

Dušik nalazi veoma raznovrsnu primjenu kako u poljoprivredi tako i u industriji. 85% svjetske proizvodnje dušika troši se u poljoprivredi za umjetna gnojiva. Ostatak od 15% preraduje se u industriji. Struktura industrijske potrošnje dušika u prosjeku je ova: proizvodnja kemikalija 33%, industrija eksploziva 20%, sintetska vlakna 10%, plastične mase i ljepljiva 10%, celuloza za papir 5½%, metalurgija 4%, rafiniranje ulja 4%, razno 13½%.

Struktura potrošnje dušika nije ista u svim zemljama; u zavisanosti od općeg nivoa razvoja industrije i poljoprivrede mijenja se kako omjer između potrošnje dušika za poljoprivredu i u industriji, tako i struktura industrijske potrošnje.

#### PROIZVODNJA I POTROŠNJA DUŠIKA U JUGOSLAVIJI

**Proizvodnja dušika u SFRJ** prije posljednjeg rata bila je upravo beznačajna. U zemlji su postojale dvije tvornice (Dugi Rat kod Omiša i Ruše kod Maribora) izgrađene 1910 odn. 1917 godine, sa ukupnim izgrađenim kapacitetom od 8 kt dušika u obliku kalcijum-cijanamida. Danas se u Jugoslaviji nalaze u pogonu četiri tvornice za sintezu i preradu amonijaka (Goražde, Lukavac, Pančevo, Kutina) s ukupnim kapacitetom od 340 kt  $\text{NH}_3/\text{god}$ . Po dovršenju izgradnje nove tvornice umjetnih gnojiva na Kosovu i druge faze izgradnje tvornice u Pančevu, ukupni kapaciteti za proizvodnju dušika u našoj zemlji iznosit će 550 kt  $\text{N}/\text{god}$  (670 kt  $\text{NH}_3/\text{god}$ ).

**Fabrika azotnih jedinjenja, Goražde** (1954). Kapacitet 30 t  $\text{N}/\text{d}$ . Sirovina: lignit. Sintezni plin proizvodi iz generatorskog i vodenog plina konverzijom, čisti od  $\text{CO}_2$  vodom pod pritiskom i lužinom, a od  $\text{CO}$  tekućim  $\text{N}_2$ . Postupak sinteze: Haber-Bosch 300...325 at. Proizvodi razrijeđenu  $\text{HNO}_3$  oksidacijom amonijaka pod običnim pritiskom a apsorpcijom nitroznih plinova pod 1,4 at, koncentriranu  $\text{HNO}_3$  otapanjem i oksidacijom tekućeg  $\text{N}_2\text{O}_4$  pod 50 at. Drugi proizvodi:  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  i  $\text{HN}_2\text{HCO}_3$ , sve isključivo za industrijske svrhe.

**Azotara Koksno-kemijskog kombinata »Boris Kidrič«, Lukavac** (1962). Kapacitet: 82 t  $\text{N}/\text{d}$ . Sirovine: koksni plin i dušik dobiven rektifikacijom zraka. Postupak sinteze: Fauser-Montecatini 200...220 at. Razrijeđenu  $\text{HNO}_3$  proizvodi oksidacijom  $\text{NH}_3$  i apsorpcijom nitroznih plinova pod 3,5 at. Finalni proizvod: gnojivo kalcijum-amonijum-nitrat.

**Hemijska industrija Pančevo** (1962). Kapacitet: 250 t  $\text{N}/\text{d}$ . Sirovina: zemni plin. Priprema sinteznog plina: postupkom parcijalne oksidacije pod 28...30 at; čišćenje vodom pod pritiskom, lužinom i tekućim dušikom. Postupak sinteze: CHEMICO 300...360 at. Sve operacije proizvodnje  $\text{HNO}_3$  pod pritiskom 8...9 at. Finalni proizvod: kalcijum-amonijum-nitrat. Proširenje tvornice je u toku; njime će se kapacitet povećati na 775 t  $\text{N}/\text{d}$ . Sintezni plin na novoj liniji proizvodit će se katalitičkim reformiranjem, proizvodni program proširiti će se na ureu, kompleksna i tekuća gnojiva.

**INA — Tvornica petrokemijskih proizvoda, Kutina** (1968). Kapacitet 535 t  $\text{N}/\text{d}$ . Sirovina: zemni plin. Sintezni plin proizvodi katalitičkim reformiranjem, konverzijom  $\text{CO}$  u dva stepena, apsorpcijom  $\text{CO}_2$  u monoetanolaminu i čišćenjem od  $\text{CO}$  metanacijom, sve pod 25...19 at. Postupak sinteze: Casale 450...470 at. Proizvodi  $\text{HNO}_3$  oksidacijom  $\text{NH}_3$  pod 3,0...3,5 at i apsorpcijom nitroznih plinova pod 8...9 at. Finalni proizvodi: kalcijum-amonijum-nitrat, urea i kompleksna gnojiva dobivena razlaganjem sirovih fosfata dušičnom kiselinom i obradom reakcijske smjese amonijakom i ugljik-dioksidom.

