

pogreškom 1 : 1 000 000. Ako se ovoj pogrešci doda pogreška mjerenja relativnog iznosa također 1 : 1 000 000, dobiva se stvarna relativna srednja pogreška izmjenjenog bazisa oko 1 : 700 000.

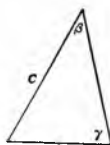
Još 1923 Finac Väisälä pronašao je način kompariranja žica s pomoću interferencije svjetla i konstruirao specijalni komparator za 24 m. No da bi se dalje povećala tačnost kompariranja žica interferencijom svjetla, određena je dužina od ~800 m na kojoj se kompariraju žice. Na tom je principu posljednjih godina izradio komparator i geodetski institut u Münchenu. Ti komparatori daju dužine žica s mnogo većom tačnošću nego sadašnji načini. Ako se želi da stvarna relativna pogreška mjerenja bazisa bude manja od 1 : 1 000 000, invarne žice treba svakako komparirati interferentnim komparatorom.

LIT.: E. Gigas, Handbuch für Verwendung von Invardrähten bei Grundlinienmessungen, Berlin 1934. — Ф. Н. Красовский, Руководство по высшей геодезии Т. 1, Москва 1938—39. — Jordan-Eggert, Handbuch der Vermessungskunde, Bd. III, Halbb. 1, Stuttgart 1939. — J. Ryšavý, Vyšší geodesie, Praha 1947. — N. Svečnikov, Viša geodezija I, Beograd 1953. — N. Čubrančić, Viša geodezija I, Zagreb 1954. N. Ču.

BAZISNE MREŽE. Kako su bazisi (osnovice) koji se direktno mjere dugački u prosjeku 5...8 km, a strane osnovne triangulacione mreže 30...50 km, izmjereni je bazis premalen a da bi se direktno s njega mjerenjem kutova u trokutu moglo preći na tako dugačke strane, jer bi tačnost takvog određivanja strana bila veoma malena. Da se to izbjegne, postavlja se na terenu posebna i po obliku naročita mreža trokuta, kojoj je svrha da se na temelju izmjenjenog bazisa i izmjerenih kutova odredi što je moguće tačnije osnovna (početna) strana triangulacije.

Tačnost osnovne strane zavisit će o tačnosti mjerenja bazisa, o tačnosti mjerenja kutova i o obliku i broju trokuta potrebnih da se postigne prelaz od bazisa na osnovnu stranu. Bazis se mjeri s najvećom mogućom tačnošću, a isto tako i kutovi, pa prema tome treba obratiti pažnju na oblik i broj trokuta koji služe za taj prelaz. Kako oblik trokuta utječe na tačnost računске strane, neka pokaže slijedeće razmatranje. U trokutu (sl. 1) poznata je strana *b* i izmjereni su kutovi β i γ . Strana *c* dobiva se računski formulom

$$c = \frac{b}{\sin \beta} \sin \gamma. \quad (1)$$



Sl. 1

Smatrajmo za ovu svrhu da je strana *b* određena bez pogreške, a kutovi β i γ da su izmjereni sa srednjom pogreškom $m = \pm 1''$. Po zakonu prirasta pogrešaka (v. Pogreške mjerenja) srednja pogreška strane *c* bit će:

$$m_c = c \frac{m''}{\rho''} \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \gamma}\right)^2},$$

odnosno relativna pogreška

$$\frac{m_c}{c} = \frac{m''}{\rho''} \sqrt{\cot^2 \beta + \cot^2 \gamma}. \quad (2)$$

Ako se uzme da su kutovi $\beta \approx \gamma \approx 60^\circ$ (da je trokut približno istostran) i uvrsti li se u (2) vrijednost $\cot 60^\circ = 0,577$, dobit će se za $m'' = 1''$

$$\frac{m_{c1}}{c_1} = \frac{1}{206\,265} \sqrt{0,577^2 + 0,577^2} \approx \frac{1}{253\,000}.$$

Ako se pak uzme oštrokutan trokut u kome su kutovi $\beta = 10^\circ$, $\gamma = 80^\circ$ i uvrste u (2) vrijednosti $\cot 10^\circ = 5,6173$, $\cot 80^\circ = 0,1763$, dobit će se:

$$\frac{m_{c2}}{c_2} = \frac{1}{206\,263} \sqrt{5,6173^2 + 0,1763^2} = \frac{1}{36\,000}.$$

Usporede li se ova dva rezultata, vidjet će se da je relativna pogreška određivanja strane *c* u drugom slučaju 7 puta veća nego u prvom slučaju, kad se upotrijebi istostran trokut. Budući da će u bazisnoj mreži dužina c_2 biti ~5,6 puta veća od c_1 , bit će m_{c2} za $7 \cdot 5,6 = 39$ puta veće od m_{c1} .

