

ta k i omjera x/l za različite kutove kormila jednovijčanih brodova sa strujnim kormilom iza statve.

Kormila dvovijčanih brodova su obično nebalansna ili polubalansna. Otvore ispred kormila treba svesti na najmanju moguću mjeru. Debljina i oblik horizontalnog presjeka kormila moraju biti u skladu sa vodnim linijama krme, tako da kormilo predstavlja zapravo njihov završetak. Kad su potrebne velike sile kormila, uzimaju se dva kormila. U tablici 3 navedeni su prosječni omjeri glavnih dimenzija strujnih kormila dvovijčanih brodova.

Tablica 3

PROSJEČNI OMJERI GLAVNIH DIMENZIJA STRUJNIH KORMILA DVOVIJČANIH BRODOVA

Tip kormila	A % od $L \cdot T$	$\frac{h}{l}$	$\frac{l}{t}$
Nebalansno kormilo uz statvu	1,7	1,52	6,2
Polubalansno kormilo	1,7	1,11	10,8
Uredaj s dva kormila	2,1	2,22	4,9

Sila kormila može se također izračunati s pomoću Baker-Bot-temleyeve formule. Koeficijenti k za dvovijčane brodove dani su u tablici 4.

Tablica 4

VRIJEDNOSTI k ZA DVOVIJČANE BRODOVE

Kut kormila u stupnjevima $k \cdot 10^3$	10	15	20	30	35
	8,4	13,6	19,4	31,5	36,2

Za proračun normalne sile kormila jednovijčanih i dvovijčanih brodova mogu se upotrijebiti i rezultati ispitivanja kormila u slobodnoj vožnji (sl. 7 i 8). Te rezultate treba korigirati za omjer h/l i za utjecaj sustrujanja i vijčanog mlaza.

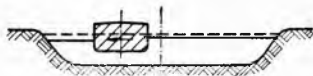
Kad je kormilo jednovijčanih brodova sa desnovojnim propelerom u središnjem položaju, postoji tendencija da brod skreće pramacem ulijevo. Da bi se brod održao u ravnom kursu, treba zakrenuti kormilo za $2 \dots 3^\circ$ udesno. (Za brod sa lijevovojnim propelerom vrijedi obratno.) Do ove pojave dolazi uslijed toga što na gornjem dijelu lijeve strane kormila voda struji pod većim kutom prema kormilu nego na donjem dijelu desne strane kormila.

Dvovijčani brodovi nemaju te tendencije jer je jedan vijak desnovojan a drugi lijevojojan.

Upravljanje brodom u ograničenim vodama

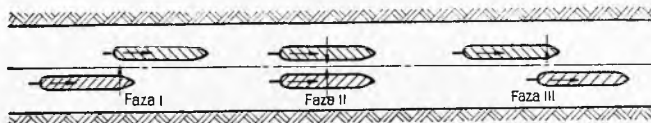
Pri plovidbi u vodama ograničene dubine i širine (kanalima, rijekama, prolazima) potreban je naročit oprez u pogledu upravljanja brodom. Uslijed različitog povećanja brzine strujanja vode koja prolazi između obala, dna i broda, dolazi do različite raspodjele pritisaka na uronjenoj površini broda. Zbog različite raspodjele pritisaka stvaraju se sile koje djeluju na brod i otežavaju kormilarenje. Do većih promjena pritisaka dolazi kod brodova koji imaju nagli prijelaz linija pramca i krme u paralelni srednjak. Da bi se dobila dobra kormilarska svojstva brodova koji saobraćaju u ograničenim vodama, poželjno je da njihove vertikale budu punije na pramcu i krmi i da imaju postepeni prijelaz u paralelni srednjak.

Kada brod plovi izvan sredine kanala, dolazi do većeg povećanja brzine strujanja vode s one strane broda koja je bliže obali nego sa suprotne strane. Budući da je povećanje brzine praćeno smanjenjem pritiska i padom razine vode, pad razine vode veći je na onoj strani broda koja je bliža obali nego na suprotnoj strani, uslijed čega na brod djeluje sila koja ga gura prema bližoj obali (sl. 33). Ako se želi vratiti brod u sredinu kanala, ne smije se to učiniti primjenom velikog kuta kormila. Naime, na skretanje kormila brod najprije reagira pomicanjem krme prema bližoj obali, pa bi preveliki kutovi kormila izazvali preveliko pomicanje krme prema bližoj obali, uslijed čega bi se još više povećala sila koja gura brod prema toj obali. Uspješno vraćanje broda u sredinu kanala može se postići smanjenjem brzine i primjenom umjerenih kutova kormila.



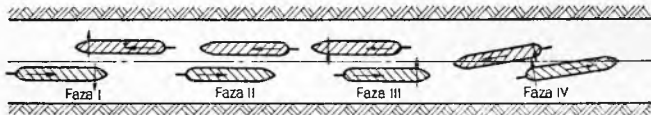
Sl. 33. Plovidba izvan sredine kanala

Slično nesimetrično opstrujavanje broda nastaje i na plitkoj vodi kosog dna. Skošeno dno i malena dubina vode kompliciraju raspodjelu pritisaka duž broskog trupa i kormila, pa za svaki brod postoje neki određeni uvjeti u kojima brod uopće ne sluša kormilo. To kritično stanje obično nastaje u slučaju kad je voda relativno vrlo plitka, kosina dna veća od 20° , a brzina broda niska.



Sl. 34. Preticanje brodova u kanalu

Kad se pretječu brodovi u kanalu, nailaze pramčani val i podignuta razina vode na pramcu broda koji vrši pretjecanje na nižu razinu vode po krmi pretjecanog broda, uslijed čega dolazi do privlačenja brodova (sl. 34, faza I). Kada se pri pretjecanju brodovi nalaze jedan pokraj drugoga, razina vode između brodova osjetno padne, uslijed čega se brodovi privlače i naginju jedan prema drugome (faza II). Kad krma broda koji vrši pretjecanje prolazi pokraj pramca pretjecanog broda, brodovi se i dalje privlače, iako u manjoj mjeri (faza III).



Sl. 35. Mimoilaženje brodova u kanalu

Kad se brodovi u kanalu mimoilaze, najprije se susreću njihovi pramci. Između pramca dolazi do superpozicije pramčanih valova koji razmiču pramce (sl. 35, faza I). Nešto prije nego se brodovi nalaze jedan uz drugoga padovi razine vode se izjednače i nema opasnosti od sudara (faza II). Kad su se brodovi djelomično mimoišli, pramci im se gibaju prema sredini kanala jer podignuta razina na pramcu jednog broda nailazi na pad razine po krmi drugog broda (faza III). Pri mimoilaženju krma dolazi do superpozicije padova razine, uslijed čega se krme privlače. U tom trenutku je opasnost od sudara najveća (faza IV).

Neugodne pojave koje se javljaju pri plovidbi u kanalima mogu se osjetno smanjiti smanjenjem brzine brodova.

M. Molnar

PONAŠANJE BRODA NA VALOVIMA

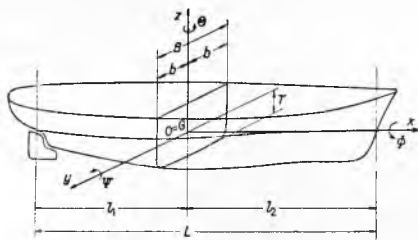
Kad pomorac kaže da brod ima dobra maritimna (pomorska) svojstva, on time obuhvaća čitav kompleks predodžbi, kao npr. da brod ima dovoljan stabilitet, da su njegova oscilatorna gibanja na uzburkanom moru umjerena, da se pri plovidbi na valovima more ne prelijeva preko njegove palube, da se njime dobro kormilari, da mu se brzina na uzburkanom moru znatnije ne smanjuje itd. Proračunom ponašanja broda na valovima treba odrediti kriterij dobrih pomorskih svojstava, tj. neke granične veličine koje se ne smiju prekoračiti a da brod ne dođe u opasnost, a to su: kut nagiba uz koji se brod prevrće ili uz koji se teret počinje pomicati, gibanja broda uz koja ili dolazi do prelijevanja mora preko palube, ili akceleracije postaju prevelike, ili brod izranja iz mora i udara o valove, ili propeler izranja iz vode itd. Stabilitet, otpor, kormilarska svojstva i opterećenja kojima je izvrgnuta brodska konstrukcija mijenjaju se na uzburkanom moru, pa zbog toga proračuni vršeni za brod na mirnoj vodi ne mogu dati stvarnu sliku njegova ponašanja u eksploataciji, nego samo podlogu za uspoređivanje. Opće je poznata činjenica da se ne samo povećava otpor broda na valovima nego i oscilatorna gibanja broda mogu na uzburkanom moru postati tako čestoka da je neophodno smanjiti brzinu broda kako bi se izbjegle pretjerane akceleracije, uronjavanje pramca u valove i lupanje broda o valove, što bi sve imalo za posljedicu neugodan ili čak nemoguć boravak na brodu i oštećenja brodske konstrukcije i opreme. Ovakvo samo djelomično iskorištavanje raspoložive pune snage stroja dolazi naročito do izražaja danas, kad su brzine brodova velike i kad atomski pogon pruža mogućnost daljeg povećanja brzine,

pod uvjetom da se uspiju kontrolirati gibanja broda na uzburkanom moru.

Ako se razdijeli kompleksno pitanje maritimnih svojstava na niz problema koji se odvojeno rješavaju, gubi se cjelovit pojam koji o njemu ima pomorac. Međutim, takav je postupak neopodan ako se želi primijeniti analitički način rješavanja i ako se žele dobiti numerički rezultati. Pri tom je najvažnije odrediti veličine amplituda oscilatornih gibanja broda, zatim brzine i akceleracije tih gibanja.