Od sirovina za proizvodnju dušika u našoj zemlji na zemni plin otpada 76,5% ukupne proizvodnje, na ugljen 16,2%, na koksni plin 4,7%, na ostalo 2,6%.

**Potrošnja dušika u SFRJ** stagnirala je vrlo dugo. Još 1956 potrošnja po stanovniku bila je za polovicu manja od svjetskog prosjeka a 20...30 puta manja od potrošnje u nekim razvijenim, pa i srednje razvijenim zemljama. Intenzifikacijom poljoprivrede, koja je glavni potrošač dušika, nastaje period veoma dinamičnog porasta potrošnje dušika u našoj zemlji. Od 1954 do 1966 potrošnja je porasla od 20 na preko 200 kt  $\text{N}$ , tj. na više nego deseteterstruko. U tom relativno kratkom periodu vremena svjetski prosjek je premašen za ~40% i potrošnja se približila ili izjednačila s potrošnjom po stanovniku u Italiji, Velikoj Britaniji, Kanadi, Japanu itd. Kretanje proizvodnje i potrošnje dušika u SFRJ od 1955. do 1967. godine prikazano je u dijagramu na sl. 15. Radi uporedjenja u dijagramu je prikazano (u drugom mjerilu) kretanje potrošnje dušika u svijetu u istom periodu.

H. Hadžović

LIT.: J. R. Partington, L. H. Parker, The nitrogen industry, London 1922. — W. Glud, Handbuch der Kokerei, Bd. II, Halle 1928. — F. A. Ernst, Fixation of atmospheric nitrogen, New York 1928. — H. Pauling, Elektrische Luftverbrennung, Halle 1929. — H. Großmann, P. Weicksel, Die Stickstoffindustrie der Welt, Berlin 1930. — P. H. Emmet, H. A. Curtis, Fixed nitrogen, New York 1932. — Д. А. Эштейн и др., Химия и технология связанного азота, 2 ч., Москва-Ленинград 1934. — F. Wehrmann, Gasreinigung und Nebenproduktengewinnung, u djelu: H. Brückner, Handbuch der Gasindustrie, München-Berlin 1939. — K. Holzsch, Die aromatischen Diazoverbindungen, Stuttgart 1947. — H. H. Lowry, Chemistry of coal utilization, vol. II, London 1947. — К. А. Белов, Улавливание химических продуктов коксования, Харьков-Москва 1948. — С. И. Каргин, С. П. Петунов, И. С. Митропольский, Производство азотной кислоты, Москва 1949. — K. H. Saunders, Aromatic diazo compounds and their technical application, London 1949. — N. V. Sidgwick, Organic chemistry of nitrogen, Oxford 1949. — L. F. Audrieth, B. A. Ogg, The chemistry of hydrazine, New York 1951. — A. Mittasch, Geschichte der Ammoniaksynthese, Weinheim 1951. — A. Mittasch, Salpetersäure aus Ammoniak, Weinheim 1953. — Л. Я. Коляндер, Улавливание и переработка химических продуктов коксования, Харьков-Москва 1953. — И. Я. Азбелз, К. К. Кулишетд, Г. А. Макеев, Производство аммиака на основе полуводного газа, Москва 1954. — W. Grycz (i dr.), Technologia związków azotowych, 2 t., Warszawa 1955/56. — Н. М. Федорова, Применение гидразина в различных областях народного хозяйства, Ленинград 1957. — И. А. Дьяконов, Алфатические диазосоединения, Ленинград 1958. — D. A. Spratt, The principles of nitric acid manufacture from ammonia, u djelu: Recent aspects of the inorganic chemistry of nitrogen, The Chemical Society, London 1959. — A. J. Harding, Ammonia manufacture and uses, London 1959. — M. J. Astle, Industrial organic nitrogen compounds, New York 1961. — F. D. Miles, Nitric acid, manufacture and uses, London 1961. — В. И. Амроценко, С. И. Каргин, Технология азотной кислоты, Москва-Ленинград 1962. — Th. H. Chilton, The manufacture of nitric acid by the oxidation of ammonia. The Du Pont pressure process, New York 1960. — M. Sittig, Nitrogen in industry, Princeton 1965. — P. Smith, The chemistry of open chain organic nitrogen compounds, vol. I, New York-Amsterdam 1965.

Ž. Viličić R. Podhorsky

**DVOKRILAC**, aerodinamička konstruktivna celina (sl. 1), koju obrazuju dva krila bilo kakvog razmaha i aeroprofila poprečnih preseka, čiji je uzajamni položaj određen relativnim rastojanjima  $d/l_m$  i  $h/l_m$  aerodinamičkih centara u ravni simetrije donjeg i gornjeg krila i međukrilnim uglom  $\epsilon$ , odnosno uglom zanoša  $\delta$ , međukrilnim uglom  $\epsilon$  i relativnim korakom  $k/l_m$ , gde je  $l_m = (l_1 + l_2)/2$  srednja vrednost tetiva krilā.

