

tnim sijalicama. (Npr. za dobivanje tamnocrvenog svetla pomoću živinih sijalica.) I neki drugi germanati upotrebljavaju se kao fluorescentne tvari.

LIT.: E. G. Rochov, E. W. Abel, The chemistry of germanium, tin, and lead. Pergamon, New York 1975. — B. Đurković, D. Đurković, Metalurgija retkih metala. Građevinska knjiga, Beograd 1976.

Ž. Viličić Z. Šternberg

GIROSKOP (ponekad žiroskop), kruto telo koje poseduje osu materijalne simetrije oko koje se brzo obrće, pri čemu obrtna osa tela može da menja svoj pravac u prostoru, i pri čemu za sve vreme obrtanja takvog tela jedna tačka na obrtnoj osi tela ostaje nepomična. Ugaona brzina obrtanja tela mnogo puta je veća od ugaone brzine kojom se obrće osa tela.

Svojstva giroskopa poseduju nebeska tela, artiljerijski projektili, rotori turbina, različite instalacije na brodovima, elise aviona itd.

U suvremenoj tehnici giroskop jest osnovni element moćnih giroskopskih uređaja ili pribora, koji se koriste za automatsko upravljanje kretanja aviona, brodova, torpeda, raketa itd. Giroskopi se isto tako koriste u navigaciji, zatim za stabilisanje kretanja brodova po valovitom i uzburkanom moru, za promenu ugaonih ili translatornih brzina raketa, a također i za mnoge druge specijalne ciljeve.

Osobena stabilnost koju zadobija čigra (zvrk) kada se brzo obrće bila je poznata od davnina. Problem o svojstvima brzorotirajuće čigre bio je bitan u istoriji mehanike krutog tela. Paradoksalne pojave koje se ispoljavaju kod brzorotirajućih tela, a koje se u današnje doba nazivaju giroskopskim pojavama, vrlo rano su privlačile pažnju najbriljantnijih umova na polju mehanike.

Termin giroskop (franc. gyroscope, od grč. gyros i skopein) uveo je u nauku francuski fizičar L. Foucault (1852) za pribor koji je konstruisao, a čiji je osnovni deo bio rotor koji se brzo obrtao. Pomoću tog pribora on je prvi eksperimentom u laboratoriji utvrdio činjenicu obrtanja Zemlje tokom 24 časa oko svoje ose.

U današnje doba termin giroskop ima daleko širi smisao kojim se nazivaju bilo kakvi uređaji, kod kojih se koriste svojstva i osobine tela koja brzo rotiraju.

Mehaniku krutog tela u sistematskom obliku po prvi put je izložio L. Euler (1765) u svom znamenitom delu *Teorija kretanja krutih tela*. U tom se delu po prvi put nalazi prilično detaljna teorija kretanja čigre koja brzo rotira.

Jedan od najvažnijih delova nebeske mehanike jesu pojave vezane za obrtna kretanja nebeskih tela. Već u najranijoj epohi razvoja mehanike bilo je utvrđeno da se na ove pojave može primeniti teorija kretanja čigre. Nebeska tela nisu ništa drugo do ogromne čigre ili giroskopi koji poseduju specifična svojstva brzorotirajućih tela. Na tom osnovu izgrađena je teorija kretanja nebeskih tela, koju je prvi izložio J. R. D'Alembert (1749), a zatim L. Euler (1765). Ti prvi začeci astronomije bili su moćni stimulus za dalji razvitak mehanike krutog tela u radovima P. S. Laplacea, J. L. Lagrangea i drugih.

Isto tako je davno bilo poznato da se ustanovljena specifična i osobena svojstva tela koja brzo rotiraju mogu korisno primeniti i u različitim oblastima tehničke prakse. Već 1752. god. Serson je predložio da se giroskop koji brzo rotira upotrebi kao navigacioni instrument.

Tokom daljih godina pojedinci su davali svoje dalje doprinose razvoju ovog područja mehanike. Od tih daljih doprinosa treba pomenuti najpre opite koje je 1852. god. izveo L. Foucault u pariskom Pantheonu pred članovima Pariske akademije nauka, kojima je po prvi put iznet ideja o giroskopskom kompasu. Međutim, da bi se ostvarile ideje koje je predložio L. Foucault, bilo je potrebno da se savladaju ogromne prepreke čisto tehničke prirode.

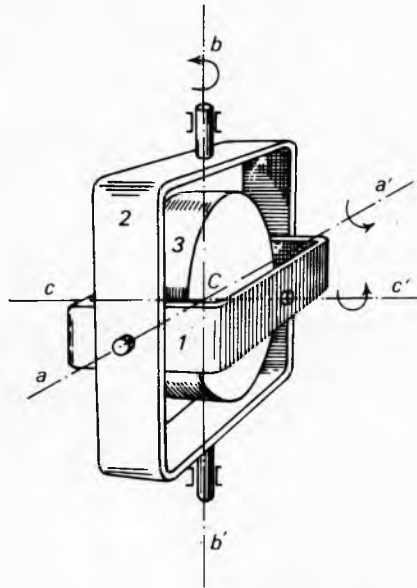
Nagli razvitak tehnike početkom XX veka, a posebno elektrotehnike, omogućio je da se konstruišu za tadašnje pojmove savršeni giroskopski uređaji koji su dobili opšte priznanje. Od takvih uređaja na prvom mestu je giroskompas E. A. Sperrya (1911), koji se ubrzo primenjivao u flotama zemalja čitavog sveta.

U današnje doba giroskopske pojave zadobivaju sve veći značaj u različitim oblastima tehnike. Vrlo brzo raste broj giroskopskih uređaja različite vrste, kod kojih se koriste pomenuta svojstva za različite ciljeve. Brojni su vojni uređaji, čija konstrukcija počiva na principima giroskopa. Tehničke primene giroskopa u današnje doba toliko su mnogostruke i raznovrsne da je nastala potreba da se iz opšte teorije giroskopa izdvoji posebna disciplina, koja obično naziva *primenjenom teorijom giroskopa*.

GIROSKOP SA TRI STEPENA SLOBODE

Da bi osa giroskopa mogla slobodno da se obrće u prostoru, giroskop se obično pričvršćuje u prstenove tzv. *kardanske vešaljke* (okvira, rama) (sl. 1). Tom prilikom se ose unutrašnjeg prstena ($a - a'$), spoljašnjeg prstena ($b - b'$) i giroskopa ($c - c'$) seku u jednoj tački, koja se naziva *centrom vešanja* C , a koja je nepomična za sve vreme kretanja giroskopa. Pričvršćen u ovak-

voj vešaljci (okviru, ramu), giroskop ima tri stepena slobode i može se bilo kako obrtati oko centra vešanja. Ako se težište giroskopa poklapa sa centrom vešanja, giroskop se naziva *uravnoteženim* ili *slobodnim*. Ako je obrtna osa giroskopa osa njegove materijalne simetrije, takav giroskop se onda naziva *simetričnim*. Proučavanje zakona kretanja giroskopa zadatak je dinamike krutog tela.