Osnove nauke o gibanju broda na valovima dao je 1737 matematičar L. Euler. Usporedivši brod s fizičkim njihalom, on je promatrao samo ljuhanje broda na mirnoj vodi. Prvi rad o ljuhanju broda na valovima potječe od D. Bernoullija, koji je uočio pojam rezonancije i njegovu važnost kod prisilnih oscilacija, ali je polazio od pogrešne hipoteze o djelovanju valova. Početkom XIX vijeka francuski matematičar Poisson razradio je približnu metodu proračuna ljuhanja broda na mirnoj vodi, uzveši u obzir sile otpora vode u dosta komplikiranoj ovisnosti o brzini gibanja. 1861 objavljuje engleski inženjer i učenjak W. Froude svoj znameniti rad o ljuhanju broda na valovima, a W. J. M. Rankine 1863 ponovo otkriva trohoidnu teoriju valova (bio ju je objavio još 1804 F. Gerstner, ali je taj rad ostao brodograditeljima potpuno nepoznat). Osnove proračuna poniranja i posrtanja broda i opću teoriju gibanja broda na valovima dao je ruski učenjak A. N. Krylov 1896 i 1898. Radovi Froudea i Krylova smatraju se klasičnima i služe kao osnova svim kasnijim istraživanjima gibanja broda na valovima. Na proračunu dodatnih masa i koeficijenata prigušivanja radili su u novije vrijeme mnogi učenjaci (N. Žukovskii, N. Kočin, M. Haskind, K. Wendel, O. Grim, T. Havelock, F. Ursell, L. Taylor, F. Lewis i dr.). Praktičnu metodu primjene komplicirane hidrodinamičke teorije gibanja broda na valovima dali su G. Weinblum i M. St. Denis. Nakon Drugoga svjetskog rata razmatranja su proširena na nepravilne valove i veće nagibe broda, prelazeći van granica Froude-Krylovljeve hipoteze, prema kojoj su pritisci u valu neovisni o brodu. Naročito je značajan rad M. St. Denisa i W. J. Piersona 1950, kojim je pokazano da se gibanje broda na nepravilnom moru može dobiti kao suma gibanja na pravilnim valovima. Pored čisto matematičkih razmatranja važnu su ulogu dobila eksperimentalna istraživanja i mjerenja gibanja na stvarnim brodivima.

Za svrhe proračuna gibanja broda na valovima smatra se brod apsolutno krutim tijelom koje se pod utjecajem sila giba u prostoru sa šest stepena slobode. To znači da se gibanje broda s obzirom na neki fiksirani prostorni koordinatni sistem može definirati sa šest varijabli: tri pomaka u smjeru koordinatnih osi i tri kuta zakreta oko tih osi. Prema tome rezultantno gibanje broda, koje



Sl. 1. Glavne osi broda

može biti vrlo komplicirano, rastavlja se u šest komponenata: linearna gibanja u smjeru uzdužne osi x (zalijetanje, engl. surging), poprečne osi y (zaošćenje, engl. swaying) i vertikalne osi z (poniranje, engl. heaving) i rotacijska gibanja oko osi x (ljuhanje, engl. rolling), y (posrtanje, engl. pitching) i z (zaošijanje, engl. yawing). Ishodište koordinatnog sistema postavlja se u težište sistema broda (sl. 1).

Pod pretpostavkom da jedno gibanje ne utječe na drugo (tzv. nepovezanost gibanja), koja je približno ispunjena samo za male odklone od ravnotežnog položaja, može se svako od tih šest gibanja promatrati zasebno, te se rezultirajuće gibanje broda dobiva kao vektorska suma pojedinih komponenata. U stvarnosti gibanja broda su ovisna jedno o drugom, pa su diferencijalne jednadžbe koje ih opisuju kompliciranije. Ipak, da bi se spoznali osnovni zakoni, uobičajeno je u matematičkoj analizi problema zanemariti isprva sve manje znatne utjecaje, kao što je npr. i povezanost pojedinih gibanja. Zbog pojednostavnjenih polaznih uvjeta dobivena rješenja manje ili više odstupaju od stvarnosti, pa ih teorijskim ili eksperimentalnim istraživanjima treba korigirati.

Gibanja broda su funkcije vremena i mogu se matematički opisati diferencijalnim jednadžbama, promatrajući sve sile koje na brod djeluju u stanovitom trenutku. Integracija tih diferencijalnih jednadžbi, kojom se dobiva gibanje broda u bilo kojemu času, moguća je samo ako je poznata ovisnost sila o vremenu. Zbog toga se najveći problem pri određivanju gibanja broda na valovima sastoji u određivanju sila koje na brod djeluju i njihovih promjena s vremenom. Pod pretpostavkom malih nagiba može se smatrati

da su te sile proporcionalne pomacima, odnosno brzinama i akceleracijama, pa su diferencijalne jednadžbe gibanja broda linearne. Kad su nagibi veći, ne mogu se u diferencijalnim jednadžbama izbjeći i kvadratni članovi promjenljivih. Rješavanje takvih nelinearnih diferencijalnih jednadžbi je znatno teže, ali je potrebno za proračun ljuhanja broda. Međutim, pri svemu tome se pretpostavljaju pravilni valovi (koji su vrlo rijetki u prirodi), pa rješenja imaju samo ograničenu vrijednost. Prema modernoj teoriji može se smatrati gibanje broda na nepravilnim valovima sumom bezbroja pomaka proizvedenih pravilnim valovima određene amplitude i frekvencije, a proizvoljnog pomaka faza. Budući da se takva suma može sastaviti i od samih linearnih pomaka, dovoljno je ograničiti se na promatranje linearnih diferencijalnih jednadžbi na pravilnim valovima.

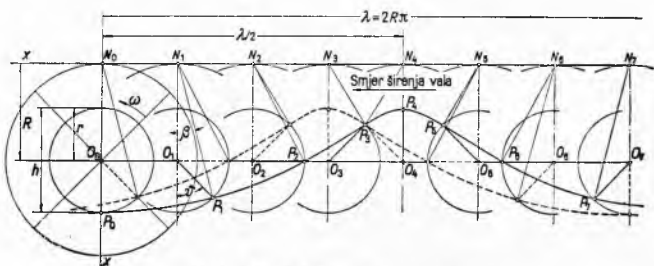
Teorija morskih valova

Razlike pritiska na površini tekućine izazvane vjetrovom ili strujanjem tekućine oko nekog tijela prouzrokuju podizanje površine tekućine na mjestima natpritiska i njeno spuštanje na mjestima potpritiska. Kad nestane ovih vanjskih uzročnika poremećenja, tekućina je prepuštena sama sebi pa se vraća u ravnotežni horizontalni položaj. Međutim, uslijed djelovanja sila inercije vodne čestice se ne zaustavljaju u ravnotežnom položaju, nego titraju oko njega dok viskoznost tekućine ne priguši to gibanje. Izazvani poremećaj slobodne površine prenosi se i na susjedne čestice i širi se u vidu valova. Dok se čestice tekućine gibaju samo oko jedne fiksne tačke u relativno malim pomacima, poremećaj ravnoteže prenesen na susjedne čestice širi se nekom određenom brzinom po cijeloj površini tekućine. Dakle, valno gibanje tekućine je oblik širenja energije, a ne prijenosa materije.

Već prema silama koje podržavaju oscilatorno gibanje tekućine razlikuje se više vrsta valova. Za brodogradnju (gibanje broda na valovima, otpor broda) naročito su važni translatorni (progressivni, pokretni) valovi koji nastaju uslijed djelovanja vjetra, a najčešći su tip morskih valova.

Mjesta maksimalnih izdizanja vodnih čestica iznad njihovog srednjeg položaja nazivaju se valni bregovi, mjesta maksimalnih spuštanja ispod te razine su valni dolovi. Horizontalni razmak između dva susjedna valna brijega ili dola naziva se *dužina vala* (λ). Vrijeme potrebno da jedna dužina vala prođe kroz istu tačku zove se *perioda vala* (T), a broj perioda u jedinici vremena *frekvencija vala*. Omjer dužine i periode vala naziva se *brzinom vala* (c). Vertikalni razmak između valnog brijega i dola je *visina vala* (h_w), a vertikalni razmak između srednjeg položaja vodnih čestica i valnog brijega odnosno valnog dola je *amplituda vala* ($h_A = h_w/2$).

Trohoidni val. Promatrajući gibanje morskih valova jasno se vidi da se čestice vode vrlo malo gibaju translatorno. Trohoidna teorija pretpostavlja da se čestice vode u valu kreću po orbitalnim putanjama koje leže u ravninama okomitim na liniju valnog brijega. Uz tu pretpostavku kontura jednostavnog pravilnog vala može se dovoljno tačno predočiti trohoidom i tako doći do relativno jednostavne matematičke definicije vala.

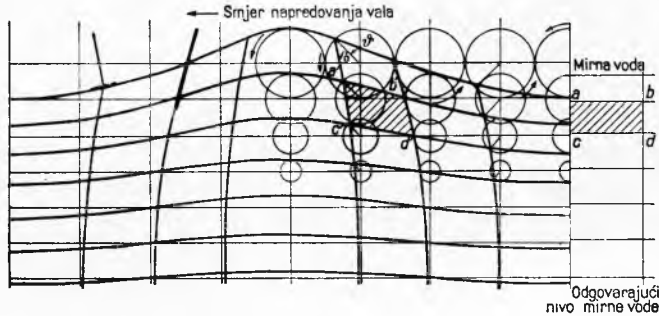


Sl. 2. Nastajanje trohoidnog vala

Trohoida je krivulja oblikom slična sinusoidi, a opisuje ju jedna tačka na manjoj od dvije koncentrične kružnice, kad se veća kružnica odvaljuje po pravcu a manja ostaje stalno koncentrična s njome (sl. 2). Koordinate tačke P na manjoj kružnici, tj. koordinate trohoida koju opisuje tačka P , jesu:

$$\begin{aligned}x &= R\vartheta + r \sin \vartheta, \\y &= R + r \cos \vartheta,\end{aligned}$$

gdje je R polumjer veće kružnice, r polumjer manje kružnice, θ kut odvajivanja ili *fazni kut*. Te jednadžbe definiraju jedino oblik trohoidnog vala, a ne pokazuju odnos tog oblika prema nivou mirne vode. Taj je odnos određen uvjetom da volumeni vode valnog brijega iznad ravnine mirne vode i valnog dola ispod te ravnine moraju biti jednaki, tj. središta koncentričnih kružnica moraju ležati u udaljenosti $r^2/2R$ iznad nivoa mirne vode (sl. 3).