Aerodinamički koeficijenti otpora i uzgona  $C_{x1}$ ,  $C_{z1}$  donjeg krila i  $C_{x2}$ ,  $C_{z2}$  gornjeg krila dvokrilca razmaha  $b_1$  i  $b_2$  sa aerodinamičkim površinama  $S_1$  i  $S_2$  određuju se, prema definiciji, izrazima

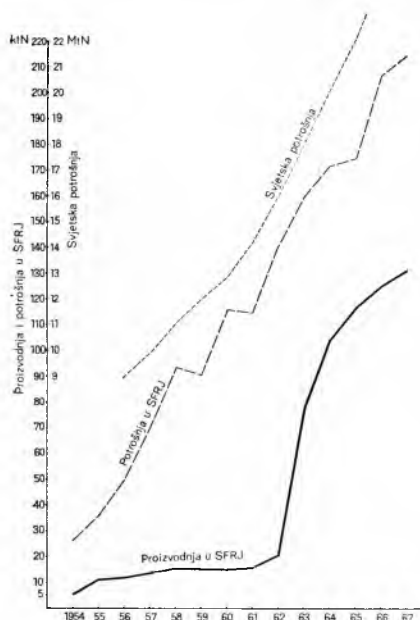
$$\begin{aligned} C_{x1} &= \frac{R_{x1}}{q S_1}, & C_{z1} &= \frac{R_{z1}}{q S_1}, \\ C_{x2} &= \frac{R_{x2}}{q S_2}, & C_{z2} &= \frac{R_{z2}}{q S_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

gde su  $R_{x1}$ ,  $R_{z1}$  i  $R_{x2}$ ,  $R_{z2}$  odgovarajuće aerodinamičke sile otpora i uzgona donjeg i gornjeg krila, a  $q = \rho V^2/2$  dinamički pritisak strujnog polja.

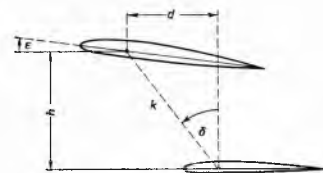
Uvođenjem aerodinamičkih koeficijenata otpora  $C_x = R_x/q S$  i uzgona  $C_z = R_z/q S$  dvokrilca, gde su

$$R_x = R_{x1} + R_{x2} \quad \text{i} \quad R_z = R_{z1} + R_{z2} \quad (2)$$

aerodinamičke sile otpora i uzgona dvokrilca, kao celine, aero-



Sl. 15. Kretanje domaće proizvodnje i potrošnje dušika. Za usporedjenje dinamike: kretanje svjetske potrošnje dušika



Sl. 1

dinamičke površine  $S = S_1 + S_2$ , dobijaju se neposredno i zavisnosti

$$C_x = \frac{C_{x1} S_1 + C_{x2} S_2}{S_1 + S_2} \quad i \quad C_z = \frac{C_{z1} S_1 + C_{z2} S_2}{S_1 + S_2} \quad (3)$$

između aerodinamičkih koeficijena dvokrilca i odgovarajućih koeficijena sastavnih krila. Koeficijenti  $C_x$  i  $C_z$  zavise od napadnog ugla  $\alpha$  u odnosu na usvojeni pravac i mogu se prikazati dijagramima na uobičajeni način kao krive otpora  $C_x = f(\alpha)$  i uzgona  $C_z = \varphi(\alpha)$ , kojima se obično pridaje i polara dvokrilca  $C_x = F(C_z)$ .

Aerodinamički koeficijent otpora, kao i u slučaju jednokrila, jednak je zbiru

$$C_x = C_{x0} + C_{xi} \quad (4)$$

gde je  $C_{x0}$  aerodinamički koeficijent otpora dvokrilca neizmerne vitkosti, a  $C_{xi}$  aerodinamički koeficijent indukovano otpora dvokrilca.

Koeficijent  $C_{x0}$  može se odrediti neposredno eksperimentalnim ispitivanjem dvokrilca neizmerne vitkosti ili jednačinom (3) uzimajući u obzir koeficijente otpora  $C_{x01}$  i  $C_{x02}$  donjeg i gornjeg krila, određene eksperimentalnim ispitivanjem dvokrilca neizmerne vitkosti.

Eksperimentalna ispitivanja pokazuju da se aerodinamičke karakteristike aeroprofila poprečnih preseka donjeg i gornjeg krila menjaju sa promenom njihovih uzajamnih položaja, i to utoliko više ukoliko je rastojanje aerodinamičkih centara ovih krila manje.

Promene napadnog ugla nultog uzgona jednog i drugog krila, gradijena uzgona i momenata, kao i momenata oko aerodinamičkih centara, zavise uglavnom od osnovnih parametara  $h/l$ ,  $d/l$  i  $\epsilon$  koji određuju uzajamni položaj krila dvokrilca.

Svaki od ovih parametara utiče različito na razne aerodinamičke karakteristike aeroprofila poprečnih preseka krila i promene ovih, nastale promenom drugih parametara, menja manje ili više u jednom ili drugom smislu.