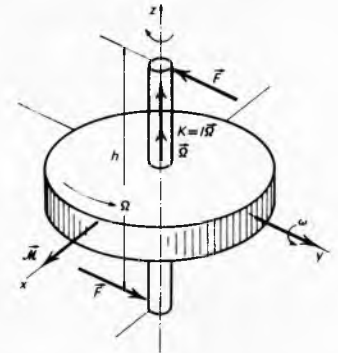
Sl. 1. Giroskop sa tri stepena slobode: klasična kardanska vešaljka (ram, okvir). 1 unutrašnji prsten, 2 spoljašnji prsten, 3 rotor giroskopa; obrtna osa unutrašnjeg prstena ($a - a'$), obrtna osa spoljašnjeg prstena ($b - b'$), obrtna osa rotora giroskopa ($c - c'$); C centar vešanja

OSNOVNA SVOJSTVA GIROSKOPA

Precesija. Ako se na osu giroskopa koji brzo rotira deluje spregom sila momenta $M = Fh$ (sl. 2), tada će nasuprot očekivanju giroskop započeti dopunsko obrtno kretanje ne oko ose x , upravne na ravan dejstva sprega, već oko ose y , koja leži u ravni dejstva sprega i koja je upravna na osu z materijalne simetrije giroskopa. Ovo dopunsko obrtno kretanje naziva se *precesijom*. Precesija se vrši u odnosu na inercijalni referentni sistem ugaonom brzinom ω , koja je određena formulom

$$\omega = M/I\Omega \quad (1)$$

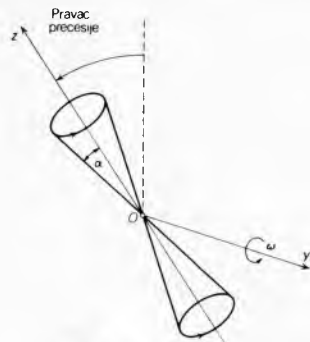
gdje je I moment inercije giroskopa za obrtnu osu z koja se naziva i *figurnom* osi, a Ω ugaona brzina sopstvenog obrtanja giroskopa oko iste ose z . U vezi sa kretanjem giroskopa važna je veličina $K = I\Omega$, koja se naziva *sopstvenim kinetičkim momentom giroskopa*. Pravci i smerovi vektora $\vec{\omega}$, \vec{M} i \vec{K} prikazani su na sl. 2. Ugaona brzina precesionog obrtanja ω mnogo je manja od ugaone brzine sopstvenog obrtanja Ω , manja čak i milion puta.



Sl. 2. Precesija giroskopa. Vektor ugaone brzine precesije $\vec{\omega}$ usmeren je tako da vektor kinetičkog momenta \vec{K} teži da se poklopi sa vektorom momenta \vec{M} sprega sila koje deluju na giroskop

Nutacija. Pri strožijem proučavanju može se pokazati da je sopstveno obrtno kretanje i precesija simetričnog giroskopa praćeno, odnosno združeno sa *nutacijom* — brzim koničnim kretanjem ose giroskopa u odnosu na pravac precesije, koji se

menja po zakonu (1) (sl. 3). Ugao konusa nutacije 2α , redovito je vrlo mali. Osim toga, iz razloga postojanja obaveznog prigušenja u sistemu, nutaciono kretanje se obično vrlo brzo prigušuje.



Sl. 3. Konus nutacije

Približna teorija giroskopskih pojava. Sve pobrojane činjenice su osnov za približno (aproksimativno) rešavanje čitavog niza za tehniku važnih zadataka, kod kojih se može uzeti u obzir samo precesiono kretanje giroskopa, dok se nutaciono kretanje zanemaruje. U ovom slučaju se teorija giroskopa svodi na tzv. približnu (elementarnu) teoriju giroskopskih pojava, za koju je osnovna formula (1). Ova približna teorija bazira na pretpostavci da vektori $\vec{\Omega}$ i \vec{K} imaju isti pravac, tj. pravac figurene ose materijalne simetrije giroskopa.

U opštem slučaju, kada ugao α između osa sopstvenog i precesionog obrtanja nije jednak 90° , onda ova formula ima oblik

$$I \omega \Omega \sin \alpha = M, \quad (2)$$

ili vektorski

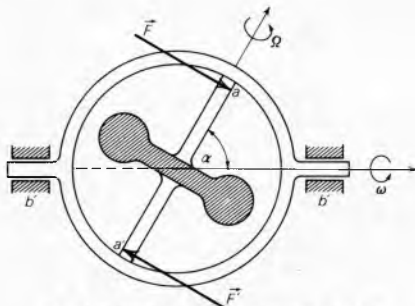
$$\vec{\omega} \times I \vec{\Omega} = \vec{M}. \quad (3)$$

Pri okretnom osnovu u izraz za \vec{M} mora da uđe i moment sila inercije prenosnog kretanja.

Iz formule (1) proizlazi da će, ako giroskop bude bio potpuno oslobođen konstantnog dejstva sila (tj. za $M = 0$), osa giroskopa održati tada neizmenjen pravac u odnosu na zvezde nekretnice, jer je tada $\omega = 0$. Ako se vrlo kratko vreme deluje na osu giroskopa spregom čiji je moment $M \neq 0$, to će izazvati pomeranje ose giroskopa za vrlo mali ugao, koji će biti utoliko manji ukoliko bude bio manji ω , tj. ukoliko bude bio veći $K = I \Omega$. Kada se prekine sa takvim dejstvom, biće opet $M = 0$, pa, prema tome, i $\omega = 0$, tj. tada će prestati pomenuto pomeranje ose giroskopa. Drugim rečima, *osa slobodnog giroskopa, koji brzo rotira, ne menja svoj pravac pod dejstvom kratkotrajnih spoljašnjih poremećaja (udaraca), tj. ona praktično održava stabilno svoj pravac u prostoru.* Ovo važno svojstvo slobodnog giroskopa da stabilno održava pravac svoje ose u odnosu na zvezde nekretnice, vrlo široko se koristi u uređajima za automatsko upravljanje kretanjem aviona, raketa i tome slično, a takođe i u čitavom nizu navigacionih i sličnih uređaja.