Za ilustraciju odnosa uzelo se da je srednja pogreška pojednog izmjenjenog kuta $m = 1''$. U bazisnoj mreži ona mora biti mnogo manja, ispod $0,3''$, ali izvedeni odnos tačnosti ostat će isti.

Redovito su izmjerena sva tri kuta u trokutu, pa će se umjesto formule (2) dobiti drukčiji izraz. Izmjereni kutovi u trokutu moraju zadovoljiti matematički uvjet

$$\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 0. \quad (3)$$

Kako izraz (3) neće nikad biti jednak nuli, nego nekoj veličini *w*, popravljaju se pojedini kutovi α , β , γ , redom ispravnima v_1 , v_2 , v_3 , tako da uvjetna jednadžba u definitivnom obliku glasi

$$v_1 + v_2 + v_3 + w = 0.$$

Srednja pogreška strane *c* računa se tada kao srednja pogreška funkcije pri uvjetnim mjerenjima po formuli

$$m_c = \frac{m}{\rho} c \sqrt{\frac{1}{P}}, \quad (4)$$

gdje je *P* težina funkcije *c* i dana je sada izrazom

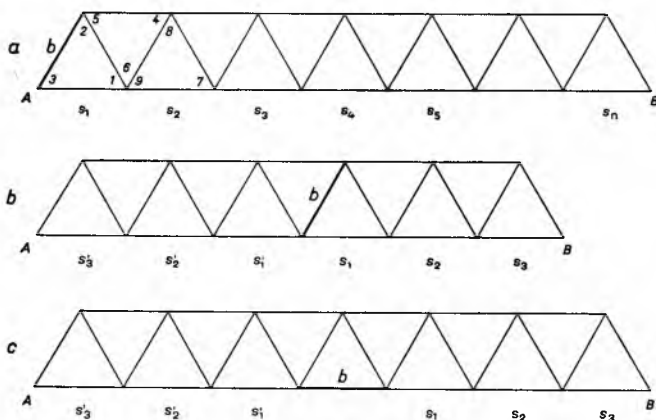
$$\frac{1}{P} = \frac{2}{3} (\cot^2 \beta + \cot^2 \gamma + \cot \beta \cot \gamma). \quad (5)$$

Za istostrani trokut je $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, pa će biti

$$\frac{1}{P} = \frac{2}{3}.$$

Iznijeto pokazuje da će se najtačnije određivati strane istostranog trokuta. No istostranim se trokutom ne postizava nikakvo uvećanje. Da bi se dobilo potrebno uvećanje, tj. dužina osnovne strane polazeći od bazisa, i to što tačnije, ima više metoda, od kojih se ovdje iznose dvije: *metoda lanca* i *metoda romba*.

Metoda lanca. Treba zamisliti lanac sastavljen od pravilnih istostranih trokuta u kojem je izmjerena strana *b* i svi kutovi (sl. 2). Takvim nizanjem trokuta na trokut može se dobiti po volji velika strana *AB*, koja dalje može služiti kao osnovna strana triangulacije. Na slici su iznijeta 3 slučaja: a) Mjerenja baza nalazi se na jednom kraju lanca, dužina $AB = n \cdot b = n \cdot s$; b) Mjerenja baza nalazi se na sredini lanca, dužina $AB = n' \cdot s' + ns = (n' + n)s$, jer je $s' = s$. Ako je $n' = n$, bit će $AB = 2ns$, a s oznakom $2n = v$ dobit će se $AB = v \cdot s$. c) Mjerenja baza nalazi se u pravcu tražene strane *AB*, dužina $AB = b + n' \cdot s' + ns$. Ako je $n' = n$, $AB = (2n + 1)s$, a s oznakom $2n + 1 = v$ se dobija $AB = v \cdot s$.