Tako se promenom međukrilnog rastojanja  $h/l$  uglovi nultog uzgona jednog i drugog krila menjaju utoliko više ukoliko je ovaj odnos manji i za  $h/l \approx 0,3$  ova promena dostiže vrednost  $\Delta\alpha_n \approx \pm 8^\circ$ , pri čemu je priraštaj  $\Delta\alpha_{n1}$  za donje krilo negativan, a priraštaj  $\Delta\alpha_{n2}$  za gornje krilo pozitivan. Sa povećanjem međukrilnog rastojanja  $d/l$  u pozitivnom ili negativnom smeru, pri određenoj vrednosti  $h/l$ , ove promene se smanjuju po apsolutnoj vrednosti, dok se sa promenom međukrilnog ugla  $\epsilon$  povećavaju ako je ovaj negativan, ili smanjuju, ako je pozitivan.

Gradijenti uzgona gornjeg i donjeg krila menjaju se ne samo sa promenom parametara koji određuju uzajamni položaj krila već i sa promenom napadnog ugla, tako da krive uzgona odstupaju od pravih. Ova odstupanja su suprotnog smera, pa se gradijent dvokrilca može smatrati sa dovoljnom približnosti za tehničke primene nezavisnim od napadnog ugla. Sa povećanjem odnosa  $d/l$  u pozitivnom smeru gradijenti uzgona rastu, ali ostaju uvek manji od gradijenta aeroprofila ispitanih bez prisustva drugog krila.

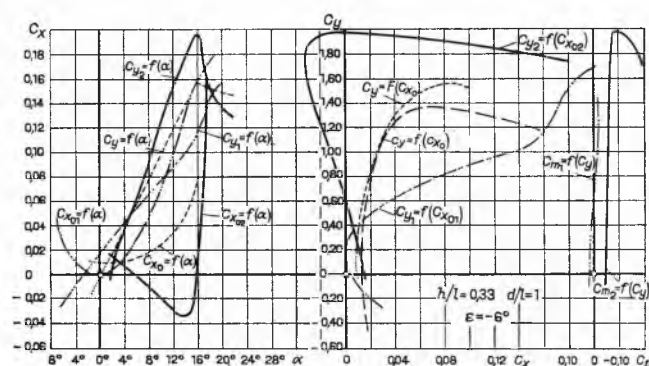
Promena odnosa  $h/l$  ima velikog uticaja na promenu koeficijenta otpora donjeg i gornjeg krila. Tako ispitivanja pokazuju da se za  $h/l < 1$  mogu javiti i negativne vrednosti koeficijenta otpora jednog od krila.

Koeficijent otpora dvokrilca neizmerne vitkosti može biti, prema eksperimentalnim ispitivanjima, manji od koeficijenta otpora odgovarajućeg jednokrila pri malim koeficijentima uzgona i znatno većim vrednostima koeficijenta maksimalnog uzgona pri velikim napadnim uglovima, što se može objasniti uticajem procepa.

Dijagram sl. 2 prikazuje, prema eksperimentalnim ispitivanjima, koeficijente otpora  $C_{x01}$ ,  $C_{x02}$  i koeficijente uzgona  $C_{y1}$ ,  $C_{y2}$  donjeg i gornjeg krila, kao i koeficijent otpora  $C_{x0}$  i koeficijent uzgona  $C_y$  odgovarajućeg dvokrilca neizmerne vitkosti sa koeficijentima momenta  $C_{m1}$  i  $C_{m2}$  u slučaju kad je  $h/l = 0,33$ ,  $d/l = 1$  i  $\epsilon = -6^\circ$ . Polari dvokrilca  $C_{x0} = F(C_y)$  pridodata je radi upoređivanja i polara odgovarajućeg jednokrila  $c_{x0} = f(c_{y0})$  neizmerne vitkosti sa istim aeroprofilom poprečnih preseka krila.

Aerodinamički koeficijenti donjeg i gornjeg krila dvokrilca neizmerne vitkosti, u nedostatku eksperimentalnih ispitivanja, određuju se raznim približnim metodama.

Teorijsko proučavanje aerodinamičkog indukovano otpora višekrilca u najopštijem slučaju zasniva se, kao i u slučaju jednokrila, na koncepciji zamene stvarnih krila sistemima vezanih i slobodnih vrtloga. Ovi vrtlozi indukuju brzine duž razmaha



Sl. 2

svakog od krila višekrilca i mogu se rastaviti na komponente  $u$  i  $w$  u pravcu brzine strujnog polja  $V_0$  i normale na ovoj. Ako se komponente indukovanih brzina označe dvojnimi indeksima  $u_{mn}$  i  $w_{mn}$ , gde se prvi indeks odnosi na uočeno krilo višekrilca a drugi na sistem vrtloga koji zamenjuju u teorijskom proučavanju krila u prisustvu, onda se na osnovu principa nezavisnosti dejstva vrtloga može staviti da je

$$u_m = u_{mm} + u_{m1} + u_{m2} + \dots + u_{mn}, \quad (5)$$

$$w_m = w_{mm} + w_{m1} + w_{m2} + \dots + w_{mn}.$$

Komponente  $u_{mm}$  i  $w_{mm}$  predstavljaju indukovane brzine samoindukcije, a komponente  $u_{m1}$ ,  $u_{m2}$ ,  $\dots$ ,  $u_{mn}$  i  $w_{m1}$ ,  $w_{m2}$ ,  $\dots$ ,  $w_{mn}$  za  $m \neq n$  indukovane brzine uzajamnih indukcija.