GIROSKOP SA DVA STEPENA SLOBODE

Giroskopski moment. Giroskop kojemu je osa pričvršćena ležištima a i a' u prstenu sa nepomičnom obrtnom osom $b-b'$ (sl. 4), nema tri, već samo dva stepena slobode. Ako se



Sl. 4. Giroskop sa dva stepena slobode

taj prsten obrće oko ose $b-b'$ ugaonom brzinom ω , giroskop će vršiti tzv. *prinudnu precesiju*. Pri tome giroskop deluje na ležišta a i a' spregom sila \vec{F} i \vec{F}' , čije dejstvo čini da najkraćim putem postavi osu sopstvenog obrtanja giroskopa $a-a'$ paralelno osi precesije $b-b'$, tako da se pravci vektora $\vec{\omega}$ i $\vec{\Omega}$ poklope (tzv. pravilo N. E. Žukovskog). Moment ovog sprega sila, koji se naziva *giroskopskim momentom*, određen je formulom

$$\Gamma = I \omega \Omega \sin \alpha, \quad (4)$$

ili vektorski

$$\vec{\Gamma} = I \vec{\Omega} \times \vec{\omega}, \quad (4a)$$

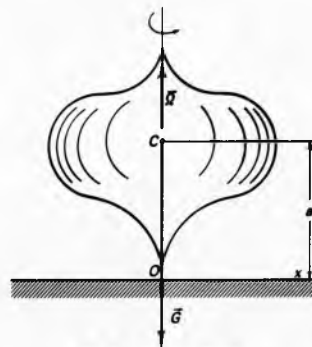
gde je α ugao između osa $a-a'$ i $b-b'$. Sličan giroskopski efekat se pojavljuje u rotorima turbina postavljenih na brodove, pri lujanju broda na valovitom moru, zatim kod elise aviona pri viranju i drugde. Formula (4a) omogućuje da se tada odrede giroskopski pritisci na ležišta koji nastaju tom prilikom. Na giroskopskom efektu je zasnovan tzv. *princip energetske stabilizacije*, a zatim i čitavog niza drugih uređaja, kao na primer kod giroskopskog registratora obrtanja (girometar) i dr.

STABILNOST GIROSKOPA

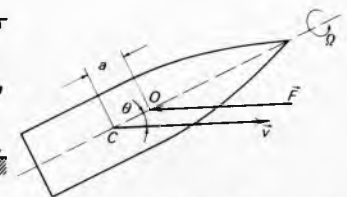
Važan praktičan značaj ima stabilnost giroskopa. Uravnoteženi giroskop sa tri stepena slobode uvek je stabilan. Međutim, bilo koji drugi giroskop sa tri stepena slobode, na koji vrlo dugo deluju sile, neće biti uvek stabilan. Npr., čigra prikazana na sl. 5 biće stabilna ako je zadovoljen uslov

$$(I \Omega)^2 > 4 A G a, \quad (5)$$

gde je G težina giroskopa (čigre), a rastojanje njegovog težišta od tačke oslanjanja O i A moment inercije giroskopa za osu Ox . Kada taj uslov nije zadovoljen, osa giroskopa pri kretanju će se udaljavati od vertikale.



Sl. 5. »Luda« čigra



Sl. 6. Stabilnost obrtnog artiljerijskog projektila

Analogan uslov postoji i za stabilnost precesionog kretanja giroskopa. Tako, npr., stabilnost obrtnog artiljerijskog projektila, pri kretanju u vazduhu, približno se određuje korišćenjem formule

$$(I \Omega)^2 > A F a \quad (5a)$$

gde je F sila otpora vazduha, a rastojanje od centra masa C do tačke O u kojoj se seče napadna linija sile F sa osom projektila (sl. 6). Giroskop sa dva stepena slobode (sl. 4) nije uvek stabilan. Naime, ako takav giroskop udarom zadobije obrtni moment oko ose $b-b'$, onda će on početi da se obrće zajedno sa prstenom oko te ose.

JEDNAČINE KRETANJA GIROSKOPA

Kretanje većine giroskopskih sistema je takvo, da kad se eliminišu kratkotrajni prelazni procesi, koji nastaju pri udarima, ili pri dejstvu sila koje se jako menjaju po iznosi pri delovanju na sistem, da se orijentacija ose rotora giroskopa promeni neznatno u odnosu na zvezde nekretnice. Pri proučavanju takvog kretanja koje se naziva precesijom, dovoljno je da se uzme u obzir samo promena sopstvenog kinetičkog momenta rotora giroskopa. To dovodi do približne (elementarne) ili *precesione teorije giroskopa*. Jednačine precesione teorije giroskopa najprostije se formiraju korišćenjem zakona o pro-

meni kinetičkog momenta, koji se primenjuje za sve ose giroskopskog sistema i njegove sastavne delove.

Međutim, da bi se proučili pomenuti prelazni procesi, tokom kojih ose rotora giroskopa vrše brza konična kretanja koja se nazivaju nutacijom, i da bi se rešili problemi stabilnosti giroskopskih sistema, potrebno je da se uzmu u obzir kinetički momenti svih tela koja ulaze u sastav giroskopskog sistema. Odgovarajuće jednačine kretanja jesu jednačine tzv. *nutacione teorije giroskopa*. Njih možemo formirati, kako korištenjem zakona o promeni kinetičkog momenta tako i korišćenjem Lagrangeovih jednačina druge vrste (v. *Mehanika krutog tijela*). Diferencijalne jednačine nutacione teorije imaju dati giroskopskom sistemu veći stepen tačnosti nego li diferencijalne jednačine precesione teorije. Međutim, rešenja na bazi nutacione teorije vrlo često se znatno uprošćuju time što se u mnogim slučajevima može ograničiti samo na mala kretanja, koristeći metode tzv. *teorije malih oscilacija*.

Zakoni mehanike pomoću kojih se formiraju diferencijalne jednačine kretanja giroskopa važe za inercijalni koordinatni sistem ili apsolutni koordinatni sistem, čiji se početak nalazi u centru masa Sunčevog sistema, a čije su ose usmerene prema zvezdama nekretnicama. Međutim, u praksi je potrebno da se kretanje giroskopskih sistema prouči u odnosu na koordinatne sisteme koji su vezani za takve objekte kao što su: brod, avion, raketa, Zemlja i drugo, na koje su postavljeni giroskopski sistemi. Tada je potrebno da se pri formiranju diferencijalnih jednačina kretanja giroskopa uključe takođe i prenosna i Coriolisova sila inercije, pored aktivnih sila koje deluju na giroskopski sistem.

U praksi se pokazalo da je pri formiranju diferencijalnih jednačina kretanja giroskopa korisno da se upotrebi koordinatni sistem $O\xi^*\eta^*\zeta^*$, čiji se početak nalazi u tački vešanja O giroskopskog sistema, a čije ose ne menjaju svoju orijentaciju u odnosu na zvezde nekretnice, tj. pomeraju se translatorno u odnosu na inercijalni koordinatni sistem. U takvom slučaju Coriolisova sila inercije ne postoji, dok će sve sile inercije prenosnog kretanja biti paralelne i suprotno usmerene prema ubrzanju koordinatnog početka O pri njegovom kretanju u odnosu na inercijalni koordinatni sistem.

U teoriji giroskopa je dopušteno da se, sa tačnošću koja je dovoljna za praktične svrhe, za inercijalni koordinatni sistem uzme koordinatni sistem čiji se početak nalazi u središtu Zemlje, a koji se pomera translatorno u odnosu na apsolutni sistem, imajući u vidu da je ubrzanje središta Zemlje, pri njenom kretanju oko Sunca, zanemarljiva veličina, kao posledica njenog uzajamnog privlačenja sa drugim nebeskim telima, a posebno Mesecom.

