem. Bazisni aparat ima redovito 4 žice, pa se svaki raspon mjeri redom svakom žicom. Potrebno je uvijek bilježiti broj žice kojom se mjeri, smjer mjerenja, kako raste podjela na žici u odnosu na smjer mjerenja, imena opažaca na početku i na kraju žice. Zapisničar, koji se postavlja na sredini raspona, upisuje pregledno u jednu rubriku čitanja jednog i drugog opažaca, odmah pravi razlike čitanja, te time kontrolira tačnost mjerenja. Očitava se na 0,1 mm pa sračunate razlike pojedinačnih čitanja ne smiju diferirati više od 0,3 mm.

Da bi se eliminirao utjecaj trenja u koloturima, mnogi usklađuju mjerenja tako da opažac A na početku žice namješta i umiri žicu pošto ju je malo povukao u smjeru kolotura i u tom momentu komanduje »čitajmo«. Nakon nekoliko takvih čitanja, koja bilježi pisar, opažac A namješta žicu u suprotnom smjeru, »gura« je. Nakon toga postupa isto tako opažac B na kraju žice, tj. i on je namješta nekoliko puta time da je »vuče«, a nekoliko puta time da je »gura«. Smatra se dovoljnim da se sa svakom žicom, mjereći u jednom smjeru, vrše 3 čitanja pri položaju »A vuče«, 3 čitanja pri položaju »A gura« i isto toliko čitanja u položajima »B vuče« i »B gura« (tj. ukupno 12 mjerenja). Neki ne primjenjuju taj način, nego vrše čitanje samo nakon namještanja uz povlačenje žice. Pravilno je, svakako, da se primijeni onaj način koji se upotrijebio pri komparaciji žice. Ako se taj ne zna, sigurnije je primijeniti način s vučenjem i guranjem. (Komparaciju bi trebalo izvesti uz upotrebu blok-stativa, utega i kono-paca bazisnog pribora kojim će se mjeriti bazis.) Kad se izvrši mjerenje raspona jednom žicom, ona se skida, namješta se druga i cijeli se postupak ponovi tom drugom žicom, pa onda trećom i četvrtom. Nakon toga prelazi se na sljedeći raspon. Pošto je bazis izmjeren u jednom smjeru, vrši se takvo isto mjerenje natrag, u protivnom smjeru. Da bi se u aritmetičkoj sredini eliminirala lična pogreška opažaca, treba da opažaci pri mjerenju u suprotnom smjeru izmijene mjesta u odnosu na žicu. Potrebno je da jednom istom žicom mjere od početka do kraja uvijek isti opažaci.

Poželjno je da se svaki dan, dak traju mjerenja, žice među sobom kompariraju na posebno za tu svrhu uređenim stupovima.

U jedan dan, uz dobru organizaciju, može se izmjeriti ~1 km bazisa, tj. 42 raspona po 24 m = 1008 m. Predviđena mjesta dnevnih prekida mjerenja (npr. svakih 1008 m) stabiliziraju se dobro fundiranim betonskim stupom visine nad zemljom ~1,10 m, s ubetoniranim gvozdenom markom sličnom markama na stativima.

Svakom žicom u jednom smjeru dobiva se dužina bazisa time da se zbroje dužine svih raspona i uvedu sve korekcije, tj.

$$L = nl \pm \Sigma \Delta l - \Sigma \Delta h \pm \Delta t \pm k \mp \Delta k_h \pm \Delta k_p,$$

gdje je n broj raspona, l dužina žice po certifikatu, $\Sigma \Delta l$ suma razlika čitanja na skalama odnosno žice, $\Sigma \Delta h$ suma korekcija za razliku visine, Δt korekcija za temperaturu, k ostatak bazisa, Δk_h korekcija ostatka za razliku visina, Δk_p korekcija ostatka za temperaturu.

Osim toga treba voditi računa o korekciji za deformaciju lančanice, kao i o korekciji za razliku ubrzanja sile teže.

Svakom se žicom dobiva dužina bazisa kao aritmetička sredina mjerenja tamo i natrag, a konačna dužina bit će aritmetička sredina mjerenja svim žicama.