Indukovane brzine imaju za posledicu promenu pravca brzine strujnog polja i kako su male u odnosu na ovu, to se može staviti sa dovoljnom približnosti da je lokalna rezultujuća brzina

$$V_m \approx V_0 + u_m, \quad (6)$$

tako da je ugao promene pravca brzine strujnog polja

$$\alpha_{im} = \frac{w_m}{V_0 + u_m}. \quad (7)$$

Ovaj ugao zove se lokalni indukovani napadni ugao. Razlika između lokalnog napadnog ugla i indukovano ugla određuje stvarni lokalni napadni ugao

$$\alpha_{om} = \alpha_m - \alpha_{im} \quad (8)$$

krila višekrilca.

Prema tome, aeroprofilu poprečnih preseka bilo koga krila višekrilca konačnog razmaha pri napadnom uglu  $\alpha_m$  ponašaju se kao isti aeroprofilu krila višekrilca neizmerno razmaha pri napadnom uglu  $\alpha_{om}$ , tako da je za određenu vrednost cirkulacije koeficijent  $c_{zm}$  bilo kojeg poprečnog preseka nekog krila višekrilca konačnog razmaha pri napadnom uglu  $\alpha_m$  jednak koeficijentu uzgona  $c_{ym}$  istog aeroprofila krila višekrilca neizmerno razmaha

Uvođenjem indukovano ugla samoindukcije  $\alpha_{im} = w_{mn}/V_m$  i indukovanih uglova  $\alpha_{im1} = w_{m1}/V_m$ ,  $\alpha_{im2} = w_{m2}/V_m$ ,  $\dots$ ,  $\alpha_{imn} = w_{mn}/V_m$  uzajamnih indukcija iz zavisnosti (5) i (7), dobija se da je

$$\alpha_{im} = \alpha_{im} + \alpha_{im1} + \alpha_{im2} + \dots + \alpha_{imn}, \quad (9)$$

a ovim indukovanim uglovima, analogo jednokrila, odgovaraju i lokalni koeficijenti indukovano otpora krila višekrilca

$$c_{xi} = c_{xi} + c_{xi1} + c_{xi2} + \dots + c_{xin}, \quad (10)$$

gde je  $c_{xi} = \alpha_{im} c_{zm}$  koeficijent lokalno otpora samoindukcije, a  $c_{xin} = \alpha_{imn} c_{zn}$ , za  $n = 1, 2, \dots, n \neq m$ , koeficijent lokalno indukovano otpora uzajamnih indukcija.

Na ovaj način mogu se odrediti, kao i u slučaju jednokrila, lokalne aerodinamičke karakteristike bilo koga krila višekrilca konačnog razmaha. Prema tome koeficijenti uzgona i otpora donjeg

i gornjeg krila za  $k = 1, 2$  mogu se prikazati izrazima

$$c_{zk} = a_k (a_k - \alpha_{nk} - \alpha_{ik}) \quad \text{i} \quad c_{xk} = c_{x_{ok}} + c_{x_{ik}}, \quad (11)$$

koeficijent momenta

$$c_{mk} = c_{m_{ok}} - m c_{zk}, \quad (12)$$

kao i cirkulacija oko krila

$$\Gamma_k = \frac{1}{2} a_k \left[ (a_k - \alpha_{nk}) - \frac{w_k}{V_k} \right] V_o I_k. \quad (13)$$

Aerodinamički koeficijenti  $c_{zk}$ ,  $c_{zk}$  i  $c_{mk}$  poprečnih preseka krila integracijom elementarnih sila i momenata duž razmaha daju aerodinamičke koeficijente  $C_{zk}$ ,  $C_{zk}$  i  $C_{mk}$  krila višekrilca, a ovi aerodinamičke koeficijente  $C_{z^*}$ ,  $C_z$  i  $C_m$  višekrilca kao aerodinamičke konstruktivne celine.

Aerodinamičke karakteristike krila višekrilca prema tome zavise od promene indukovanih brzina duž razmaha koje su uslovljene promenom cirkulacije oko krila višekrilca.

Pretpostavimo da su krila razmaha  $b_1$  i  $b_2$  nekog dvokrilca, sa međukrilnim rastojanjem  $h$  i bez zanosa krila, zamenjena sistemom vezanih i slobodnih vrtloga i neka je, prema Prandtlu, promena cirkulacije duž razmaha data izrazom

$$\Gamma = \Gamma_o \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}, \quad (14)$$

gde je  $\Gamma_o$  neka konstanta.