Relativno mala greška, pri uzimanju u obzir sila inercije prenosnog kretanja, nastaje kada se za ubrzanje početka O uzme njegovo ubrzanje u odnosu na površinu Zemlje. Tada umesto sila gravitacije masa delova giroskopskog sistema na Zemlji treba uzeti njihove težine.

Jednačine kretanja giroskopa na bazi precesione teorije. Pri formiranju diferencijalnih jednačina kretanja giroskopa potrebno je uspostaviti takođe i koordinatni sistem $Ox'y'z'$, čiji se početak nalazi u istoj tački O , kao i početak koordinatnog sistema $O\xi^*\eta^*\zeta^*$ (pri čemu tačka O leži bilo gde na osi simetrije rotora, npr. u centru njegovog vešanja). Osa z' ovog sistema poklapa se sa osom simetrije rotora, dok se sistem $Ox'y'z'$ ne obrće zajedno sa rotorom, budući da je vezan npr. za unutrašnji prsten giroskopa. Tada jednačine precesionog kretanja rotora simetričnog giroskopa u odnosu na koordinatni sistem $O\xi^*\eta^*\zeta^*$, napisane u obliku projekcija na ose koordinatnog sistema $Ox'y'z'$, imaju oblik:

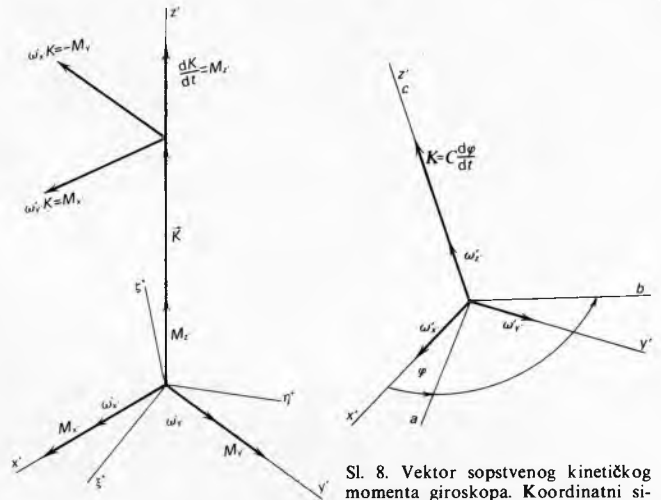
$$\begin{aligned} \omega'_y K &= M_x, \\ -\omega'_x K &= M_y, \\ \frac{dK}{dt} &= M_z. \end{aligned} \quad (6)$$

One iskazuju (sl. 7) jednakost (po iznosu i pravcu) brzine kraja vektora sopstvenog kinetičkog momenta \vec{K} i glavnog momenta \vec{M}_0 sila za tačku O , koje deluju na rotor (Rësaloŷa teorema).

U broj ovih sila treba uključiti takođe i sile inercije prenosnog translatornog kretanja koordinatnog sistema $O\xi^*\eta^*\zeta^*$. Veličine ω'_x i ω'_y jesu projekcije vektora ugaone brzine obrtanja koordinatnog sistema $Ox'y'z'$ u odnosu na kordinatni sistem $O\xi^*\eta^*\zeta^*$, na ose x' i y' , tj. u odnosu na pravce koji su usmereni prema zvezdama nekretnicama. Ugaonu brzinu rotora u odnosu na koordinatni sistem $Ox'y'z'$ može se nazvati ugaonom brzinom sopstvenog obrtanja rotora. Vektor sopstvenog kinetičkog momenta giroskopa usmeren je duž ose sopstvenog obrtanja rotora z' (sl. 8). Za njegovu veličinu treba uzeti

$$K = C \frac{d\varphi}{dt} \quad (7)$$

gde je C moment inercije rotora giroskopa u odnosu na njegovu osu simetrije z' (polarni moment inercije giroskopa), a φ obrtni ugao rotora u odnosu na koordinatni sistem $x'y'z'$. Vidi se da je veličina $d\varphi/dt$ znatno veća od ω'_z projekcije ugaone brzine koordinatnog sistema na njegovu osu z' (u praksi je ona veća 3...4 puta).



Sl. 7. Primena zakona o promeni kinetičkog momenta sistema za formiranje jednačina precesionog kretanja giroskopa. Brzina kraja vektora kinetičkog momenta jednaka je po veličini i pravcu glavnom momentu sila koje deluju na rotor (Rësaloŷa teorema)

Sl. 8. Vektor sopstvenog kinetičkog momenta giroskopa. Koordinatni sistem abc vezan je za rotor giroskopa; on se obrće u odnosu na koordinatni sistem $x'y'z'$ ugaonom brzinom $d\varphi/dt$ oko ose z' , koja se poklapa sa osom c . Moment inercije rotora giroskopa u odnosu na osu c (osu simetrije ili sopstvenog obrtanja rotora giroskopa) označen je sa C

U većini slučajeva može se smatrati da je sopstveni kinetički moment K konstantna veličina, tj. obično se moment sila koje obrću rotor, i momenti sila otpora koje se suprotstavljaju tom obrtanju, međusobno uravnotežuju. Prema tome, u treću od jednačina (6) treba staviti $M_z = 0$.

Jednačine kretanja giroskopa na bazi nutacione teorije. Tačnije jednačine kretanja rotora giroskopa na osnovu nutacione teorije imaju oblik:

$$\begin{aligned} A \frac{d\omega'_x}{dt} + (C - A)\omega'_y \omega'_z + \omega'_y K &= M_x, \\ A \frac{d\omega'_y}{dt} + (A - C)\omega'_z \omega'_x - \omega'_x K &= M_y, \\ C \frac{d\omega'_z}{dt} + \frac{dK}{dt} &= M_z, \end{aligned} \quad (8)$$

gde je A moment inercije rotora u odnosu na osu koja je upravna na njegovu osu simetrije koja prolazi kroz tačku O (ekvatorijalni moment inercije giroskopa). U jednačinama (8), za razliku od jednačina (6), uzeto je u obzir da koordinatni sistem $x'y'z'$ može da ima ugaonu brzinu sa proizvoljnom komponentom ω'_z , duž ose simetrije rotora z' . U posebnom slučaju ovaj sistem se može vezati i za rotor. Tada ove jednačine prelaze u dobro poznate Eulerove dinamičke jednačine za kretanje

simetričnog krutog tela (v. *Mehanika krutog tijela*), koje su uslovljene postojanjem sila inercije na desnim stranama ovih jednačina.