Sl. 2

Srednja pogreška strane *AB* računat će se kao srednja pogreška funkcije. Tako u slučaju a) $AB = s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n$, a svaki *s* računa se od *b* i mjerenih kutova, npr. (sl. 2a)

$$s_1 = \frac{b \sin(2)}{\sin(1)}; \quad s_2 = \frac{b \sin(3) \sin(5) \sin(8)}{\sin(1) \sin(4) \sin(7)},$$

i uz uvjet da suma kutova u svakom trokutu bude 180° ili $180 + \epsilon$ (ϵ je sferni eksces), srednja pogreška funkcije će biti data izrazom

$$m_{AB} = \frac{m}{\rho} \sqrt{\frac{1}{P}}, \quad (6)$$

gdje je P težina funkcije AB , a računa se prema formuli

$$\frac{1}{P} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf \cdot l]}{[b \cdot l]} - \frac{[cf \cdot 2]^2}{[c \cdot 2]} - \dots, \quad (7)$$

u kojoj su $f_1, f_2, f_3 \dots$ vrijednosti parcijalnih derivacija funkcije AB po mjenjenim kutovima, npr.

$$f_1 = \frac{\partial(AB)}{\partial(I)}; \quad f_2 = \frac{\partial(AB)}{\partial(2)},$$

a a, b, c koeficijenti uz ispravke u uvjetnim jednadžbama.

Sračunavši parcijalne derivacije, pa zatim težinu funkcije po formuli (7) za svaki od 3 slučaja (što se ovdje izostavlja), dobivaju se konačne opće formule za ocjenu tačnosti:

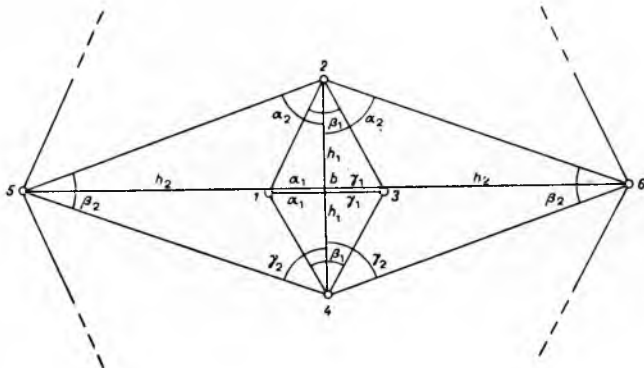
$$a) \quad \frac{m_{AB}}{AB} = \frac{m_{ns}}{ns} = \frac{m''}{\rho''} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n^2 - 3n + 5}{3n}}, \quad (8)$$

$$b) \quad \frac{m_{AB}}{AB} = \frac{m_{vs}}{vs} = \frac{m''}{\rho''} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{v^2 + 5}{3v}}, \quad (9)$$

$$c) \quad \frac{m_{AB}}{AB} = \frac{m_{vs}}{vs} = \frac{m''}{\rho''} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{v^2 + 3v - 4}{3v}}, \quad (10)$$

gdje je m'' srednja pogreška mjerenja kutova.

Metoda romba. Uzima se u razmatranje pravilan romb, sastavljen od dva jednaka istokračna trokuta, u kojem je jedna dijagonala mjerena bazis b . Očito, da bi se dobilo uvećanje, kutovi β moraju biti manji od 60° . Smanjivanjem kuta β (nasuprot b) može se dobiti uvećanje kakvo se i koliko želi. No, kako se zna da smanjenjem tog kuta raste pogreška strana, a prema tome i druge dijagonale romba, smanjit će se kutovi samo do neke mjere. Nad tako dobivenom (većom) dijagonalom postaviti će se onda drugi romb, nad dobivenom (većom) dijagonalom drugog romba treći itd., kako je to prikazano na sl. 3, na kojoj su



Sl. 3

uzeta 2 romba i pretpostavljeno je da su slični tj. $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2$; i $\beta_1 = \beta_2$. Između tačaka 1 i 3 je mjerena bazis b . Prva dijagonala $h_1 + h_1 = H_1$, druga dijagonala $h_2 + h_2 = H_2$.