Indukovane brzine u slučaju eliptične promene cirkulacije duž razmaha date su izrazom  $w = \Gamma_o/2b$ , tako da su indukovane brzine samoindukcije krila dvokrilca

$$w_{11} = \frac{\Gamma_{o1}}{2b_1} \quad \text{i} \quad w_{22} = \frac{\Gamma_{o2}}{2b_2}, \quad (15)$$

a odgovarajuće vrednosti indukovanih uglova samoindukcije

$$\alpha_{i11} = \frac{\Gamma_{o1}}{2b_1 V_o} \quad \text{i} \quad \alpha_{i22} = \frac{\Gamma_{o2}}{2b_2 V_o}, \quad (16)$$

gde su indukovane brzine  $u$  u pravcu strujnog polja, kao male veličine u odnosu na  $V_o$ , zanemarene.

Kako su aerodinamička sila uzgona i indukovanog otpora krila date izrazima

$$R_z = \rho V_o \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma dy \quad \text{i} \quad R_{xt} = \rho \int_{-b/2}^{+b/2} w \Gamma dy, \quad (17)$$

to se zamenom (14) u prvoj od jednačina (17) dobijaju neposredno aerodinamičke sile uzgona

$$R_{z1} = \frac{1}{2} \pi \rho V_o \Gamma_{o1} b_1 \quad \text{i} \quad R_{z2} = \frac{1}{2} \pi \rho V_o \Gamma_{o2} b_2 \quad (18)$$

donjeg i gornjeg krila dvokrilca, a zamenom indukovanih brzina (5) i aerodinamičke sile indukovanog otpora

$$R_{xi1} = R_{xi11} + R_{xi12} \quad \text{i} \quad R_{xi2} = R_{xi21} + R_{xi22} \quad (19)$$

donjeg i gornjeg krila, gde su

$$R_{xi11} = \rho \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} w_{11} \Gamma_1 dy \quad \text{i} \quad R_{xi12} = \rho \int_{-b_2/2}^{+b_2/2} w_{22} \Gamma_2 dy \quad (20)$$

komponente sile indukovanog otpora samoindukcije, a

$$R_{xi12} = \rho \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} w_{12} \Gamma_1 dy \quad \text{i} \quad R_{xi21} = \rho \int_{-b_2/2}^{+b_2/2} w_{21} \Gamma_2 dy \quad (21)$$

odgovarajuće komponente sile indukovanog otpora uzajamne indukcije donjeg i gornjeg krila.

Indukovane brzine samoindukcije u ovom slučaju su konstantne duž razmaha, pa je

$$R_{xi11} = \frac{1}{8} \pi \rho \Gamma_{o1}^2 \quad \text{i} \quad R_{xi22} = \frac{1}{8} \pi \rho \Gamma_{o2}^2$$

ili zamenom  $\Gamma_{o1}$  i  $\Gamma_{o2}$  iz (18)

$$R_{xi11} = \frac{R_{z1}^2}{\pi q b_1^3} \quad \text{i} \quad R_{xi22} = \frac{R_{z2}^2}{\pi q b_2^3}, \quad (22)$$

gde je  $q = \rho V_o^2/2$  dinamički pritisak, dok su indukovane brzine

uzajamnih indukcija (sl. 3) date izrazima

$$dw_{21} = -\frac{\cos \theta}{4 \pi r} \frac{d\Gamma_1}{dy_1} dy_1 \quad \text{i} \quad dw_{12} = -\frac{\cos \theta}{4 \pi r} \frac{d\Gamma_2}{dy_2} dy_2.$$

Zamenom  $\theta$  i  $r$  prema sl. 3 i integracijom duž razmaha dobija se

$$w_{21} = -\frac{1}{4 \pi} \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} \frac{y_1 - y_2}{h^2 + (y_1 - y_2)^2} \frac{d\Gamma_1}{dy_1} dy_1,$$

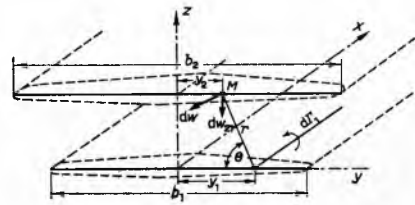
a ovaj integral delimičnom integracijom transformiše se u

$$w_{21} = \frac{1}{4 \pi} \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} \frac{h^2 - (y_1 - y_2)^2}{[h^2 + (y_1 - y_2)^2]^2} \Gamma_1 dy_1, \quad (23)$$

pa se zamenom  $w_{21}$  u (21) dobija i izraz

$$R_{xi12} = \frac{\rho}{4 \pi} \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} \int_{-b_2/2}^{+b_2/2} \frac{h^2 - (y_1 - y_2)^2}{[h^2 + (y_1 - y_2)^2]^2} \Gamma_2 \Gamma_1 dy_2 dy_1, \quad (24)$$

koji određuje silu indukovanog otpora gornjeg krila usled uzajamnih uticaja.