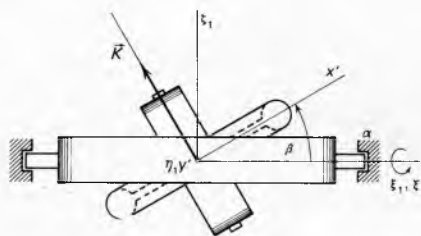
Jednačine kretanja giroskopa u kardanskoj vešaljci na bazi precesione teorije. Jednačine (6) i (8) su pogodno za proučavanje kretanja rotora giroskopa koji nije postavljen u kardanskoj vešaljci, npr. za slobodna obrtna tela (projektili, nebeska tela, veštački sateliti i sl.). Ako je rotor giroskopa postavljen u kardansku vešaljku, onda u skup sila, koje imaju moment za ose x' i y' , tj. u izraze za $M_{x'}$ i $M_{y'}$, moraju takođe da se uvedu i nepoznate normalne reakcije ležišta ose rotora. Da bi se eliminisale ove nepoznate reakcije, koje čine međusobno dejstvo između unutrašnjeg prstena i rotora, potrebno je osim jednačina kretanja rotora formirati i jednačine kretanja ostalih elemenata vešanja giroskopa.

Pri formiranju jednačina precesionog kretanja giroskopa u kardanskoj vešaljci promena kinetičkih momenata elemenata vešanja se ne uzima u obzir. Zbog toga se skup sila koji deluje, npr., na unutrašnji prsten vešanja smatra uravnoteženim. To znači da se, umesto jednačina kretanja unutrašnjeg prstena, stvarno formiraju jednačine ravnoteže svih sila koje deluju na unutrašnji prsten, tj. sila njegovog uzajamnog dejstva sa spoljašnjim prstenom, rotorom giroskopa i njegovim osnovom, a zatim takođe i spoljašnjih sila, i sila inercije prenosnog kretanja. To isto važi i za sile koje deluju na spoljašnji prsten kardanske vešaljke.

Kada se eliminišu normalne reakcije ose vešanja, jednačine precesionog kretanja giroskopa u kardanskoj vešaljci imaju oblik:

$$\begin{aligned} \omega'_x K &= m_{x'} + l_{x'} + (H + k) \sec \beta - (M - l_z) \tan \beta, \\ -\omega'_y K &= m_{y'} + l_{y'} + L, \\ \frac{dK}{dt} &= m_z + M, \end{aligned} \quad (9)$$

gde su $m_{x'}$, $m_{y'}$, m_z sume momenata u odnosu na ose x' , y' , z' spoljašnjih sila i sila inercije prenosnog kretanja koje deluju na rotor giroskopa, $l_{x'}$, $l_{y'}$, l_z analogne sume koje se odnose na unutrašnji prsten, M je suma momenata za osu z' sila kojima rotor deluje na unutrašnji prsten, tj. sila koje obrću rotor i koje se suprotstavljaju tom obrtanju (sila trenja), L suma momenata u odnosu na osu y' (ili η_1) unutrašnjeg prstena (sl. 9), ili sila uzajamnog dejstva između spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena kardanske vešaljke, H suma momenata u odnosu na osu ξ_1 (ili ξ) ili sila uzajamnog dejstva između spoljašnjeg prstena i osnova čitavog giroskopa, k analogna suma momenata spoljašnjih sila koje deluju na spoljašnji prsten, ugao β jest obrtni ugao unutrašnjeg prstena u odnosu na spoljašnji prsten. On se smatra pozitivnim, ako se koordinatni sistem $x'y'z'$ (sl. 10), vezan za unutrašnji prsten, obrće u odnosu na koordinatni sistem $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$, koji je vezan za spoljašnji prsten, nasuprot obrtanju kazaljke na časovniku (pri tome posmatrač posmatra obrtanje iz pozitivnog smera ose y' ili η_1). Kada je $\beta = 0$, ovi sistemi se poklapaju.



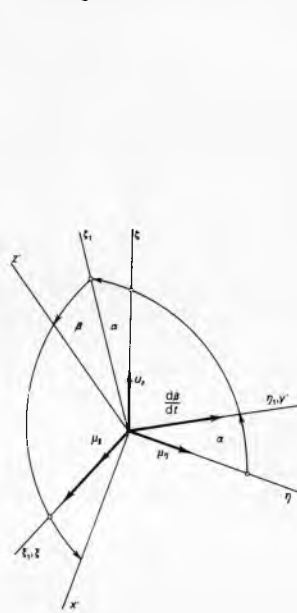
Sl. 9. Giroskop u kardanskoj vešaljci. Koordinatni sistem $x'y'z'$ vezan je za unutrašnji prsten, a sistem $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$ za spoljašnji prsten, dok je sistem $\xi \eta \zeta$ vezan za podlogu (na slici je prikazana samo osa ξ)

Da bi se odredile veličine ω'_x , ω'_y i ω'_z , potrebno je znati ugaonu brzinu osnova giroskopa u odnosu na koordinatni sistem $\xi^* \eta^* \zeta^*$, a osim toga i relativne ugaone brzine spoljaš-

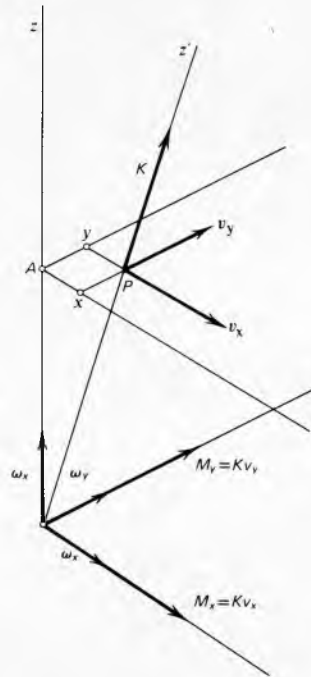
njeg prstena kardanske vešaljke u odnosu na osnov, te unutrašnjeg prstena u odnosu na spoljašnji. Tada će biti:

$$\begin{aligned} \omega'_x &= u_z \cos \beta + u_{\eta} \sin \alpha \sin \beta - u_{\zeta} \cos \alpha \sin \beta + \frac{d\alpha}{dt} \cos \beta, \\ \omega'_y &= u_{\eta} \cos \alpha + u_{\zeta} \sin \alpha + \frac{d\beta}{dt}, \\ \omega'_z &= u_z \sin \beta - u_{\eta} \sin \alpha \cos \beta + u_{\zeta} \cos \alpha \cos \beta + \frac{d\alpha}{dt} \sin \beta, \end{aligned} \quad (10)$$

gde su u_z , u_{η} i u_{ζ} projekcije ugaone brzine osnova giroskopa na ose vezane za osnovni sistem $\xi \eta \zeta$. Osa ξ ovog sistema se poklapa sa osom spoljašnjeg prstena. Obrtni ugao spoljašnjeg prstena u odnosu na osnov označen je sa α (sl. 10). Kada je $\alpha = 0$, ose koordinatnih sistema $\xi \eta \zeta$ i $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$ se poklapaju. Pozitivni smer računanja ugla α se određuje na isti način, kao i kod ugla β .