Sl. 3. Struktura trohoidnog vala

Manje kružnice su orbitalne putanje vodenih čestica, pa je prema tome visina vala $h_w = 2r$. Iz konstrukcije trohoida, sl. 2, proizlazi da je dužina vala $\lambda = 2\pi R$. Na vodu česticu djeluju sila teže mg i centrifugalna sila $mr\omega^2$ (sl. 4). Iz sličnosti trokuta tih sila i trokuta NOP dobiva se odnos:

$$mg/R = mr\omega^2/r,$$

pa je prema tome kutna brzina (kružna frekvencija):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}.$$

Ako se perioda vala T definira kao vrijeme potrebno da jedna čestica vode prođe cijelu orbitalnu putanju, onda je:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi g}} = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}},$$

a brzina vala:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}}.$$

Sl. 4. Sile koje djeluju na jednu vodu česticu prilikom njenog gibanja po orbitalnoj putanji

Prema teoriji trohoidnog vala promjer R vanjske, velike kružnice uvijek je isti na svim dubinama vode, dok se promjer r manje kružnice (promjer orbitalnih putanja vodenih čestica) smanjuje sa dubinom vode, i to eksponencijalno, tj. prema jednadžbi:

$$r = r_0 \cdot \exp\left(-\frac{h}{R}\right) = r_0 \cdot \exp\left(-\frac{2\pi h}{\lambda}\right),$$

gdje je r promjer orbitalne putanje na dubini h , r_0 polumjer orbitalne putanje na površini tekućine. Prema tome, dok dužina vala λ ostaje stalno ista, visina vala dosta naglo opada sa dubinom vode. Za dubinu vode jednaku dužini vala, $h = \lambda$, iz gornje jednadžbe proizlazi:

$$r = r_0 \cdot \exp(-2\pi) = 0,0019 r_0,$$

što znači da na toj dubini praktički više nema valnog gibanja.

Pomoću Bernoullijeva teorema može se dokazati da svaka pojedina trohoidna nivo-površina mora biti i površina konstantnog pritiska. Prema tome se raspored pritisaka u valu razlikuje od hidrostatičkog; u valnom brijegu pritisak je manji, a u valnom dolu veći od hidrostatičkog, što treba uzeti u obzir pri proračunu sila kojima valovi djeluju na brod.

Energija vala se sastoji od dva jednaka dijela: kinetičke energije i potencijalne energije. Prema teoriji trohoidnog vala dobiva se slijedeća jednadžba za energiju vala po jedinici širine:

$$E = \frac{1}{8} \rho g \lambda h_w^2 \left(1 - \frac{r_0^2}{2R^2}\right),$$

gdje je ρ gustoća vode. S obzirom na to da kvocijent r_0/R ima vrijednost približno 0,10, član $r_0^2/2R^2$ može se zanemariti a da se time ne učini zamjetljiva greška, pa formula za energiju vala poprima oblik

$$E \approx \frac{1}{8} \rho g \lambda h_w^2.$$

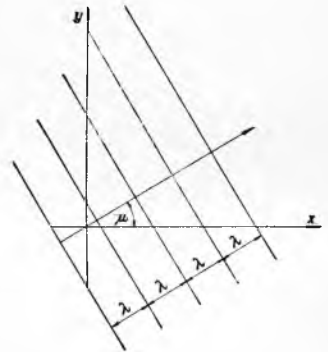
Sinusoidni val. Sa stanovišta teorijske hidromehanike može se trohoidnoj teoriji valova postaviti nekoliko ozbiljnih prigovora, ali kako se rezultati te teorije dosta dobro poklapaju s opažanjima, ona se je sve do nedavna mnogo primjenjivala u brodogradnji. Neuporedivo zgodniji za matematičku obradu su sinusoidni valovi, čijim se superponiranjem može dobiti stvarni nepravilni oblik vala, pa se danas kod istraživanja gibanja broda na valovima pretpostavlja sinusoidna forma vala trohoidnoj.

Jednadžba sinusoidnog vala može se predočiti jednostavno:

$$h = h_A \cos(\kappa x - \omega t),$$

gdje je h ordinata bilo koje tačke vala mjerena od osi x koja prolazi polovicom visine vala, h_A amplituda vala, $\kappa = 2\pi/\lambda$ valni koeficijent, $\omega = 2\pi/T$ kružna frekvencija vala. Gornja jednadžba predstavlja val koji se giba u smjeru pozitivne osi x . Formula za val koji putuje u povoljnom općenitom smjeru μ spram osi x glasi (sl. 5):

$$h = h_A \cos(\kappa x \cos \mu + \kappa x \sin \mu - \omega t).$$



Sl. 5. Rasprostiranje sinusoidnih valova u općenitom smjeru

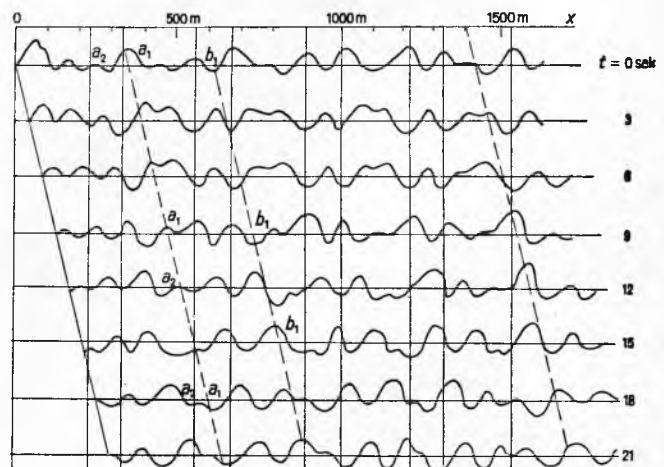
Na sl. 6 prikazano je kako se superponiranjem triju sinusoidnih valova može dobiti karakteristični oblik nepravilnog vala. Ordinate vala u intervalima od tri sekunde predočene su kao funkcije mjesta za slijedeći sistem:

$$h = h_{A_1} \cos(\kappa_1 x - \omega_1 t) + h_{A_2} \cos(\kappa_2 x - \omega_2 t) + h_{A_3} \cos(\kappa_3 x - \omega_3 t).$$

Takvo predočivanje može se protegnuti na sumu od vrlo mnogo sinusoidnih valova.

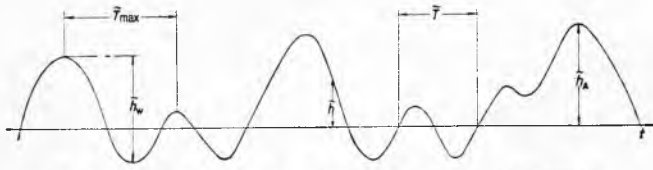
$$h = \sum_{n=1}^{\infty} h_{A_n} \cos(\kappa_n x - \omega_n t + \varepsilon_n),$$

u kojoj svaka komponenta ima još i fazni pomak ε_n , odabran potpuno nasumce, jer su svi fazni kutovi jednako vjerojatni.



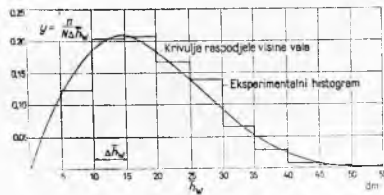
Sl. 6. Nepravilan oblik vala dobiven superponiranjem triju sinusoidnih valova

Da bi površina mora bila gornjom sumom potpuno definirana, potrebno je još odrediti ovisnost valnih amplituda o njihovim



Sl. 7. Registriranje visine vala na jednom mjestu morske površine

kružnim frekvencijama, $h_A = h(\omega)$, što je moguće na osnovu statističke zakonitosti slučajnih (stohastičkih) procesa. Sl. 7 prikazuje krivulju dobivenu registracijom visina vala na jednom mjestu površine kroz određeni period vremena. Budući da ta krivulja nije periodska, nazivaju se odgovarajuće visine \tilde{h}_w , amplitude \tilde{h}_A , dužine $\tilde{\lambda}$ i periode \tilde{T} prividnim. Sa dijagrama sl. 7 može se očitati broj valova koji pada u pojedine povoljno odabrane intervale visine vala $\Delta \tilde{h}_w$ pa s tim brojevima konstruirati histogram, sl. 8. Površina svakog od pravokutnika podignutih iznad intervala $\Delta \tilde{h}_w$ ($y \Delta \tilde{h}_w$, gdje je y visina pravokutnika), proporcionalna je