Sl. 3

Kako se vrednost ovog integrala ne menja sa promenom indeksa, to izlazi da je

$$R_{xi12} = R_{xi21}, \quad (25)$$

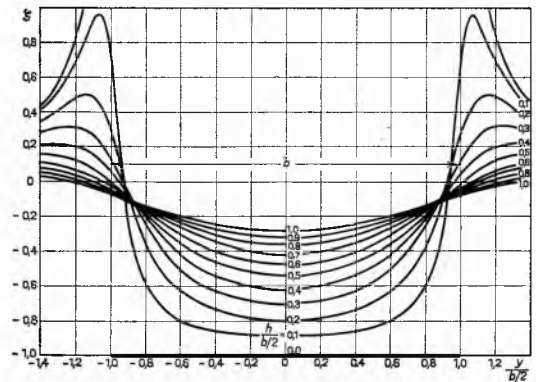
a ova zavisnost izražava teoremu Munka prema kojoj je sila indukovanog otpora jednog krila, prouzrokovana slobodnim vrtlozima drugog krila, jednaka sili indukovanog otpora drugog krila prouzrokovanoj slobodnim vrtlozima prvog.

Zamenom  $\Gamma_1$  iz (14) u (23) i uzimajući u obzir (22), indukovana brzina  $w_{21}$  može se prikazati u obliku

$$w_{21} = \zeta \frac{R_{z1}}{\pi q b_1^2} V_o, \quad (26)$$

gde je  $\zeta$  određena funkcija

$$\zeta = F \left( \frac{y_2}{b_1/2}, \frac{h}{b_1/2} \right) \quad (27)$$



Sl. 4

nezavisno promenljivih  $\frac{y_2}{b_1/2}$  i  $\frac{h}{b_1/2}$ . Ova funkcija prikazana je dijagramom sl. 4 u zavisnosti od odnosa  $\frac{y}{b/2}$  za razne vrednosti  $\frac{h}{b/2}$ .

Indukovanim brzinama samoindukcije  $w_{11}$  i  $w_{22}$  odgovaraju indukovani napadni uglovi

$$\alpha_{i1} = \frac{R_{20}}{\pi q b_1^2} \quad \text{i} \quad \alpha_{i2} = \frac{R_{22}}{\pi q b_2^2} \quad (28)$$

a upoređivanjem (26) i (28) i uzimajući u obzir da je

$$\alpha_{i1} = w_{11}/V_\infty$$

$$w_{21} = \zeta w_{11} \quad (29)$$

između indukovanih brzina samoindukcije i uzajamnih indukcija. Funkcija  $\zeta$  iz ovih razloga zove se *faktor indukovanih uzajamnih indukcija*.

Zamenom (29) u (21) sila indukovanih otpora uzajamnih indukcija može se prikazati izrazom

$$R_{xi1} = \sigma_{21} \frac{R_{z1} R_{z2}}{\pi q b_1 b_2}, \quad (30)$$

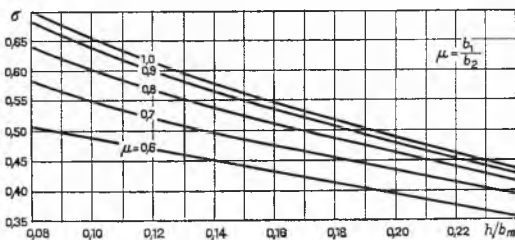
gde je vrednost  $\sigma_{21}$  data integralom

$$\sigma_{21} = \frac{4}{\pi b_1} \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} \zeta \sqrt{1 - \left(\frac{y_2}{b_2/2}\right)^2} dy_2.$$

Međutim, kako je  $R_{xi1} = R_{xi2}$ , to iz (30) izlazi da je

$$\sigma_{21} = \sigma = \sigma_{12}. \quad (31)$$

Ovaj faktor  $\sigma$  zove se Prandtlov faktor uzajamnih uticaja. Uvođenjem odnosa  $\mu = b_1/b_2$  i  $\eta = h/b_m$ , gde je  $b_m = (b_1 + b_2)/2$ ,



Sl. 5

faktor  $\sigma$  može se prikazati dijagramom sl. 5 u zavisnosti od  $h/b_m$  za razne vrednosti  $\mu = b_1/b_2$ . Za  $\mu = b_1/b_2 = 1$  faktor uzajamnih uticaja može se prikazati obrascem

$$\sigma \approx \frac{1}{1 + 5,3 h/b} \quad (32)$$

kao i obrascem

$$\sigma \approx \frac{1 - 0,66 h/b}{1,05 + 3,7 h/b} \quad (33)$$

za  $h/b = 0,07 \dots 0,50$ .

U slučaju da je  $\mu \neq 1$ , potrebno je prethodno odrediti parametar

$$s = 0,8 \sigma_1 (1 - \sigma_1) - 0,1, \quad (34)$$

gde je  $\sigma_1$  određeno iz (32) ili (33), i parametre

$$t = \frac{0,56}{\sigma_1 + s - 0,22} \quad \text{i} \quad \tau = \frac{1 - \mu}{1 + \mu}, \quad (35)$$

a pomoću ovih faktor uzajamnih uticaja

$$\sigma \approx \sigma_1 + s + \sqrt{s^2 + \left(\frac{\tau}{t}\right)^2}. \quad (36)$$

Aerodinamičkim silama indukovanog otpora uzajamnih indukcija

$$R_{xi1} = \sigma \frac{R_{z1} R_{z2}}{\pi q b_1 b_2} = R_{xi2} \quad (37)$$

odgovaraju i indukovani napadni uglovi uzajamnih indukcija

donjeg i gornjeg krila

$$\alpha_{i1} = \sigma \frac{R_{z2}}{\pi q b_1 b_2} \quad \text{i} \quad \alpha_{i2} = \sigma \frac{R_{z1}}{\pi q b_1 b_2}. \quad (38)$$