Ako se označi $\varphi = \beta/2$, dobiva se

$$H_1 = b \cot \varphi, \quad H_2 = H_1 \cot \varphi = b \cot^2 \varphi,$$

odnosno $H_n = b \cdot \cot^n \varphi$,

gdje je n broj upotrijebljenih rombova.

Uvećanje će biti dano izrazom

$$v = \frac{H_n}{b} = \cot^n \varphi. \quad (11)$$

Srednja pogreška prve dijagonale H_1 kao funkcije mjenjenih kutova dobit će se primjenom općih formula (6) i (7) za srednju pogrešku funkcije. U slučaju pravilnog romba relativna je pogreška jednaka

$$\frac{m_{H_1}}{H_1} = \frac{m''}{\rho'' \sin \beta} \sqrt{\frac{1}{3}}. \quad (12)$$

Formula (12) pretpostavlja da su svi kutovi izmjereni jednako tačno. Ako ima n rombova, relativna je pogreška n -te dijagonale:

$$\frac{m_{H_n}}{H_n} = \frac{m''}{\rho'' \sin \beta} \sqrt{\frac{n}{3}}. \quad (13)$$

Postavlja se pitanje koja je najpovoljnija veličina za kut β . Smanjivanjem kuta β dobit će se za svaki romb veće uvećanje, ali će se osjetljivo povećati i srednja pogreška dijagonale. S druge strane bit će potreban manji broj rombova, što će prema izrazu (13) opet djelovati na povećanje tačnosti. Helmert je izveo da je najpovoljnija veličina kuta $\beta = 33^\circ 32'$.

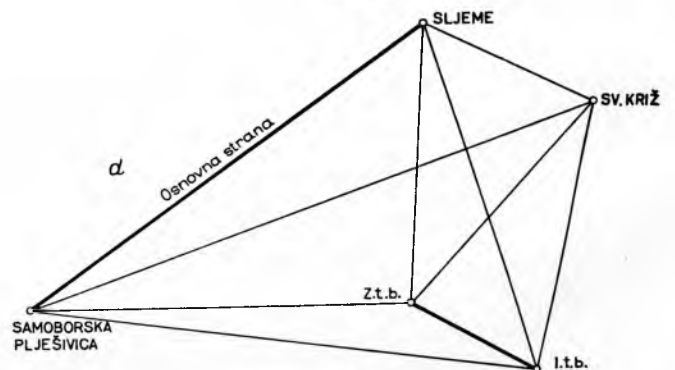
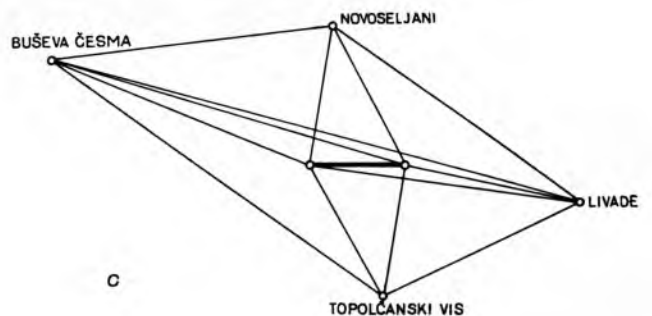
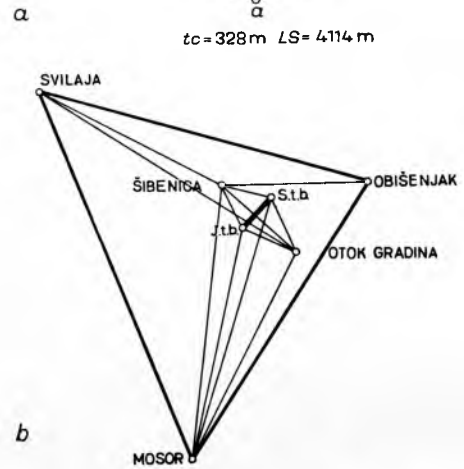
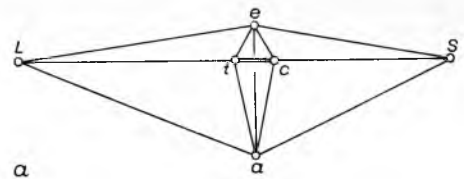
Ocjena tačnosti bazisne mreže. Pretpostavljaju se idealni slučajevi koji su prije opisani, a jednostavnosti radi srednja pogreška mjenjenog kuta uzima se $m = 1''$.