Sl. 10. Određivanje apsolutne ugaone brzine unutrašnjeg prstena kardanske vešaljke (koordinatni sistem $x'y'z'$); $d\alpha/dt$ vektor relativne ugaone brzine spoljašnjeg prstena kardanske vešaljke (sistem $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$) u odnosu na osnov (sistem $\xi \eta \zeta$), $d\beta/dt$ vektor relativne ugaone brzine unutrašnjeg prstena kardanske vešaljke u odnosu na spoljašnji prsten



Sl. 11. Pol giroskopa (tačka P) i komponente vektora njegove brzine v_x i v_y u odnosu na koordinatni sistem $\xi^* \eta^* \zeta^*$, koji se ne obrće (na slici ovaj sistem nije prikazan); M_x i M_y sume momenata sila, koje deluju na rotor giroskopa i na unutrašnji prsten

Jednačine (9) i (10) omogućuju da se reši čitav niz problema u vezi sa jednogiroskopskim sistemima u okvirima precesione teorije giroskopa.

Kada se mogu zanemariti momenti trenja H i L osa vešanja, i kada se mogu smatrati da su jednaki nuli momenti k , m_z , l_z i M jednačine precesione teorije giroskopa znatno se uprošćuju i omogućuju da im se da sledeća geometrijska interpretacija.

Neka se uvede pomoćni koordinatni sistem xyz , čiji se početak nalazi u centru vešanja giroskopa (sl. 11). Na rastojanju jednakom jedinici od koordinatnog početka, povuč se ravan paralelna ravni xy . Sa x i y označe se koordinate tačke P u kojoj vektor sopstvenog kinetičkog momenta giroskopa prodire kroz ovu ravan. Ova tačka se tada naziva *polom giroskopa*. Tada jednačine precesionog kretanja mogu da se napišu u obliku:

$$\begin{aligned} K v_x &= M_x, \\ K v_y &= M_y, \end{aligned} \quad (11)$$

gde su v_x i v_y projekcije brzine tačke P na ose x i y pri njenom kretanju u odnosu na koordinatni sistem $O\xi^*\eta^*\zeta^*$. Intenzitet vektora sopstvenog kinetičkog momenta giroskopa K u

datom slučaju je konstantna veličina. Predpostavlja se da se pravac vektora \vec{K} ne poklapa sa pravcem ose z , zbog čega su koordinate x i y tačke P male u odnosu na jedinicu, i sa velikim stepenom tačnosti jednake su uglovima koje vektor \vec{K} , ili što je isto osa sopstvenog obrtanja giroskopa z' , zaklapa sa ravnima xz i yz (sl. 11).

Veličine M_x i M_y , koje ulaze u desne strane jednačina (11), jesu sume momenata u odnosu na ose x i y svih spoljašnjih sila i sila inercije prenosnog kretanja, koje deluju na mehanički sistem rotor — unutrašnji prsten giroskopa.

Označi li se sa ω_x , ω_y i ω_z projekcije na ose x , y i z ugaone brzine koordinatnog sistema xyz u odnosu na koordinatni sistem $\xi^*\eta^*\zeta^*$ koji se ne obrće, tada se jednačine (11) mogu napisati u obliku:

$$\begin{aligned} K \left(\frac{dx}{dt} - y\omega_z + \omega_y \right) &= M_x, \\ K \left(\frac{dy}{dt} + x\omega_z - \omega_x \right) &= M_y. \end{aligned} \quad (12)$$

Dobijene jednačine naročito su pogodne za proučavanje ponašanja jednorotornog girokompasa, zatim giroskopskog klatna sa pokretnim osnovom. U prvom slučaju osa z je usmerena na sever, dok je u drugom slučaju postavljena vertikalno.

Jednačine kretanja giroskopa u kardanskoj vešaljci na bazi nutacione teorije. Jednačine kretanja giroskopa u kardanskoj vešaljci, koje odgovaraju nutacionoj teoriji, pogodno je formirati korišćenjem Lagrangeovih jednačina druge vrste. Pri tome treba razmatrati kretanje mehaničkog sistema, koji se sastoji iz rotora i elemenata vešanja giroskopa, u odnosu na koordinatni sistem $\xi^*\eta^*\zeta^*$ koji se ne obrće, a čiji se koordinatni početak nalazi u centru vešanja kardanske vešaljke. Za generalisane koordinate uzimaju se uglovi: α , β i φ mehaničkog sistema, o kojima je bilo govora. Kinetička energija sistema određena je tada izrazom

$$\begin{aligned} 2T &= [A_1 + (A' + A)\cos^2\beta + (C' + C)\sin^2\beta] \left(\frac{d\alpha}{dt} + u_\xi \right)^2 + \\ &+ (B' + A) \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 + C \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + 2C \frac{d\varphi}{dt} \left(u_\xi + \frac{d\alpha}{dt} \right) \sin\beta + \\ &+ (-u_\eta \sin\alpha + u_\zeta \cos\alpha) \cos\beta - 2(A' + A - C' - C) \times \\ &\times \cos\beta \sin\beta \left(\frac{d\alpha}{dt} + u_\xi \right) (-u_\eta \sin\alpha + u_\zeta \cos\alpha) + 2(B' + A) \frac{d\beta}{dt} \times \\ &\times (u_\eta \cos\alpha + u_\zeta \sin\alpha) + (B_1 + B' + A)(u_\eta \cos\alpha + u_\zeta \sin\alpha)^2 + \\ &+ [C_1 + (A' + A)\sin^2\beta + (C' + C)\cos^2\beta] \times \\ &\times (-u_\eta \sin\alpha + u_\zeta \cos\alpha)^2, \end{aligned} \quad (13)$$

gde su A_1 , B_1 i C_1 momenti inercije spoljašnjeg prstena kardanske vešaljke u odnosu na ose $\xi_1(\xi)$, $\eta_1(y')$ i ζ_1 , koje su njegove glavne ose inercije. Analogno sa A' , B' i C' , obeleženi su odgovarajući momenti inercije unutrašnjeg prstena u odnosu na ose x' , $y'(\eta_1)$ i z' .

Imajući prethodni izraz za kinetičku energiju T , nije teško korišćenjem Langrangeovim jednačinama druge vrste formirati tražene diferencijalne jednačine. Kada je osnov giroskopa nepomičan, tj. kada je $u_\xi = u_\eta = u_\zeta = 0$, te jednačine imaju oblik:

$$\begin{aligned} [A_1 + (A' + A)\cos^2\beta + (C' + C)\sin^2\beta] \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{dK}{dt} \sin\beta + \\ + K \cos\beta \frac{d\beta}{dt} - 2(A' + A - C' - C) \cos\beta \sin\beta \frac{d\alpha}{dt} \frac{d\beta}{dt} &= M_x, \\ (B' + A) \frac{d^2\beta}{dt^2} + (A' + A - C' - C) \cos\beta \sin\beta \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \\ - K \cos\beta \frac{d\alpha}{dt} &= M_\beta, \\ \frac{dK}{dt} + C \sin\beta \frac{d^2\alpha}{dt^2} + C \cos\beta \frac{d\alpha}{dt} \frac{d\beta}{dt} &= M_\varphi, \end{aligned} \quad (14)$$

gde je M_x suma momenata svih spoljašnjih sila i sila prenosnog kretanja u odnosu na osu $\xi_1(\xi)$, koje deluju na rotor i elemente vešanja, a takođe i sila međusobnog dejstva između osnova giroskopa i spoljašnjeg prstena. Tu ulaze, kada postoje, i sile međusobnog dejstva između unutrašnjeg prstena i rotora; M_β je suma momenata u odnosu na osu $y'(\eta_1)$, sile inercije i spoljašnjih sila koje deluju samo na unutrašnji prsten i rotor, a osim toga, i sile međusobnog dejstva na ova tela spoljašnjeg prstena i osnove; M_φ je suma momenata u odnosu na osu z' svih sila, uključujući i sile inercije, koje deluju samo na rotor. Korišćenjem tim jednačinama proučavaju se ponašanja giroskopa kod različitih giroskopskih pribora (uređaja).