Zamenom (22) i (37) u (19) dobijaju se sile aerodinamičkog indukovanog otpora

$$R_{xi1} = \frac{R_{z1}^2}{\pi q b_1^2} + \sigma \frac{R_{z1} R_{z2}}{\pi q b_1 b_2}, \quad (39)$$

$$R_{xi2} = \frac{R_{z2}^2}{\pi q b_2^2} + \sigma \frac{R_{z1} R_{z2}}{\pi q b_1 b_2},$$

kao i odgovarajući indukovani napadni uglovi

$$\alpha_{i1} = \frac{R_{z1}}{\pi q b_1^2} + \sigma \frac{R_{z2}}{\pi q b_1 b_2}, \quad (40)$$

$$\alpha_{i2} = \frac{R_{z2}}{\pi q b_2^2} + \sigma \frac{R_{z1}}{\pi q b_1 b_2}$$

donjeg i gornjeg krila dvokrila.

Iz zavisnosti (39) određuju se neposredno i aerodinamički koeficijenti indukovanog otpora

$$C_{xi1} = \frac{C_{z1}^2}{\pi \lambda_1} + \sigma \frac{C_{z1} C_{z2}}{\pi \lambda_1 \lambda_2} S_2 \quad \text{i} \quad C_{xi2} = \frac{C_{z2}^2}{\pi \lambda_2} + \sigma \frac{C_{z2} C_{z1}}{\pi \lambda_1 \lambda_2} S_1 \quad (41)$$

kao i odgovarajući indukovani napadni uglovi

$$\alpha_{i1} = \frac{C_{z1}}{\pi \lambda_1} + \sigma \frac{C_{z2}}{\pi b_1 b_2} S_2 \quad \text{i} \quad \alpha_{i2} = \frac{C_{z2}}{\pi \lambda_2} + \sigma \frac{C_{z1}}{\pi b_1 b_2} S_1 \quad (42)$$

donjeg i gornjeg krila vitkosti  $\lambda_1 = b_1^2/S_1$  i  $\lambda_2 = b_2^2/S_2$ .

Aerodinamička sila indukovanog otpora dvokrila, kao aerodinamičke celine, jednaka je

$$R_{xi} = R_{xi1} + R_{xi2},$$

ili zamenom  $R_{xi1}$  i  $R_{xi2}$  iz (37),

$$R_{xi} = \frac{R_{z1}^2}{\pi q b_1^2} + 2 \sigma \frac{R_{z1} R_{z2}}{\pi q b_1 b_2} + \frac{R_{z2}^2}{\pi q b_2^2}. \quad (43)$$

Koeficijent indukovanog otpora dvokrila, uvođenjem

$$\mu = b_1/b_2, \quad R_{z1} + R_{z2} = R_z, \quad \nu = R_{z1}/R_{z2} \quad (44)$$

može se prikazati izrazom

$$C_{xi} = \frac{C_z^2}{\pi k^2 (b_2^2/S)}, \quad (45)$$

gde je  $S = S_1 + S_2$  aerodinamička površina dvokrila, a faktor  $k$  određen je odnosom

$$k = \frac{(1 + \nu) \mu}{\sqrt{\mu^2 + 2\sigma\mu\nu + \nu^2}}.$$

Tako se upoređivanjem izraza za indukovani otpor jednokrila i dvokrila sa eliptičnim zakonima promene cirkulacije duž razmaha dobija i druga Munkova teorema, prema kojoj je indukovani otpor dvokrila jednak indukovanom otporu jednokrila vitkosti  $\lambda_e = k^2 b_2^2/S$  i iste aerodinamičke površine. Na ovaj način dolazi se do pojma *ekvivalentne vitkosti dvokrila*  $\lambda_e$ , a faktor  $k$ , koji ovu određuje, naziva se *Munkov faktor ekvivalentnog razmaha*.

Faktor  $k$  zavisi od promene napadnog ugla. Međutim, za odnose  $h/l_m > 1,5$  ove promene su male, pa se  $k$  u ovim slučajevima može praktično smatrati nezavisnim od napadnog ugla.

Analognim postupkom može se pokazati da je sila indukovanog otpora dvokrila sa zanosom krila jednaka sili indukovanog otpora dvokrila bez zanos krila, pri istim vrednostima međukrilnog rastojanja, odnosa razmaha krila i istog zakona promene cirkulacije duž razmaha. Prema tome, lokalne i opšte aerodinamičke karakteristike dvokrila sa zanosom krila određuju se na isti način kao i aerodinamičke karakteristike dvokrila bez zanos krila.

LIT.: M. Munk, General biplan theory in four parts, NACA Techn. Report 151, 1922. — M. Nenadović, Recherches sur les cellules biplanes rigides d'envergure infinie, Publications scientif. et techn. du Ministère de l'Air, Paris 85, 1936.