Redukcija na nivo-plohu mora. Izmjereni bazis treba reducirati na nivo-plohu mora. Smatrajući nivo-plohu mora plohom elipsoida, zakrivljenost R krivulje na elipsoidu u smjeru bazisa (tj. pod azimutom α) dobiva se po formuli

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \alpha}{M} + \frac{\sin^2 \alpha}{N},$$

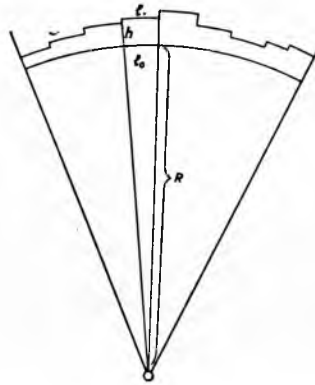
gdje su M i N radijusi zakrivljenosti na elipsoidu u smjeru meridijana i u smjeru prvog vertikala, a uzet će se za geografsku širinu tačke u sredini bazisa. Kako će se vidjeti dalje, redukcija na nivo-plohu mora je mala, pa se za ovu svrhu smatra takav R radijusom kugle (sl. 13).

Bazis se može podijeliti na pojedine odsječke l različite visine h , a projekcija se jednog odsječka dobiva iz proporcije

$$\frac{l_0}{l} = \frac{R}{R+h}, \quad \text{odakle}$$

$$\frac{l-l_0}{l} = \frac{h}{R+h}$$

$$\text{ili } l-l_0 = l \frac{h}{R+h}.$$



Sl. 13

Kad se razvije u red:

$$l-l_0 = l \frac{h}{R} \left(1 - \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} - \dots \right).$$

Lako je uvidjeti da je dovoljno zadržati samo prvi član, tj.

$$\Delta l = l-l_0 = l \frac{h}{R},$$

a za čitav bazis

$$\Sigma \Delta l = \frac{l}{R} \Sigma h.$$

Tačnost mjerenja bazisa. Iz dosadašnjih mjerenja u Jugoslaviji i u ostalim državama proizlazi da se relativna pogreška mjerenja bazisa invarnim žicama kreće između 1 : 1 000 000 i 1 : 4 000 000. Smatra se da su mjerenja dobro izvršena ako se ocjenom tačnosti dobije relativna srednja pogreška manja od 1 : 1 000 000. Te se ocjene tačnosti dobivaju na temelju razlika mjerenja bazisa svakom žicom tamo i natrag. To je unutarnja tačnost mjerenja, pri čijoj ocjeni nije uzeto u obzir netačno poznavanje dužine žice. Internacionalni biro u Ševresu daje dužine žice na 0,01 mm i smatra da ih određuje s tačnošću $\pm 0,02$ mm. Prema tome, same dužine žica određene su već s relativnom

pogreškom 1 : 1 000 000. Ako se ovoj pogrešci doda pogreška mjerenja relativnog iznosa također 1 : 1 000 000, dobiva se stvarna relativna srednja pogreška izmjerenog bazisa oko 1 : 700 000.

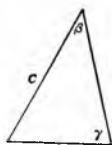
Još 1923 Finac Väisälä pronašao je način kompariranja žica s pomoću interferencije svjetla i konstruirao specijalni komparator za 24 m. No da bi se dalje povećala tačnost kompariranja žica interferencijom svjetla, određena je dužina od ~800 m na kojoj se kompariraju žice. Na tom je principu posljednjih godina izradio komparator i geodetski institut u Münchenu. Ti komparatori daju dužine žica s mnogo većom tačnošću nego sadašnji načini. Ako se želi da stvarna relativna pogreška mjerenja bazisa bude manja od 1 : 1 000 000, invarne žice treba svakako komparirati interferentnim komparatorom.