GIROSKOPSKI PRIBORI

Giroskopski pribori jesu uređaji koji su zasnovani na osobinama giroskopa. Osnovni element bilo kog giroskopskog uređaja jest jedan ili nekoliko giroskopa sa dva ili sa tri stepena slobode. U sastav giroskopskih uređaja ulaze takođe i pomoćni uređaji koji imaju zadatak da koriguju položaj ose giroskopa ili da odrede ugao njenog odstupanja, i sl.

Uređaji za stabilizaciju i uređaji za navigaciju. Upotreba giroskopskih uređaja vrlo je raznovrsna. Veliku grupu sačinjavaju uređaji za stabilizaciju, koji se upotrebljavaju za automatsko upravljanje kretanja aviona, brodova, torpeda i raketa. Redovito takvi pribori sadrže tzv. *indikator* (slobodni giroskop), koji registruje odstupanje objekta od zadanog kursa, da bi se zatim odgovarajućim uređajima stavili automatski u pogon drugi uređaji čijim se dejstvom objekat upućuje na pravilan kurs. Uređaj može takođe da sadrži i sistem tzv. *povratne veze*, čijim se dejstvom znatno umanjuje dejstvo sila, koje izvode objekat sa ispravnog kursa. Opisani sistem stabilizacije naziva se *inkartornim sistemom stabilizacije*. Sličan sistem stabilizacije može takođe da se primeni i za umanjeње oscilacija koje utiču na tačnost nišanskih sprava pri pucanju iz artiljerijskih oruđa. Takvi sistemi stabilizacije se postavljaju na brodove, avione, tenkove, i dr.

Drugu, veću grupu giroskopskih pribora sačinjavaju *uređaji za navigaciju*. Najvažniji od ovih pribora su tzv. *girovertikala* ili *girohorizont* i *girokompas*. Mnogi specijalni giroskopski pribori ove vrste upotrebljavaju se u vojnom naoružanju, u astronomiji, zatim pri bušenju naftonosnih polja radi iznalaženja izvora nafte, i dr. Najzad čitav niz giroskopskih pribora ove vrste služi za merenje apsolutne ugaone brzine i ugaonog ubrzanja radi određivanja translatorne brzine tela koja se kreću neravnomerno, npr. raketa.

Girovertikala ili **girohorizont** je giroskopski uređaj za određivanje pravca stvarne vertikale, odnosno ravni horizonta.

Najprostiji negiroskopski uređaj ove vrste — fizičko klatno (visak) — nije pogodan za upotrebu kada se postavi na pokretni objekt (brod, avion, raketa i sl.) iz dva razloga: prvo, pri obrtnom ili ubrzanom translatorskom kretanju objekta klatno (visak) neće zauzeti položaj stvarne vertikale; isto tako ono se neznatno pomera od vertikale i pri ravnomernom translatorskom kretanju objekta usled obrtanja Zemlje, odnosno usled dejstva Coriolisove sile; drugo, pri oscilatorskom kretanju objekta mogu da nastanu razmahujuće prinudne oscilacije, odnosno može u određenim uslovima da nastupi pojava rezonance.

Girovertikala je u znatnoj meri oslobođena pomenutih nedostataka. Zbog toga se ona vrlo široko primenjuje na brodovima i avionima za određivanje poprečnih obrtnih skretanja, zatim za održavanje pravca ka zvezdama kod uređaja koji se koriste u astronomiji, potom za određivanje pravca pri kopanju tunela, za nišanske sprave postavljene na brod koji se ljulja, pri bacanju bombi iz aviona, i sl.

Giroklatno. Najprostiji oblik girovertikala jest giroklatno, tj. giroskop sa tri stepena slobode, sličan običnoj čigri, čije se težište nalazi ispod tačke oslanjanja. Pri odstupanju od vertikale, giroklatno, pod dejstvom sile teže, počinje da vrši precesiono kretanje, čiji je period jednak periodu sličnog kretanja čigre:

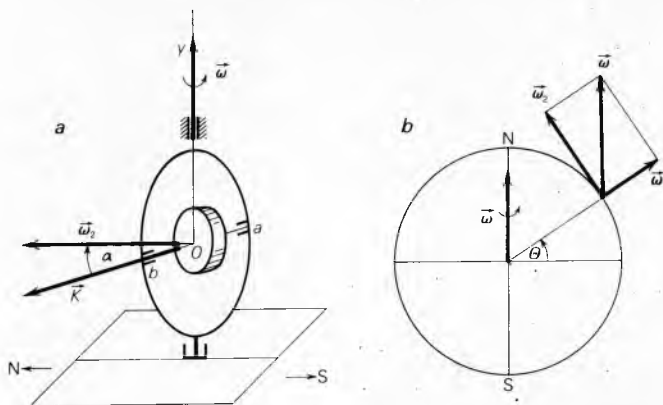
$$\tau = 2\pi K/mgl, \quad (15)$$

gde je m masa giroskopa, K njegov sopstveni kinetički mo-

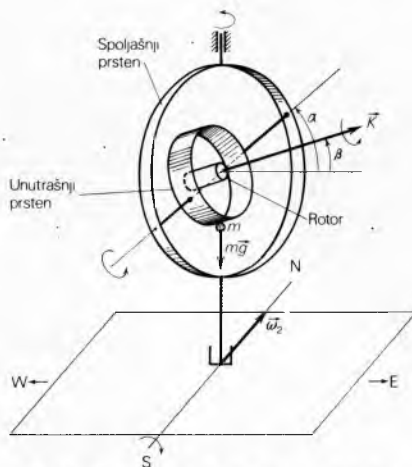
ment, l rastojanje težišta giroskopa od tačke oslanjanja, g ubrzanje teže. Kako je sopstveni kinetički moment vrlo velik od veličini, onda će i period τ biti vrlo dug, tako da će uređaj biti praktično neosetljiv pri oscilatornom kretanju objekta. Postojanje prigušenja u sistemu izaziva prigušujuće precesiono kretanje, i kao rezultat svega toga osa giroskopa dolazi u položaj ravnoteže koji je blizak položaju stvarne vertikale.

Girokompas jest girokopski pribor za utvrđivanje položaja ravni geografskog meridijana. Širokoj upotrebi girokompasa doprinela je njegova osobina da pokazuje stvarni pol, a takođe i osobina da njegovo pokazivanje (registrowanje) ne zavisi od pomeranja metalnih masa i elektromagnetnih polja, što ima poseban značaj za morske brodove.