1. Metoda romba: Sa 2 romba dobiva se prema (11)

$$v = \cot^2 \varphi = \cot^2 16^\circ 46' \approx 11,$$

(tj. ako je npr. $b = 5$ km, $H_2 = 55$ km),

$$\frac{m_{H_2}}{H_2} = \frac{m}{\rho \sin \beta} \sqrt{\frac{2}{3}} \approx \frac{1}{139\,000}. \quad (14)$$



Sl. 4

2. Metoda lanca — slučaj sl. 2a:

Da se dobije isto uvećanje kao u slučaju romba, tj. 11, lanac mora biti sastavljen od 21 trokuta, odnosno n mora biti 11, pa se po formuli (8) dobiva

$$\frac{m_{AB}}{AB} = \frac{m_{ns}}{ns} = \frac{m''}{\rho''} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4 \cdot 11^2 - 3 \cdot 11 + 5}{3 \cdot 11}} \approx \frac{1}{97\,000} \quad (15)$$

3. Metoda lanca — slučaj sl. 2 c:

$$AB = b + 5s' + 5s = (1 + 2 \cdot 5)s = vs = 11s,$$

te se po formuli (10) dobiva

$$\frac{m_{AB}}{AB} = \frac{m_{vs}}{vs} = \frac{m}{\rho} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{11^2 + 3 \cdot 11 - 4}{3 \cdot 11}} \approx \frac{1}{167\,000} \quad (16)$$

(Stvarna tačnost bit će bar 3 puta veća jer srednja pogreška mjerenog kuta ne bi smjela biti veća od 1/3 sekunde.)

Uspoređujući dobivene relativne srednje pogreške u bazisnim mrežama, nalazi se da se najslabija tačnost dobiva primjenom lanca kđd je mjereni bazis na kraju lanca, a najbolja tačnost primjenom lanca kad je mjereni bazis usred lanca. Metoda romba daje nešto manju tačnost nego metoda lanca s bazom u sredini. Ipak se daje prednost metodi romba. Pri istom uvećanju ($v = 11$), po metodi romba potrebna su 2 romba, tj. 4 trokuta, odnosno treba izmjeriti 12 kutova na svega 6 tačaka. Po metodi lanca treba za to isto uvećanje postaviti 21 trokut, tj. treba izmjeriti 63 kuta (na 23 tačke). Nadalje, terenske prilike ne dopuštaju po pravilu da se bazisna mreža sastavi od pravilnih figura, bilo lanca istostranih trokuta, bilo rombova. Po metodi lanca morat će se mnogo više odstupiti od te pravilnosti nego po metodi rombova, čime će se mnogo brže povećati srednja pogreška u lancu. Pri metodi romba u praksi se povećava nešto tačnost i time što se mjere i drugi kutovi, koji nisu predviđeni u primjeru uz sl. 3 (tako bi se mjerenjem povezale tačke: 1 i 5, 3 i 6, ukoliko se te tačke gledaju).

Većina bazisnih mreža u Jugoslaviji ima u osnovi oblik romba.

Na sl. 4 je nekoliko primjera bazisnih mreža: a je prva bazisna mreža pronalazača triangulacije Snelliusa iz god. 1614, b prikazuje staru sinjsku bazisnu mrežu, c pilepsku (1922), d zagrebačku bazisnu mrežu (1952).

LIT.: v. Bazis.