LIT.: E. Gigas, Handbuch für Verwendung von Invardrähten bei Grundlinienmessungen, Berlin 1934. — Ф. Н. Красовский, Руководство по высшей геодезии Т. 1., Москва 1938—39. — Jordan-Eggert, Handbuch der Vermessungskunde, Bd. III, Halbb. 1, Stuttgart 1939. — J. Ryšavý, Vyšší geodesie, Praha 1947. — N. Svečnikov, Viša geodezija I, Beograd 1953. — N. Čubrančić, Viša geodezija I, Zagreb 1954. N. Ču.

BAZISNE MREŽE. Kako su bazisi (osnovice) koji se direktno mjere dugački u prosjeku 5...8 km, a strane osnovne triangulacione mreže 30...50 km, izmjereni je bazis premalen a da bi se direktno s njega mjerenjem kutova u trokutu moglo preći na tako dugačke strane, jer bi tačnost takvog određivanja strana bila veoma malena. Da se to izbjegne, postavlja se na terenu posebna i po obliku naročita mreža trokuta, kojoj je svrha da se na temelju izmjerenog bazisa i izmjerenih kutova odredi što je moguće tačnije osnovna (početna) strana triangulacije.

Tačnost osnovne strane zavisit će o tačnosti mjerenja bazisa, o tačnosti mjerenja kutova i o obliku i broju trokuta potrebnih da se postigne prelaz od bazisa na osnovnu stranu. Bazis se mjeri s najvećom mogućom tačnošću, a isto tako i kutovi, pa prema tome treba obratiti pažnju na oblik i broj trokuta koji služe za taj prelaz. Kako oblik trokuta utječe na tačnost računске strane, neka pokaže slijedeće razmatranje. U trokutu (sl. 1) poznata je strana *b* i izmjereni su kutovi β i γ . Strana *c* dobiva se računски formulom

$$c = \frac{b}{\sin \beta} \sin \gamma. \quad (1)$$



Sl. 1

Smatrajmo za ovu svrhu da je strana *b* određena bez pogreške, a kutovi β i γ da su izmjereni sa srednjom pogreškom $m = \pm 1''$. Po zakonu prirasta pogrešaka (v. *Pogreške mjerenja*) srednja pogreška strane *c* bit će:

$$m_c = c \frac{m''}{\rho''} \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \gamma}\right)^2},$$

odnosno relativna pogreška

$$\frac{m_c}{c} = \frac{m''}{\rho''} \sqrt{\cot^2 \beta + \cot^2 \gamma}. \quad (2)$$

Ako se uzme da su kutovi $\beta \approx \gamma \approx 60^\circ$ (da je trokut približno istostran) i uvrsti li se u (2) vrijednost $\cot 60^\circ = 0,577$, dobit će se za $m'' = 1''$

$$\frac{m_{c1}}{c_1} = \frac{1}{206\,265} \sqrt{0,577^2 + 0,577^2} \approx \frac{1}{253\,000}.$$

Ako se pak uzme oštrokutan trokut u kome su kutovi $\beta = 10^\circ$, $\gamma = 80^\circ$ i uvrste u (2) vrijednosti $\cot 10^\circ = 5,6173$, $\cot 80^\circ = 0,1763$, dobit će se:

$$\frac{m_{c2}}{c_2} = \frac{1}{206\,263} \sqrt{5,6173^2 + 0,1763^2} = \frac{1}{36\,000}.$$

Usporede li se ova dva rezultata, vidjet će se da je relativna pogreška određivanja strane *c* u drugom slučaju 7 puta veća nego u prvom slučaju, kad se upotrijebi istostran trokut. Budući da će u bazisnoj mreži dužina c_2 biti ~5,6 puta veća od c_1 , bit će m_{c2} za $7 \cdot 5,6 = 39$ puta veće od m_{c1} .

Za ilustraciju odnosa uzelo se da je srednja pogreška pojednog izmjerenog kuta $m = 1''$. U bazisnoj mreži ona mora biti mnogo manja, ispod $0,3''$, ali izvedeni odnos tačnosti ostat će isti.