Sl. 8. Statistička raspodjela visine vala

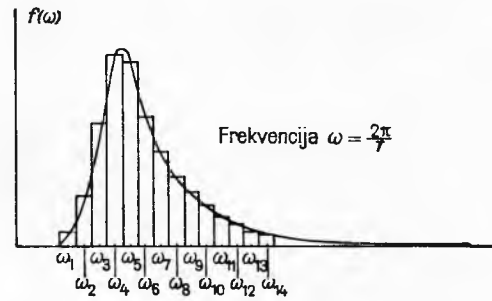
učestalosti valova u dotičnom intervalu, tj. omjeru broja valova u tom intervalu i ukupnog broja registriranih valova (n/N). Ako je broj N dovoljno velik i ako se opažanje proteže preko dovoljno velikog perioda vremena, učestalost se može smatrati i vjerojatnošću da će pri budućim promatranjima jedan nasumce izabrani val pasti u dotični interval visinā vala. Ako se pojedini intervali između kojih padaju izbrojene visine vala smanjuju sve više i više, dok ne postanu neizmerno maleni, stepenasti dijagram prelazi u krivulju, čija jednačba $y = f(h_w)$ daje zakon statističke raspodjele prividne visine vala. Vjerojatnost da će visina jednog nasumce izabranog vala pasti unutar intervala između h_{w1} i h_{w2} dana je integralom

$$P = \int_{h_{w2}}^{h_{w1}} y dh_w$$

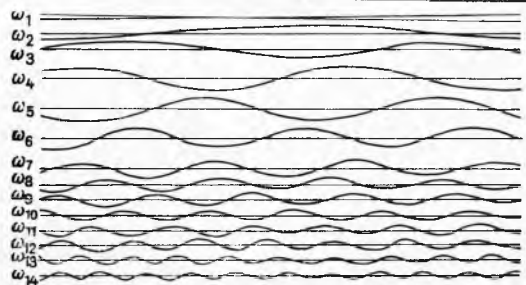
Oblik pojedinog nepravilnog vala može se smatrati sumom velikog broja pravilnih sinusoidnih valova, a za morsku površinu kao cjelinu pretpostavlja se da statistička raspodjela faza komponentnih sistema slijedi Gaussov zakon normalne raspodjele. Ukupna energija uzburkanog mora jednaka je sumi energija komponentnih valova. Energija komponentnog vala je proporcionalna kvadratu njegove amplitude h_A^2 . Suma svih h_A^2 komponentnih valova u intervalu frekvencija od ω do $\omega + \Delta\omega$ može se predočiti umnoškom širine tog intervala $\Delta\omega$ i jedne funkcije $f(\omega)$:

$$\sum h_A^2 = f(\omega) \cdot \Delta\omega.$$

Funkcija $f(\omega)$, koja se zove *spektar energije* valova, dobiva se analizom rezultata mjerenja. Ako je zadan spektar energije $f(\omega)$ uzburkanog mora, stanje morske površine je statistički određeno. Primjer spektra energije za 14 komponentnih valova prikazan je na sl. 9 gore. Površine uskih pravokutnika ispod krivulje $f(\omega)$ prikazuju kvadrate amplituda komponentnih valova kojima je frekvencija označena na osi apscisa. Na istoj slici dolje prikazani su komponentni valovi. Dužina svakog od njih iznosi — prema naprijed rečenom — $\lambda = 2\pi g/\omega^2 = T^2 g/2\pi$, a visina $h(\omega) = \sqrt{f(\omega) \Delta\omega}$.



Komponentni valovi



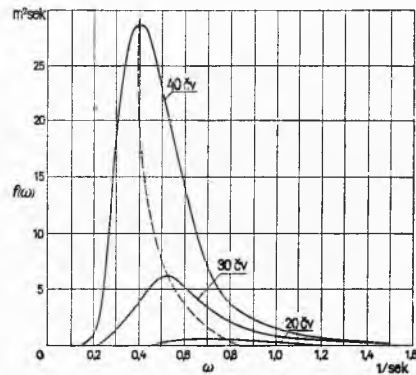
Vrijeme ili put

Sl. 9. Spektar energije

Tipičan graf nepravilnog vala je suma sinusoidnih komponentnih valova s normalno raspodijeljenim pomakom faze (v. sl. 6). Što je više komponenata to tačnije se rezultat sumiranja poklapa sa stvarnim grafom vala. Matematički izraz za sumu beskonačnog broja komponenata je Lebesgue-Stiltjesov integral:

$$h(t) = \int_0^{\infty} \cos[\omega t + \varepsilon(\omega)] \sqrt{f(\omega)} d\omega.$$

Taj se integral može izračunati samo aproksimativno kao parcijalna suma velikog broja članova. Faktor s kosinusom izražava oscilirajuće gibanje komponentnih valova kružne frekvencije $\omega = 2\pi/T$. Veličina $\varepsilon(\omega)$ izražava slučajan pomak faze. Korijen $\sqrt{f(\omega) \Delta\omega}$ predstavlja određene vrijednosti amplituda komponentnih valova.



Sl. 10. Krivulje spektra energije uzburkanog mora za različite brzine vjeta

Na sl. 10 prikazano je nekoliko krivulja spektara za različite brzine vjeta. U slučaju vjeta konstantnog intenziteta i smjera, koji puše kroz dovoljno dugo vrijeme na otvorenom oceanu iznad vode koja je prije toga bila mirna, ovisnost spektra energije o brzini vjeta dobiva se empiričkom formulom Neumanna:

$$f(\omega) = \frac{C}{\omega^4} \exp \frac{-2g^2}{V_v^2 \omega^3},$$

gdje je C konstanta ($= 3,05 \text{ m}^2 \text{ sek}^{-5}$), V_v brzina vjeta. Iz sl. 10 vidi se da s porastom jačine vjeta pada frekvencija one valne komponente koja ima maksimalnu energiju. Spektar energije

razlikuje se od idealnog ili potpuno razvitog na sl. 9 ako vjetar ne traje dovoljno dugo ili ako je prostranstvo morske površine ograničeno.

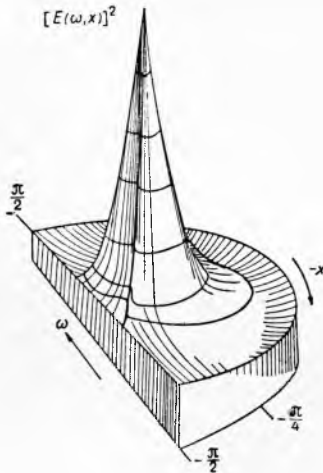
Površina ispod krivulje spektra energije

$$E = \int_0^{\infty} f(\omega) d\omega$$

proporcionalna je ukupnoj energiji komponentnih valova i pomoću nje se mogu izraziti srednje vrijednosti karakteristika nepravilnih valova. Teorijski je dokazano da između srednje vrijednosti amplituda, odnosno srednje visine vala, i površine ispod krivulje spektra energije (E) postoje ovi odnosi:

	amplituda h_A	visina h_w
srednja vrijednost svih valova	$0,886 \sqrt{E}$	$1,772 \sqrt{E}$
srednja vrijednost 1/3, najviših valova	$1,416 \sqrt{E}$	$2,832 \sqrt{E}$
srednja vrijednost 1/10, najviših valova	$1,800 \sqrt{E}$	$3,600 \sqrt{E}$
srednja vrijednost 1/100, najviših valova	$2,359 \sqrt{E}$	$4,718 \sqrt{E}$

Prikazani spektar energije ne uzima u obzir smjer rasprostiranja valova, već pretpostavlja da se sve valne komponente gibaju u istom smjeru i da rezultirajući nepravilni valovi imaju neizmjenjivo duge valne bregove. U stvarnosti se pojedine valne komponente



Sl. 11. Prikaz trodimenzijskog spektra energije

gibaju u raznim smjerovima, pa rezultirajući valovi imaju kratke valne bregove (ukrižano more). Zbog toga se prešlo na upotrebu trodimenzijskih spektara, $f(\omega, \theta)$, koji predočuju stanje valova iznad stanovite površine mora, umjesto iznad neke fiksne tačke (sl. 11).

Gibanje broda na valovima

Gibanje broda na nepravilnim valovima. Grafikon koji pokazuje bilo koje karakteristično gibanje broda na valovima vrlo je sličan grafikonu same valne površine koja to gibanje prouzrokuje (sl. 7), pa se može također predočiti spektrom, ako se umjesto $h(\omega)$ uvrsti $s(\omega)$, pri čemu simbol s znači karakterističnu veličinu gibanja broda koja se želi predočiti (npr. kut ljuljanja φ , kut posrtanja ψ , akceleracija, naprezanje na jednom mjestu brodske konstrukcije itd.). Za svaku karakterističnu veličinu oblik spektra je drukčiji.

Između spektra karakterističnog gibanja broda $s(\omega)$ i amplituda vala $h(\omega)$ postoji odnos:

$$[R(\omega)]^2 = \frac{[s(\omega)]^2}{[h(\omega)]^2},$$

tj. ako je poznata krivulja kvadrata amplituda komponentnih valova uzburkanog mora i krivulja kvadrata amplituda komponentnih gibanja broda na tim valovima, onda odnos ordinata tih krivulja daje za svaku frekvenciju ω kvadrata odziva broda (R)

za tu frekvenciju. Funkcija R predstavlja krivulju amplituda karakterističnih veličina gibanja broda po jedinici amplitude sinusoidnog vala, koja je nanesena u ovisnosti od kružne frekvencije ω .

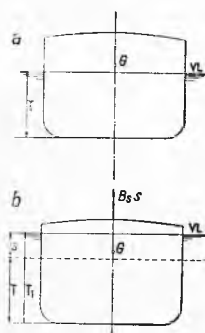
Ta fundamentalna jednadžba omogućava da se rezultati ispitivanja broda na pravilnim valovima upotrijebe u proračunu njegova karakterističnog spektra za gibanje na nepravilnim valovima poznatog spektra. Funkcija odziva broda R predstavlja dodirnu tačku između dva različita područja ispitivanja gibanja broda na valovima. Jedno se služi potpuno statističkim metodama i ne uključuje fizičke odnose. Drugo se osniva na fizičkim zakonima i predstavlja primjenu klasične mehanike i hidromehanike. Najprije treba analitičkim putem ili ispitivanjem modela na pravilnim valovima odrediti utjecaj forme i raspodjele masa broda na njegov odziv uslijed poticaja jednostavnih sinusoidnih valova različite dužina (frekvencija) i eventualno visina za zadanu brzinu broda. Zatim se pomoću statističkih metoda mogu, ne uzimajući u obzir brodsku formu, rezultati prvog dijela proračuna prikazati u formi spektara odziva broda za odgovarajuće spektre stvarnog uzburkanog mora. Konačni rezultati mogu se dobiti samo u obliku srednjih veličina prividnih vrijednosti prema formulama koje su navedene za nepravilne valove.