N. Ču.

BAŽDARENJE BRODA, zakonom ili drugom punovažnom odredbom propisani način za određivanje zapremine brodskog prostora, kao mjerila za naplaćivanje pristojba što su ih brodovi pri vršenju svojih trgovačkih funkcija obavezni plaćati. To su u prvom redu lučke pristojbe koje se plaćaju za iskorišćivanje obala i obalskih uređaja u svrhu utovara i istovara robe ili ukrcaja i iskrcaja putnika, zatim pristojbe za održavanje sredstava za sigurnost plovidbe, pristojbe za plovidbu kroz kanale, za pilotažu, tegljenje itd. Baždarena zapremina broda se općenito naziva registarska tonaža broda. *Neto registarska tonaža* (oznaka NRT) odgovara uglavnom zapremini onih brodskih prostora koji služe za prevoz tereta ili putnika i mjerilo je za privredni kapacitet broda. *Bruto registarska tonaža* (oznaka BRT) odgovara uglavnom zapremini cijelog zatvorenog brodskog prostora te je prema tome mjerilo za veličinu broda. Bilo bi logično da su one naknade koje se osnivaju na privrednom kapacitetu (lučke naknade, naknade za pomorsku rasvjetu, carine, usluge agencija itd.) zaračunavaju prema neto-tonaži, a one koje se pretežno odnose na veličinu broda, prema bruto-tonaži (naknade za tegljenje, dokovanje, baždarenje, registraciju, klasifikaciju itd.). Međutim, to načelo nije jedinstveno primijenjeno, te se ista naknada naplaćuje u nekim državama prema NRT, a u drugim prema BRT (jedino svi klasifikacioni zavodi izračunavaju naknadu za klasifikaciju broda prema njegovoj bruto-tonaži).

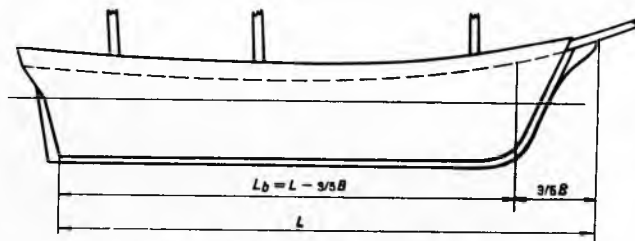
Već u ranom periodu trgovačkog pomorstva označivale su se veličine brodova za prijevoz robe prema količini najčešćeg brodskog tereta koji su mogli ukrcati i prevoziti, tako npr. kod Grka prema količini ulja, a kod Rimljana prema količini žita. I dubrovačka republika je ocjenjivala veličine brodova po tome koliko su stara žita (jedan star imao je volumen od 111 litara) mogli ukrcati. U lukama zapadne obale Evrope i u engleskim lukama počele su se u XIII st. veličine brodova izražavati pomoću broja bačava vina koji su mogla primiti njihova skladišta. Prva nastojanja da se zapremine i nosivosti brodova zvanično regi-

striraju zabilježena su u Engleskoj u XV st. Jedinica mjere bila je opet određena bačva (engleski *ton* ili *ton*, francuski *tonneau*) vina, koja je prema jednom zakonu od 1423 morala zapremiti 960 litara (252 galona). U početku se brojem tona (bačava) označivala samo zapremina, ali je tokom vremena došlo do toga da se počela računati i težina tih bačava zajedno sa sadržajem. Uslijed toga je došlo do registriranja netačnih podataka, jer za utovar nije došlo u obzir samo vino nego i druga roba različite specifične težine.

Zatim se kao mjerilo za registriranje i taksiranje brodova prihvaća njihova nosivost izražena pomoću dužine, širine i dubine skladišta. Osnova za takvo određivanje veličine brodova bila je jedna holandska formula iz 1570 prema kojoj je nosivost, izražena u jedinicama za težinu »laste« (2000 kp), iznosila: $L \cdot B \cdot T / 370$, gdje je L bila dužina ravnog dijela kobilice (tj. od krmenog kraja pa do početka krivine prelaza kobilice u pramčanu statvu), B najveća širina unutar oplate, mjerena na polovini dužine broda, T prostorna dubina, tj. udaljenost od donjeg ruba hrptenice (pasme) do donjeg lica oplate gornje palube skladišta za teret. Slične formule su se više decenija primjenjivale u raznim zemljama. Uglavnom se samo nazivnik mijenjao da se formula prilagodi mjernom sistemu i glavnim tipovima brodova. Tako je ta formula sa brojem 94 kao nazivnikom bila u Engleskoj 1694 zakonom propisana na baždarenje brodova. Po toj se formuli baždari u Engleskoj do 1733, kada je uveden novi postupak nazvan staro pravilo brodograditelja (*Builder's Old Measurement*), poznato pod skraćenicom BOM. Po tom se postupku baždarena veličina brodova izražavala formulom:

$$\text{nosivost BOM} = \frac{(L - \frac{3}{8}B) \cdot B \cdot \frac{1}{2}B}{C}$$

gdje je L bila dužina od stražnjeg ruba utora u krmenoj statvi, gdje on siječe utor u kobilici, pa do okomice kroz prednji rub pramčane statve ispod kosnika (sl. 1), a B najveća širina broda, oboje mjereno u stopama; nosivost se dobivala u engleskim tonama težine. C je bio jednak 94 za »čiste« teretne brodove, a povećavao se na 100 za teretne brodove naručane topovima, jer je nosivost težine tereta za te brodove bila manja nego za nenaručane.