Redovito su izmjerena sva tri kuta u trokutu, pa će se umjesto formule (2) dobiti drukčiji izraz. Izmjereni kutovi u trokutu moraju zadovoljiti matematički uvjet

$$\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 0. \quad (3)$$

Kako izraz (3) neće nikad biti jednak nuli, nego nekoj veličini *w*, popravljaju se pojedini kutovi α , β , γ , redom ispravnima v_1 , v_2 , v_3 , tako da uvjetna jednadžba u definitivnom obliku glasi

$$v_1 + v_2 + v_3 + w = 0.$$

Srednja pogreška strane *c* računa se tada kao srednja pogreška funkcije pri uvjetnim mjerenjima po formuli

$$m_c = \frac{m}{\rho} c \sqrt{\frac{1}{P}}, \quad (4)$$

gdje je *P* težina funkcije *c* i dana je sada izrazom

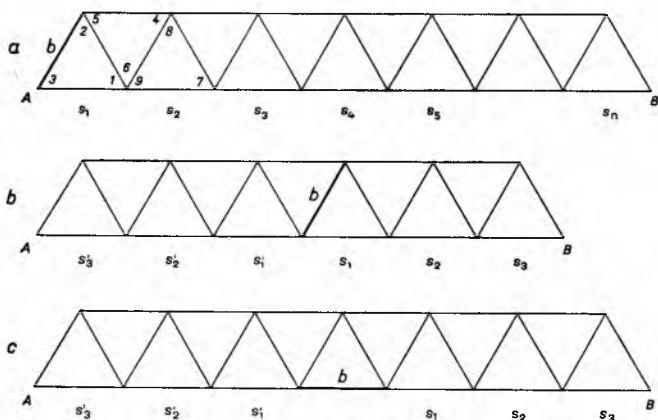
$$\frac{1}{P} = \frac{2}{3} (\cot^2 \beta + \cot^2 \gamma + \cot \beta \cot \gamma). \quad (5)$$

Za istostrani trokut je $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, pa će biti

$$\frac{1}{P} = \frac{2}{3}.$$

Iznijeto pokazuje da će se najtačnije određivati strane istostranog trokuta. No istostranim se trokutom ne postizava nikakvo uvećanje. Da bi se dobilo potrebno uvećanje, tj. dužina osnovne strane polazeći od bazisa, i to što tačnije, ima više metoda, od kojih se ovdje iznose dvije: *metoda lanca* i *metoda romba*.

Metoda lanca. Treba zamisliti lanac sastavljen od pravilnih istostranih trokuta u kojem je izmjerena strana *b* i svi kutovi (sl. 2). Takvim nizanjem trokuta na trokut može se dobiti po volji velika strana *AB*, koja dalje može služiti kao osnovna strana triangulacije. Na slici su iznijeta 3 slučaja: a) Mjerenja baza nalazi se na jednom kraju lanca, dužina $AB = n \cdot b = n \cdot s$; b) Mjerenja baza nalazi se na sredini lanca, dužina $AB = n' \cdot s' + ns = (n' + n)s$, jer je $s' = s$. Ako je $n' = n$, bit će $AB = 2ns$, a s oznakom $2n = v$ dobit će se $AB = v \cdot s$. c) Mjerenja baza nalazi se u pravcu tražene strane *AB*, dužina $AB = b + n' \cdot s' + ns$. Ako je $n' = n$, $AB = (2n + 1)s$, a s oznakom $2n + 1 = v$ se dobija $AB = v \cdot s$.



Sl. 2

Srednja pogreška strane *AB* računat će se kao srednja pogreška funkcije. Tako u slučaju a) $AB = s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n$, a svaki *s* računa se od *b* i mjerenih kutova, npr. (sl. 2a)

$$s_1 = \frac{b \sin(2)}{\sin(1)}; \quad s_2 = \frac{b \sin(3) \sin(5) \sin(8)}{\sin(1) \sin(4) \sin(7)},$$

i uz uvjet da suma kutova u svakom trokutu bude 180° ili $180 + \epsilon$ (ϵ je sfernii eksces), srednja pogreška funkcije će biti data izrazom

$$m_{AB} = \frac{m}{\rho} \sqrt{\frac{1}{P}}, \quad (6)$$