Gibanje broda na pravilnim valovima. Brod se giba na valovima pod utjecajem sila uzbude ovisnih o valovima i sila inercije, prigušivanja, povratnih i poremećajnih sila ovisnih o samom brodu. Kao primjer djelovanja tih sila prikazano je na sl. 12 i 13 poniranje broda. Na sl. 12 a brod je u ravnotežnom položaju na mirnoj vodi. Na sl. 12 b brod je uslijed djelovanja neke vanjske sile dublje uronio za s , tj. novi gaz broda je $T_1 = T + s$. Kad vanjska sila prestane djelovati, nastaje povratna sila $B_s s$, u ovom slučaju jednaka pretičku uzgona nad težinom broda i proporcionalna pomaku broda s (faktor proporcionalnosti je B_s), koja ga vraća prema položaju ravnoteže. Uslijed djelovanja sile $B_s s$ brod će dobiti određeno ubrzanje $\ddot{s} = d^2s/dt^2$, i zbog toga silu inercije $m_s \cdot \ddot{s}$, tako da će preći položaj ravnoteže. Sada se pretičak težine broda nad uzgomom protivi gibanju, brod se kreće sve sporije, dok se konačno ne zaustavi i vrati prema položaju ravnoteže. Pod m_s razumijeva se masa broda i okolnih vodnih čestica koje dobivaju ubrzanje od gibanja broda i čine tzv. dodatnu ili hidrodinamičku masu. Uslijed virtuelnog povećanja njegove mase, brod se giba u vodi polaganije nego što bi se gibao da te dodatne mase nema.

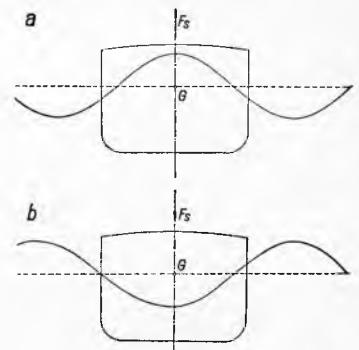
Uslijed otpora vode oscilatorno gibanje broda oko položaja ravnoteže, nazvano vlastitim ili prirodnim titranjem, smanjuje postepeno svoje amplitude, te konačno potpuno prestane. Otpor vode se sastoji od otpora trenja i otpora valova stvorenih gibanjem broda u mirnoj vodi. Za male pomake, sila otpora je proporcionalna brzini gibanja $\dot{s} = ds/dt$, dakle jednaka $N_s \cdot \dot{s}$ (N_s je faktor proporcionalnosti). Na valovitom moru, uslijed prolaza valova, na brod djeluje još sila F_s , koja pobuđuje to gibanje, pa se ono naziva *prisilnim*. U slučaju sinusoidnih valova to je neka harmonička sila čija se jednadžba može napisati u obliku:

$$F_s = F_{sm} \cos \omega_E t.$$

F_{sm} je njena maksimalna vrijednost, ovisna o dimenzijama i formi broda i valova, ω_E je prividna kružna frekvencija valova s



Sl. 12. Poniranje broda u mirnoj vodi

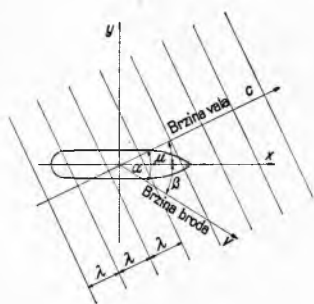


Sl. 13. Poniranje broda na valovima

obzirom na brod; u njoj su uzeti u obzir kurs i brzina broda. Prema sl. 14 prividna frekvencija

$$\omega_E = \omega \left(1 - \frac{V}{c} \cos \alpha \right).$$

zaošijanja broda njegov smjer gibanja ne zatvara sa smjerom rasprostiranja valova kut μ , nego kut α , koji je za kut zaošijanja β veći.



Sl. 14. Određivanje prividne frekvencije valova

Kada su određene sve sile koje djeluju na brod, njegovo se gibanje može opisati diferencijalnom jednačzbom:

$$m_s \ddot{s} + N_s \dot{s} + B_s s = F_{sm} \cos \omega_E t,$$

koja iskazuje poznati poučak iz mehanike da je suma svih sila koje djeluju na neko tijelo jednaka umnošku njegove mase i akceleracije u smjeru djelovanja tih sila. Ta je jednačzba napisana u općenitom obliku; ona se može napisati i posebno za svako gibanje broda ako se promatraju samo komponente sila u smjeru toga gibanja, pa se u diferencijalnoj jednačzbi umjesto općenitog indeksa s stavi indeks odgovarajućega gibanja.

Gornja nehomogena linearna diferencijalna jednačzba s konstantnim koeficijentima, dobro poznata u mehanici, predstavlja oscilacije jedne mase učvršćene na opruzi s jednim stupnjem slobode pod djelovanjem sile opruge (povratne sile), sile prigušivanja i vanjske sile uzbude, koja na tu masu djeluje po harmoničkom (sinusoidnom) zakonu. Njeno rješenje daje gibanje broda u ovisnosti o vremenu, a sastoji se od dva dijela. Opće rješenje homogene diferencijalne jednačzbe (dobiva se ako se na desnoj strani jednačzbe umjesto izraza za sile uzbude stavi nula) predstavlja gibanje broda u mirnoj vodi s vlastitom (ili prirodnom) frekvencijom gibanja broda ω_b . Partikularno rješenje nehomogene diferencijalne jednačzbe predstavlja gibanje broda s prividnom frekvencijom valova ω_E .

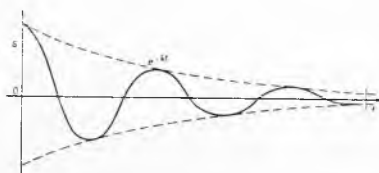
Gibanje broda u mirnoj vodi predočeno je zakonitošću:

$$s = e^{-kt} (C_1 \cos \omega_b' t + C_2 \sin \omega_b' t),$$

gdje je $k = \frac{1}{2} N_s / m_s$, a $\omega_b' = \sqrt{\omega_b^2 - k^2}$ kružna frekvencija gibanja broda. $\omega_b = \sqrt{B_s / m_s}$ je kružna frekvencija gibanja broda ako se zanemare sile otpora. Budući da je koeficijent prigušivanja gibanja malen, može se on zanemariti spram ω_b , pa je $\omega_b \approx \omega_b'$ i perioda vlastitih oscilacija

$$T_s = 2\pi / \omega_b = 2\pi \sqrt{\frac{m_s}{B_s}}.$$

Eksponecijalna funkcija e^{-kt} predočuje utjecaj otpora na smanjenje amplituda gibanja s vremenom t (sl. 15). C_1 i C_2 su konstante koje ovise o početnim uvjetima sistema (o pomaku i brzini na početku mjerenja).



Sl. 15. Smanjivanje amplituda vlastitih oscilacija s vremenom t

Prisilno gibanje broda pod djelovanjem valova prikazuje jednačzba:

$$s = s_m \cos(\omega_E t + \varepsilon_s),$$

što je očevidno, jer harmoničko gibanje valova može prouzrokovati samo harmoničko gibanje broda. Amplitude tog gibanja su s_m . Uslijed sile inercije gibanje broda izazvano valovima ne nastupa momentano, nego tek nakon što prođe neko vrijeme. Između gibanja valova i gibanja broda postoji dakle neki fazni pomak, predočen u jednačzbi kutom ε_s . Ako se to rješenje uvrsti u di-

ferencijalnu jednačzbu gibanja, mogu se izračunati nepoznate veličine: amplitude gibanja broda

$$s_m = \frac{B_s}{\sqrt{(B_s - m_s \omega_E^2)^2 + N_s^2 \omega_E^2}} \cdot \frac{F_{sm}}{B_s}$$

i pomak faze

$$\varepsilon_s = \arctg \frac{N_s \omega_E}{B_s - m_s \omega_E^2}.$$

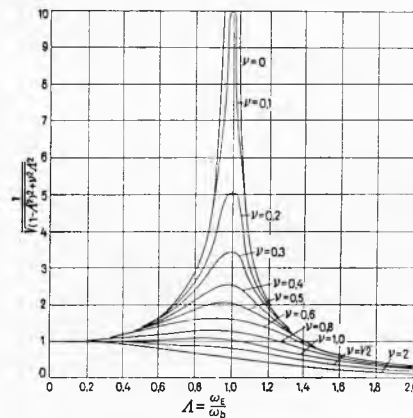
Uvrste li se u te jednačzbe izrazi: $A = \omega_E / \omega_b$, omjer prividne frekvencije valova i vlastite frekvencije broda i $\nu = \sqrt{N_s^2 / B_s m_s}$, bezdimenzijski koeficijent prigušivanja, proizlazi:

$$s_m = \frac{1}{\sqrt{(1 - A^2)^2 + \nu^2 A^2}} \cdot \frac{F_{sm}}{B_s}$$

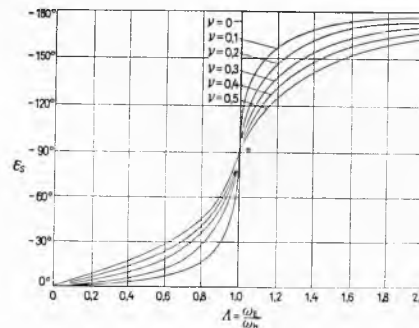
i

$$\varepsilon_s = \arctg \frac{\nu A}{1 - A^2}.$$

Odnos F_{sm} / B_s daje odgovarajući pomak broda kad bi sila F_{sm} djelovala statički (dakle kad se ne bi mijenjala s vremenom).