Kao najprostiji girokompas može poslužiti giroskop sa dva stepena slobode, koji je postavljen tako da osa Oy prstena, za koji je pričvršćen rotor, bude vertikalna (sl. 12a). Kako se ugaona brzina obrtanja Zemlje $\vec{\omega}$ može razložiti u vertikalnu komponentu $\vec{\omega}_1$ i horizontalnu komponentu $\vec{\omega}_2$ (sl. 12b), koja je usmerena po liniji sever—jug, onda će, kada osa giroskopa ab bude otklonjena od linije sever—jug za neki ugao α , na ležišta a i b delovati dva girokopska sprega. Prvi od tih spregova, koji teži da poklopi osu rotora sa vektorom $\vec{\omega}_1$, uravnotežen je reakcijama ležišta; drugi od tih spregova, koji teži da poklopi osu ab sa vektorom $\vec{\omega}_2$, prinuđuje giroskop zajedno sa prstenom da se obrne oko ose Oy u smeru ka liniji sever—jug sve dotle dok osa giroskopa ne zauzme svoj položaj u ravni geografskog meridijana.



Sl. 12. Girokompas sa dva stepena slobode



Sl. 13. Girokompas sa tri stepena slobode

Međutim, giroskop sa dva stepena slobode nije prikladan za instaliranje na pokretne objekte, kao što su brod, avion, i sl., jer je pri kretanju ovih objekata, a naročito pri ljuhanju broda, teško obezbediti potreban stepen tačnosti za održavanje vertikalnog pravca ose Oy . Zato je konstrukcija većine savremenih girokopa složenija, i njegovi glavni konstruktivni elementi ne predstavljaju giroskop sa dva, već giroskop sa tri

stepena slobode. Da se objasni princip rada ovog girokompasa treba razmotriti giroskop sa tri stepena slobode, na čiji je unutrašnji prsten postavljen protivtege mase m (sl. 13). Ako je osa rotora usmerena duž linije sever—jug, onda obrtanje ravni horizonta oko ose sever—jug neće imati uticaja na položaj giroskopa u odnosu na tu ravan. Ako se pak zamisli da je osa rotora otklonjena, npr. ka istoku za ugao α , onda će ona, po svojstvima slobodnog giroskopa održavati neizmenjen pravac u zvezdanom prostoru, pri obrtanju ravni horizonta oko linije sever—jug biti izdignuta iznad te ravni za neki ugao β . Ovo će izazvati jednovremeno otklon protivtege, usled čega će se giroskop, pod dejstvom momenta sile teže, početi da precesiono kreće u horizontalnoj ravni, kao obična čigra, u smeru ka liniji sever—jug, ne postavljajući se za neko vreme u ravan geografskog meridijana.

LIT.: E. L. Nikolaev, Теория гироскопов. Огиз, Москва 1948. — R. Grammel, Der Kreisel — Seine Theorie und seine Anwendungen. Springer, Berlin, 1950. — Б. В. Булгаков, Прикладная теория гироскопов. Гостехиздат, Москва 1955. — Физический энциклопедический словарь. Третий выпуск, Советская энциклопедия, Москва 1960. — А. Ю. Ицлинский, Механика гироскопических систем Академии Наук СССР, Москва 1963. — Е. Л. Николаев, Гироскоп в кардановой подвесе. Наука Москва 1964. — К. Magnus, Kreisel, Theorie und Anwendungen. Springer, Berlin 1971. — Я. Л. Луцк, Введение в теорию гироскопов. Наука, Москва 1972. — А. Ю. Ицлинский, Ориентация, гироскопы и инерциальная Навигация. Наука, Москва 1976.

Lj. Radosavljević

GNOJIVA, UMJETNA, sintetski spojevi koji se dodaju tlu radi povećavanja prinosa, ubrzanja rasta i poboljšavanja kvalitete biljnih proizvoda. Pretežno su to anorganske soli koje sadrže jedan ili više hranljivih elemenata.

Proizvodnja umjetnih gnojiva ubraja se među grane kemijske industrije koje se vrlo brzo razvijaju. Opseg te proizvodnje pokazuju podaci da ona od ukupne svjetske proizvodnje troši ~55% sumporne kiseline, ~85% amonijaka, 80...85% sirovih fosfata i ~94% kalijevih soli. U sezoni 1974/75. proizvedeno je oko 300 Mt umjetnih gnojiva.

Sve intenzivnija obrada zemljišta i sve veće potrebe za hranom osnovni su razlog tako brzog razvoja i velike proizvodnje. U razvijenim zemljama sve je manje obradivih površina, zbog urbanizacije i industrijalizacije, a na preostalim površinama potrebno je proizvesti sve veće količine hrane. U nerazvijenim zemljama, zbog naglog porasta broja stanovnika nedostatak hrane neposredno ugrožava živote oko 700 milijuna ljudi, a još je oko milijardu nedovoljno ishranjeno. Umjetna su gnojiva, uz suvremenu agrotehniku, bitan činilac u povećanju proizvodnje hrane.

Justus Liebig (1840) postavio je osnove prehrane bilja. On je eksperimentalno dokazao da su bilju potrebni hranljivi elementi, koje ono preuzima iz zemlje i da se utrošeni elementi moraju vratiti tlu da bi ono ostalo rodno. Liebig je utvrdio da se hranljivi elementi mogu vratiti tlu u obliku anorganskih soli, a ujedno je dokazao da biljke lakše preuzimaju fosfate iz kosti, prije obrađenih sumpornom kiselinom, nego li iz sirovih kosti. Time je on postao i osnivač moderne industrije umjetnih gnojiva. Dvadesetak godina kasnije, Velika Britanija već je proizvodila godišnje 150 kt superfosfata.

Nalazišta guana i čilske salitre bila su u XIX stoljeću osnova za dobivanje dušičnih gnojiva. Tek ostvarenjem sinteze amonijaka (v. Dušik, TE3, str. 494) omogućena je upotreba tih gnojiva u velikom opsegu. Upotreba kalijevih soli kao gnojiva, počela je krajem XIX stoljeća.

Ishrana biljaka

Zelene biljke imaju jedinstvenu sposobnost da putem fotosinteze iz jednostavnih molekula grade složene organske spojeve. Na taj način iz vode i ugljik-dioksida djelovanjem Sunčeve energije nastaju ugljikohidrati. Na tu osnovnu sintezu nadovezuju se kemijski procesi kojima se izgrađuje biljno tkivo. Za to su potrebni mnogi, za biljku hranljivi, kemijski elementi. Prema ulozi u životu i rastu biljaka elementi čine dvije grupe: *nužni elementi*: C, O, H, N, P, K, Ca, S, Fe, Mg, B, Mn, Zn, Cu, Mo, Co i *korisni elementi*: Na, Cl i Si.

Nužni elementi potrebni su biljkama u različitim količinama. Prvih 10 navedenih nužnih elemenata nazivaju se makro-