Sl. 1. Dužina broda po pravilu BOM

Do te se formule došlo uz ove pretpostavke: dužina broda L je četiri puta veća, a srednji gaz dvaput manji od širine B ; »efikasna« je dužina broda, u smislu iskorišćenja brodskog prostora i nosivosti, jednaka 85% od L ili jednaka $L - \frac{3}{8}B$; koeficijenti istisnine je 0,62 i vlastita težina nenaručanog teretnog broda iznosi $\frac{1}{4}$ deplasmana, pa za težinu tereta preostaje $\frac{3}{4}$ deplasmana. Kad se uzelo k tome da jedna engleska tona odgovara težini 35 kubnih stopa morske vode, dobilo se za nosivost BOM:

$$\frac{3 \cdot 62}{5 \cdot 100} \frac{(L - \frac{3}{8}B) \cdot B \cdot \frac{1}{2}B}{35} = \frac{(L - B) \cdot \frac{3}{8} \cdot B \cdot \frac{1}{2}B}{94}$$

Ta je formula davala ispravne rezultate samo uz navedene pretpostavke, koje su približno odgovarale za ondašnje tipove brodova. Kad je tokom vremena došlo do odstupanja od pretpostavljenih odnosa, pokazali su se i veliki nedostaci tog načina baždarenja. Naročita je mana te formule što dubina prostora (a prema tome i visina broda) nije bila neposredan faktor za izračunavanje tonaže, pa je to dovelo do toga da su brodoglasnici nastojali da im se sagrade brodovi sa što većom visinom, a na uštrb širine. Na taj su se način dobivali brodovi veće zapremine, a nerazmjerno male registarske tonaže. Takvi su brodovi imali vrlo loša maritima svojstva jer su bili nestabilni. Stoga je 1854 engleski parlament donio zakon (*Merchant Shipping Act*) kojim je usvojena nova, od Moorsoma predložena metoda baždarenja. Naknadne modifikacije te metode donio je engleski parlament u više dodatnih zakona i ona je postala osnov načina baždarenja koji je danas propisan u svim državama a poznat je pod nazivom *englesko* ili *Moorsomovo pravilo*.

Predma je baždarenje brodova od međunarodne važnosti, još ne postoje međunarodnom konvencijom općenito priznati i unificirani propisi, pa se međusobno priznavanje svjedodžaba o baždarenju između pojedinih država vrši uz uslov reciprociteta. Pitanje utvrđivanja jedinstvenih propisa bilo je 1939 pokrenuto u Društvu naroda, a nakon Drugoga svjetskog rata ponovo je pokrenuto najprije pregovorima između nekih evropskih država u Oslu 1947 (Konvencija o jednoobraznom sistemu baždarenja brodova sa završnim protokolom), a zatim od Ujedinjenih nacija, koje su to povjerile svojem tehničkom organu »IMCO« (Intergovernmental Maritime Consultative Organisation), kod kojeg se još nalazi u proučavanju.

U SFRJ je baždarenje regulirano »Uredbom o baždarenju pomorskih brodova«, »Pravilnikom za izvršenje Uredbe o baždarenju pomorskih brodova« i »Pravilnikom o načinu mjerenja i izračunavanju registarske zapremine kod baždarenja pomorskih brodova« (objavljeno u Sl. listovima FNRJ br. 52/49 i 69/49).

JEDINICA BAŽDARENJA. Spomenutim engleskim zakonom od 1854 prihvaćena je kao jedinica za mjerenje brodske zapremine *registarska tona* (*register ton*). Oznaka joj je RT, a naziv dolazi od registracije (popisa) brodova i od stare mjere za označivanje veličine brodova, tj. bačve (ton). Registarska tona je vo-