Sl. 16. Ovisnost faktora uveličanja o omjeru frekvencija A



Sl. 17. Ovisnost faznog pomaka ε_s o omjeru frekvencija A

Izraz $1/\sqrt{(1 - A^2)^2 + \nu^2 A^2}$ pokazuje za koliko se taj statički pomak povećava uslijed dinamičkog djelovanja sile uzbude (ona se mijenja u ovisnosti o vremenu po harmoničkom zakonu), pa se zato naziva faktor uveličanja.

Ovisnost faktora uveličanja i faznog pomaka ε_s o omjeru frekvencija A , za različite vrijednosti koeficijenta prigušivanja ν , prikazana je na sl. 16 i 17. Iz tih dijagrama se vidi da faktor uveličanja, a s njime i gibanje broda, raste to više što je omjer frekvencija A bliži jedinici. Za $A = 1$, tj. ako je frekvencija vlastitog gibanja broda ω_b jednaka prividnoj frekvenciji valova ω_E , nastaje rezonancija, pa bi amplitude gibanja postale neizmjerljivo velike kad ne bi bilo prigušivanja. Uslijed otpora gibanju te amplitude se smanjuju i imaju konačne vrijednosti, ali su u tom području maksimalne. Zato se to područje u okolini $A = 1$ naziva kritičnim. Ako je $A < 1$, brod plovi u potkritičnom području, ako je $A > 1$, u natkritičnom. Ako je frekvencija narinutih oscilacija $\omega_E = 0$,

sila uzbude djeluje statički svojom maksimalnom vrijednošću $F_s = F_{sm}$, i faktor uvećanja je jednak jedinici. Ako je frekvencija ω_E sile uzbude neizmjerljivo velika, to znači da su valovi neizmjerljivo kratki i da sile uzbude neizmjerljivo brzo mijenjaju svoj smjer pa brod ostaje na miru; faktor uvećanja je jednak nuli bez obzira koliko je prigušivanje.

U slučaju da nema otpora gibanju, za $\omega_E < \omega_b$ pomak faze je nula, tj. brod se giba tačno u ritmu sa silom uzbude, dakle npr. pri ljuljanju on se naginje u istom smjeru kao i val, tj. od valnog brijega prema valnom dolu, a maksimalni nagibi broda nastaju na mjestu maksimalnog nagiba vala, tj. na polovici razmaka između valnog brijega i dola. Ako je $\omega_E > \omega_b$, pomak faze je 180° i brod se giba upravo suprotno od djelovanja sile uzbude, pa se naginje u suprotnom smjeru nego val, dakle od valnog dola prema valnom brijegu. Maksimalni nagibi nastaju na polovici razmaka između valnog brijega i dola. Utjecaj prigušivanja uslijed otpora vode očituje se u tome da maksimalni nagibi broda ne nastupaju više u sredini između valnog brijega i valnog dola, nego se to više približavaju valnom brijegu, odnosno dolu, što je veći koeficijent prigušivanja ν . Opet vrijedi pravilo da se za omjer frekvencija $\Lambda < 1$ brod naginje od valnog brijega prema valnom dolu, a za $\Lambda > 1$ obratno. U slučaju rezonancije pomak faze je uvijek 90° , bez obzira na to koliko je prigušivanje, a maksimalni nagibi pri ljuljanju broda nastupaju uvijek na valnom brijegu, odnosno valnom dolu.

Premda se u stvarnosti gibanje broda sastoji od sume vlastitog i prisilnog gibanja, pri gibanju na pravilnim valovima vlastito gibanje s vremenom iščezava uslijed člana e^{-kt} u jednadžbi za vlastito gibanje (v. str. 231 i sl. 15), tako da ostaje samo prisilno gibanje. To naročito vrijedi za gibanja sa znatnim prigušivanjem, kao što su npr. poniranje i posrtanje broda. Kad su valovi nepravilni, promjenljivih amplituda i frekvencija, gibanje broda predstavlja rezultat svih odziva broda na djelovanje komponentnih pravilnih valova od kojih su sastavljeni nepravilni valovi.

Osim ovakvog načina proračuna pomoću sile prigušivanja i dodatne mase mogao bi se primijeniti i postupak direktnog izračunavanja sile kojima voda djeluje na svaku tačku broda i integracije tih sila po uronjenoj površini vanjske oplata. Ali takav proračun vrlo je složen i do sada njime još nisu dobiveni za praksu upotrebljivi rezultati.

Sile inercije broda na valovima. Kad se tijelo giba linearno, sile inercije jednake su umnošku mase i akceleracije, a kad rotira, momenti sile inercije jednaki su umnošku momenta tromosti mase i kutne akceleracije. Masi broda treba pri tom pribrojiti dodatnu masu okolne vode, pa je za linearna gibanja:

$$m_{bx} = \frac{\Delta}{g} + m_x \quad \text{itd.},$$

a za rotacijska gibanja:

$$I_{b\varphi} = I_\varphi + I_{m\varphi} \quad \text{itd.},$$

gdje je Δ težina broda, I_φ moment tromosti mase broda s obzirom na uzdužnu os x kroz težište sistema, m_x veličina dodatne mase pri linearnom gibanju u smjeru osi x , a $I_{m\varphi}$ moment inercije dodatne mase za os x .

Dodatna masa je jednaka sumi umnožaka masa i akceleracija svih čestica vode stavljenih u pokret gibanjem broda, podijeljenoj s akceleracijom gibanja broda. Ona stoga ovisi o akceleracijama, dakle i o brzinama vodnih čestica u pojedinim vremenskim razmacima, koje se mogu odrediti na osnovu slika strujanja. Slika strujanja svakog od 6 komponentnih gibanja je drukčija, te je veličina dodatne mase za svako od tih gibanja različita. Dodatna masa se određuje metodom presjeka (ta metoda ne može se upotrijebiti za linearno gibanje u smjeru osi x) tako da se po dužini broda integriraju dodatne mase pojedinih poprečnih presjeka (rebara). Dodatna masa za pojedine oblike rebara može se odrediti iz dijagrama dobivenih konformnim preslikavanjem slike strujanja oko kružnog presjeka. Dodatna masa dobivena na osnovu takvog dvodimenzijanskog strujanja mora se korigirati za trodimenzijansko strujanje pomoću korekcijskih faktora, određenih proračunom strujanja oko pravilnih geometrijskih tijela (npr. za troosni elipsoid). Uslijed slobodne površine tekućine, gibanje tijela uzrokuje stvaranje valova, koji utječu na dodatnu masu,

pa zato treba provesti još jednu korekciju koja ovisi o frekvenciji gibanja. Korekcija koja daje utjecaj brzine broda na veličinu dodatne mase obično se zanemaruje. Uspoređenje rezultata teorijskih proračuna dodatne mase s rezultatima pokusa modela pokazali su izvjesno slaganje, koje međutim još ne zadovoljava u potpunosti.

Sile prigušivanja oscilacija broda. Oscilacijsko gibanje broda izaziva promjenu pritiska u okolnoj vodi, uslijed čega nastaju valovi. Energija utrošena na stvaranje valova oduzima se od energije oscilacijskog gibanja broda, što znači da se stvaranjem valova prigušuju ta gibanja. Manji utjecaj imaju trenje vode o brodsku oplatu i napetost površine (taj je utjecaj znatan pri ispitivanju modela, pa ga treba uzeti u obzir kad se ekstrapoliraju rezultati ispitivanja modela na uvjete broda). Otpor ljuljnih kobilica znatno prigušuje ljuljanje broda. Koeficijent prigušivanja uslijed ljuljnih kobilica iznosi od 70 do 90%.

Koeficijenti prigušivanja N_s za različna gibanja broda računaju se, slično kao dodatna masa, na osnovu koeficijenata određenih za pojedine poprečne presjeka brodskog trupa (dvodimenzijsko strujanje), koji se zatim integriraju po dužini broda. Korekcija za trodimenzijansko strujanje vrši se pomoću faktora koji se određuju na osnovu koeficijenata prigušivanja za geometrijska tijela (sferoid) ili za tzv. Michellov brod vrlo male širine. Dvodimenzijanski koeficijent prigušivanja N_s' za pojedina rebra nalazi se tako da se energija koja se troši na prigušivanje izjednači s energijom valova koji se stvaraju. Dobiva se jednadžba:

$$N_s' = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \frac{h_A^2}{s_m^2} = \frac{\rho g^2}{\omega^3} A_s^2.$$

Odnos A_s amplitude vala h_A i amplitude odnosno gibanja broda s_m izračunali su hidrodinamičari za pojedine geometrijske likove, a i za presjeka koji su slični brodskim rebrima. Veličine A dane su u dijagramima kao funkcije brodske forme (koeficijenta rebra β i odnosa $s = B/2T$) i frekvencije ω (parametara $\zeta_B = \omega^2/g \times B/2$ i $\zeta_L = \omega^2/g \cdot L/2$).

Koeficijent prigušivanja ovisi i o brzini broda. S brzinom raste prigušivanje ljuljanja broda, ali pada prigušivanje poniranja, a naročito posrtanja, što je od velike važnosti za amplitude posrtanja kod velikih brzina u slučaju rezonancije. Često treba smanjiti brzinu broda da bi se izbjegle prevelike amplitude posrtanja, koje imaju za posljedicu uranjanje pramca u valove, prelijevanje mora preko palube i lupanje broda (slamming). Prigušivanje gibanja je od izvanredne važnosti naročito u vezi s rezonancijom (v. sl. 16), jer u tom području faktori uvećanja primaju vrijednosti od 5 do 10 za ljuljanje, a od 2 do 4 za poniranje i posrtanje broda.

Ispitivanja modela su uglavnom potvrdila ispravnost teorijskog proračuna koeficijenata prigušivanja za poniranje i posrtanje. Kod ljuljanja stvar se komplicira utoliko što na rezultate ispitivanja modela utječu trenje i napetost površine tekućine, a kad su kutovi nagiba veći, prigušivanje slijedi nelinearni zakon. Ipak, za brodove bez ljuljnih kobilica može se primijeniti izložena teorija, a utjecaj ljuljnih kobilica treba odrediti posebno.

Eksperimenti za određivanje koeficijenata prigušivanja mogu se provesti na dva načina: ili pomoću modela koji prisilno osciliraju u mirnoj vodi, pa se mjere amplitude i pomaci faza tih oscilacija, ili se brod zaniže i prepusti samom sebi pa se registrira krivulja prigušivanja, koja daje smanjenje amplituda u zavisnosti od srednjeg kuta nagiba. I na tom području potreban je još daljnji teorijski i eksperimentalni rad.

Povratne sile određuju se iz hidrostatičkog proračuna. U slučaju poniranja broda povratna je sila jednaka pretičku uzgona nad težinom broda, kad brod paralelno uronjava ili izronjava za veličinu z_0 : $\Delta F_L = A_w z_0 \gamma$, gdje je A_w površina plovne linije, a γ specifična težina vode. Koeficijent B_z je dakle jednak:

$$B_z = \frac{\Delta F_L}{z_0} = A_w \gamma.$$

Brodsko forma redovito je nesimetrična s obzirom na poprečnu ravninu, pa pri poniranju broda nastaje osim povratne sile ΔF_L i moment trima

$$M_t = \Delta F_L (x_{VL} - x_P),$$

koji proizvodi posrtanje, pri čemu je $(x_{VL} - x_P)$ udaljenost te-

žišta plovne linije od težišta istisnine. Dakle već i na osnovu hidrostatskog razmatranja vidi se da je poniranje povezano s posrtanjem.

U slučaju posrtanja broda, povratna sila jednaka je momentu statičkog stabiliteta pri uzdužnom nagibanju broda, dakle

$$M_{st} = \Delta \cdot \overline{M_L G} \cdot \psi,$$

ako je kut uzdužnog nagiba broda ψ malen. Kako se uzdužna metacentarska visina $\overline{M_L G}$ malo razlikuje od metacentarskog radijusa

$$\overline{M_L F_0} = \frac{I_L}{V} = \frac{I_L \gamma}{\Delta},$$

gornja formula prelazi u

$$M_{st} = I_L \gamma \psi,$$

pa je koeficijent

$$B_\psi = \frac{M_{st}}{\psi} = I_L \gamma.$$

Kad forme nisu simetrične s obzirom na glavno rebro, nastaje pri okretanju oko osi y , koja prolazi kroz težište sistema (v. sl. 1), još jedna povratna sila koja prouzrokuje poniranje. Posrtanje je dakle povezano hidrostatskim silama s poniranjem. Navedene formule vrijede strogo samo u slučaju da brod ima vertikalne bokove. Budući da bokovi obično imaju stanovit nagib prema vodnoj liniji, za tačniji proračun i za veće pomake treba gornje formule korigirati.

Za male je poprečne nagibe broda moment statičkog stabiliteta

$$M_{st} = \Delta \cdot \overline{M_0 G} \cdot \varphi,$$

pa je koeficijent

$$B_\varphi = \Delta \cdot \overline{M_0 G} = \gamma \cdot V \cdot \overline{M_0 G}.$$

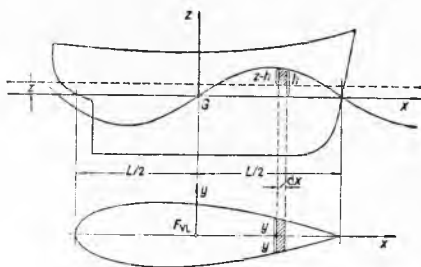
Kad je nagib veći od 10° , ne vrijedi više linearni zakon za povratne momente (početni stabilitet). Koeficijenti B_x , B_y i B_φ ostalih gibanja su jednaki nuli, jer u tim smjerovima brod ne može oscilirati vlastitim oscilacijama, nego samo prisilnima pod utjecajem sila uzbude.

Osim povratnih hidrostatskih sila postoje i povratne hidrodinamičke sile. One nastaju oko svakog tijela koje je prema smjeru strujanja postavljeno pod stanovitim napadnim kutom (sl. 14), slično kao što postoje i oko avionskog krila ili kormila. Hidrodinamičke sile poprimaju visoke vrijednosti za brze brodove, a uzrokuju povezanost pojedinih gibanja.

Sile uzbude mogu se u prvom približenju proračunati pod pretpostavkom da struktura vala nije poremećena prisustvom broda (Froude-Krylovljeva hipoteza) i da u valu vlada hidrostatski pritisak. Na osnovu tih pretpostavki proračun sila uzbude svodi se na proračun uronjenog volumena broda (sile uzgona) u zavisnosti od vremena. Tako izračunate sile uzbude treba korigirati zbog dinamičke raspodjele pritiska u valu (Smithov efekt) i zbog utjecaja koji imaju na te pritiske refleksija vodnih čestica sa uronjene površine vanjske oplata i brzina broda. Te korekture su dane u dijagramima razrađenim na osnovu teorijskih radova i pokusa s modelima.

Hidrostatski proračun sila uzbude prikazan je na primjeru poniranja (sl. 18). Neuravnotežena sila dana je jednadžbom

$$F_z' = \Delta F_L = 2\gamma \int_{-L/2}^{+L/2} (z - h) \cdot y \, dx = \gamma A_w z - 2\gamma \int_{-L/2}^{+L/2} y h \, dx.$$



Sl. 18. Hidrostatski proračun sila uzbude za poniranje

Prvi član te formule je povratna sila, a drugi sila uzbude:

$$F_z = 2\gamma \int_{-L/2}^{+L/2} y h \, dx.$$

Ako se u tu formulu uvrsti jednadžba one valne komponente u smjeru uzdužne osi broda koja proizvodi poniranje:

$$h = h_A \cos(\kappa x \cos \mu - \omega_E t)$$

(srednji kut zaošijanja $\beta = 0$, pa je $\alpha = \mu$, v. sl. 14), pretpostavivši da je brod simetričan s obzirom na poprečnu ravninu (ova pretpostavka pojednostavnjuje proračun, a nema bitnog utjecaja na rezultat) dobiva se:

$$F_z = 2\gamma h_A \cos \omega_E t \int_{-L/2}^{+L/2} y \cos(\kappa x \cos \mu) \, dx.$$

Maksimalna je vrijednost sile uzbude:

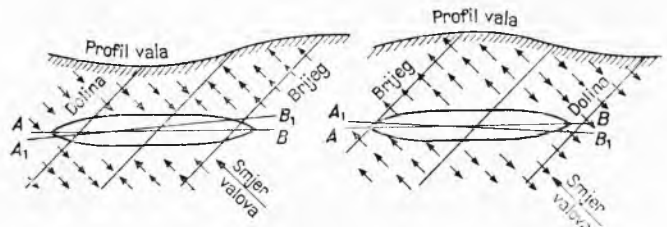
$$F_{zm} = 2\gamma h_A \int_{-L/2}^{+L/2} y \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x \cos \mu\right) \, dx.$$

Te vrijednosti nanose se u dijagram u ovisnosti o omjeru dužine vala i dužine broda λ/L i o obliku plovne linije (koeficijentu a). Analogno se određuju hidrostatske vrijednosti sila uzbude i za druga gibanja. U slučaju da valovi nailaze bočno pod kutom $\mu = 90^\circ$ i pretpostavivši da je omjer širine broda i dužine vala vrlo malen, za ljuljanje je sila uzbude:

$$F_{\varphi m} = \gamma V \kappa h_A \cdot \overline{M_0 G},$$

gdje je $\kappa h_A = \frac{2\pi}{\lambda} h_A$ maksimalni nagib vala. Hidrostatske vrijednosti sila uzbude za oscilacijska gibanja broda u smjeru njegove poprečne i uzdužne osi nalaze se pomoću izračunatih vrijednosti za poniranje, a za zaošijanje broda pomoću vrijednosti izračunatih za posrtanje.

U osnovnoj diferencijalnoj jednadžbi gibanja zanemarene su sile uzbude koje uvjetuju povezanost pojedinih gibanja. Na primjer, zaošijanje (nestabilnost u držanju kursa) uzrokuju tri grupe sila: statički pritisak vode (jer razina valova nije na oba boka jednaka), dinamički pritisak (od rotacijskog gibanja čestica vode u valovima) i giroskopski par sila koji nastaje zbog toga što se brodu za vrijeme posrtanja nameće još i ljuljanje. Jedino kad brod plovi okomito na smjer valova nastaje jednaki profil vala na oba boka



Sl. 19. Zaošijanje broda uslijed dinamičke komponente sila uzbude

broda, a u svim se drugim slučajevima profili valova na bokovima razlikuju. Zbog toga su i rezultirajući hidrostatski pritisak vode i njegovo hvatište na oba boka različiti. Te dvije sile nisu jednake, pa uvjetuju zanošenje, a jer njihova hvatišta ne leže na istom mjestu ni po visini ni po dužini broda, izazivaju i zaošijanje i ljuljanje broda. Smjer i veličina tih sila mijenja se s promjenom oblika vala uz brod, te ova gibanja postaju oscilacijska s prividnom periodom valova. Nadalje, smjer gibanja čestica vode u valu na valnom brijegu poklapa se sa smjerom širenja vala a na valnom dolu ima suprotan smjer, pa na brod djeluju dinamičke sile (kao što je to prikazano na sl. 19) koje prouzrokuju zaošijanje, a uslijed nejednolikog profila vala na oba boka broda i zanošenje i ljuljanje broda. Kada se brod uz posrtanje još i ljulja, što je uvijek slučaj kada plovi koso na valove, nastaje uslijed gibanja osi oko koje se vrši rotacija giroskopski par sila koji izaziva zaošijanje (precesijsko gibanje).

Utjecaj brodske forme i rasporeda težina na gibanje broda na valovima. Veličina amplituda gibanja broda ovisi o faktoru uveličanja i o silama uzbude. Prema sl. 16 faktor uveličanja poprima maksimalne vrijednosti u slučaju rezonancije, kad se perioda T_s vlastitog gibanja broda poklapa s relativnom periodom $T_E = 2\pi/\omega_E$. Da bi se odredio uvjet rezonancije za pojedina gibanja ($T_s = T_E$), treba osim relativne periode vala

$$T_E = \frac{2\pi}{\omega \left(1 - \frac{V}{c} \cos \alpha\right)}$$

izračunati i periodu vlastitog titranja broda za to gibanje. Kako je

$$T_s = 2\sqrt{\frac{m_s}{B_s}},$$

dobivaju se vlastite periode pojedinih gibanja ako se uvrste odgovarajući izrazi za m_s (masu broda + dodatnu masu okolne vode) i B_s (koeficijent povratne sile). Za ljuhanje proizlazi:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_\varphi + m_\varphi}{\Delta \cdot M_0 G}} = \frac{2i\pi}{\sqrt{g M_0 G}},$$

gdje je i radijus tromosti tzv. virtualne mase u koju se uključuje i dodatna masa. U približnim proračunima uzima se $i = k B$, gdje koeficijent k ima vrijednosti od 0,38 do 0,43.

Za posrtanje:

$$T_\psi = 2\pi \sqrt{\frac{I_\psi + m_\psi}{\Delta \cdot M_L G}},$$

za poniranje:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta/g + m_z}{A_w \gamma}} \approx 2\pi \sqrt{\frac{1,8 \delta \cdot T}{g \alpha}}.$$

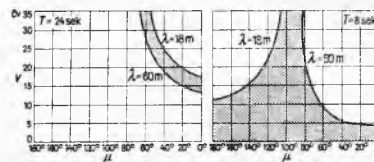
Kako je perioda ljuhanja obično veća od periode valova, brod se nalazi u natkritičnom području dijagrama na sl. 16. Brod će biti to udaljeniji od područja rezonancije i to manje će biti amplitude ljuhanja što je veće T_φ , odnosno što je manja početna metacentarska visina $M_0 G$ i što je veći moment tromosti mase broda, a to se postiže smještajem težina prema bokovima broda i velikim odnosom L/B . Za ljuhanje broda naročito su opasni valovi koji dolaze koso sa krme, jer je njihova relativna perioda duža pa približava brod kritičnom području. U slučaju rezonancije, koja se ne može uvijek izbjeći na nepravilnom moru, važno je prigušivanje gibanja. S većim prigušivanjem znatno padaju faktori uveličanja i amplitude gibanja (v. sl. 16), što ukazuje na važnost ljuhanja kobilica.

Prividne periode poniranja i posrtanja broda redovno su manje od periode valova (potkritično područje dijagrama na sl. 16), pa će se brod nalaziti to dalje od područja rezonancije što su manje vlastite periode tih gibanja. To se postiže velikom uzdužnom metacentarskom visinom $M_L G$, malim uzdužnim momentom tromosti mase broda (težine smjestiti što više prema glavnom rebru), velikim koeficijentom spolne linije, niskim koeficijentom istisnine δ i malim odnosom T/L . Za posrtanje i poniranje naročito su neugodni valovi koji nadolaze u pramac, jer se njihova prividna perioda skraćuje pa približavaju brod području rezonancije. Kako se pri tom još i prigušivanje gibanja smanjuje (prigušivanje posrtanja i poniranja pada s porastom frekvencije oscilatornog gibanja), često nastupaju tako žestoka gibanja broda da se mora smanjiti brzina broda (na taj način se opet produžava prividna perioda valova) ili promijeniti njegov kurs.

U slučaju velikih brzina, preko 60 čv, koje se danas još ne mogu postići deplasmanskim brodovima, brod bi prešao u natkritično područje, pa bi se s većim brzinama, tj. s većim frekvencijama ω_E , amplitude posrtanja i poniranja smanjivale.

Kad su amplitude poniranja i posrtanja broda velike, dolazi do naročito neugodne pojave koja se zove lupanje (engl. slamming). Pod tim izrazom podrazumijeva se naglo udaranje pojedinih dijelova broda, a naročito pramca, o vodene mase. Na taj način ne samo da je oplata prednjeg dijela broda izvrnuta kratkotrajnom ali velikom hidrodinamičkom pritisku, koji može prouzrokovati oštećenje oplata dna, nego se ti žestoki udarci prenose na cijelu

brodsku konstrukciju, uzrokujući vibracije i dodatna naprezanja. S fizičkog stanovišta udaranje broda je identično s hidrodinamičkim udarom, tj. naglim djelovanjem hidrodinamičkih sila na brod, a teorijski se je nastojalo buhvatiti određivanjem akceleracije gibanja i promjene dodatne mase kao funkcije vremena. Mjerenjem se je ustanovilo da pri lupanju dolazi do nagle promjene akceleracije gibanja, dok se brzine i amplitude mnogo ne mijenjaju. Za lupanje su mjerodavni: izronjavanje pramčanog dijela broda iz mora, pomak faze između gibanja broda i gibanja valova, relativna brzina gibanja broda u odnosu na gibanje valova. Što su ti faktori veći, lupanje je snažnije. Lupanje je to manje što je finija forma broda (veći odnos L/B , V-forma pramčanih rebara)



Sl. 20. Područje rezonancije za dva broda

i što je veći gaz. Pomoću uslova za rezonanciju $T_s = T_E$ i navedenih formula mogu se konstruirati dijagrami koji daju područje rezonancije za pojedina gibanja broda u ovisnosti o dužini vala, o brzini broda i o njegovom kursu. Na sl. 20 prikazana su dva takva dijagrama za ljuhanje broda. Prvi vrijedi za brod s velikom periodom vlastitog titranja, $T = 24$ sek.: područje rezonancije je maleno, brod će rijetko doći u njega i lako će ga izbjeći manjim promjenama brzine ili kursa. Drugi dijagram vrijedi za brod s kratkom periodom titranja, $T = 8$ sek. Takav brod će, kako prikazuje dijagram, jedva moći izbjeći rezonanciji, pa će amplitude njegovog ljuhanja biti znatno veće nego broda s većom periodom ljuhanja.

Amplitude gibanja broda ne ovise samo o faktoru uveličanja nego i o omjeru maksimalne vrijednosti sile uzbude i koeficijenta povratne sile F_{sm}/B . Obje te vrijednosti ovise o formi broda, a sile uzbude još i o dimenzijama valova. Za valjanje broda neugodni su valovi s velikim odnosom h_w/λ zbog svoje velike strmine. Za poniranje i posrtanje sila uzbude ovisi o omjeru dužine vala naprama dužini broda λ/L i postiže maksimalne vrijednosti za odnos $\lambda/L = 1 \dots 2$. Promjena glavnih dimenzija i forme broda ne utječe samo na veličinu rezonantne frekvencije nego i na povratne sile, sile prigušivanja i sile uzbude, dakle na sve faktore koji utječu na njegovo gibanje. Teško je dati neke općenite zaključke o tome kako određena promjena u dimenzijama ili formi broda utječe na njegovo ponašanje na valovima, jer još uvijek nema zato dovoljno podataka.

STABILIZIRANJE BRODA

Pod stabiliziranjem broda razumijeva se prigušivanje ljuhanja, a eventualno i posrtanja broda pomoću posebnih naprava, tzv. stabilizatora. Pomoću stabilizatora djeluje se na brod samo jednim zakretnim momentom, pa se ne mogu spriječiti linearna gibanja, niti orbitalno gibanje broda po kružnim putanjama koje on izvodi na valovima kao i čestice vode koja ga okružuje. Kako zaošijanje broda kontrolira automatski giropilot, ostaje samo da se utječe na ostala dva rotacijska gibanja: ljuhanje i posrtanje. Svi do danas izvedeni uređaji za stabiliziranje sprečavaju samo ljuhanje broda. Uslijed dugoljaste brodske forme, ljuhanje dolazi više do izražaja nego posrtanje, i za prigušivanje ljuhanja potrebne su manje sile nego za prigušivanje posrtanja, pa su prema tome i odgovarajući uređaji mnogo lakši i zapremaju manje prostora, a sile koje razvija stabilizator može preuzeti brodska konstrukcija bez znatnijih pojačanja. Međutim, i samo stabiliziranje ljuhanja donosi velike prednosti, smanjuje morsku bolest putnika i posade, sprečava prebacivanje tereta i ugrožavanje stabiliteta, poboljšava održavanje kursa, omogućava držanje palube u horizontalnom položaju, što na ratnim brodovima olakšava posluživanje oružja i spuštanje aviona.

Problem stabiliziranja postao je aktuelan u brodogradnji kad je uveden parni stroj za pogon brodova, jer je nestankom jedara nestala i jedna velika stabilizirajuća površina. Logički je bilo da se gubitak tih površina nadoknadi nadogradnjom analognih manjih površina ispod vode. Tako su nastale ljuhanje