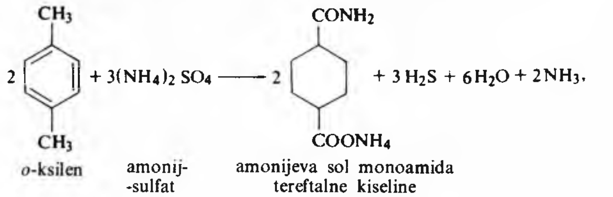
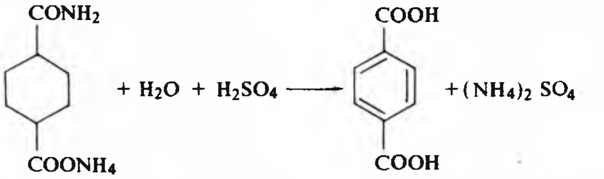
katori i specijalna maziva. Znatna je i potrošnja anhidrida ftalne kiseline u proizvodnji bojila i nekih ftalata.

Tereftalna kiselina, sublimira na 300°C, može se anhidrirati samo tako da pri tome nastaje međumolekularni anhidrid. Inače s alkoholima reagira na sličan način kao i ftalna kiselina, što je također najvažnije za njenu industrijsku upotrebu.

Tereftalna kiselina proizvodi se parcijalnom katalitičkom oksidacijom različitih dialkilbenzena, najčešće *p*-ksilena, u kapljevitoj fazi. Od različitih postupaka koji se za to upotrebljavaju najvažniji su oni koji se zasnivaju na oksidaciji zrakom. Ta oksidacija može se izvesti i s pomoću drugih sredstava. Jedan od takvih postupaka zasniva se na reakcijama



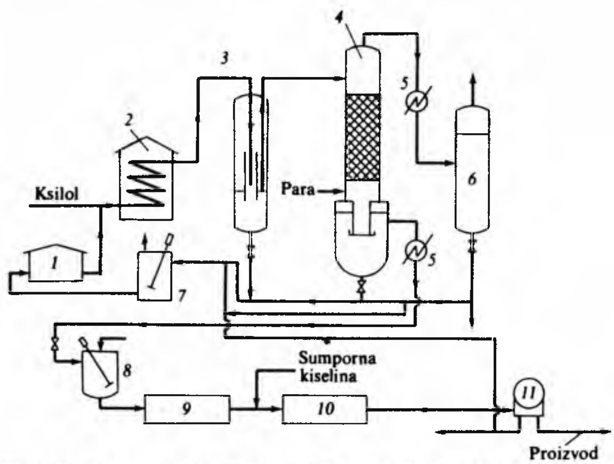
(54)



(55)

Proces se vodi tako da se nakon reakcije (54) otpare nastali sumporovodik i amonijak, pa se sumporovodik odmah oksidira u sulfatnu kiselinu. Jedan dio dobivene sumporne kiseline veže prisutni amonijak u amonij-sulfat, a drugi služi za reakciju (55). Na taj način, u stvari, zrakom potpuno regenerirani amonij-sulfat vraća se u proces (kao prenosilac kisika).

U postupku za proizvodnju tereftalne kiseline (sl. 9) smjesa ksilena i otopine za oksidaciju (koja sadrži i amonij-polisulfid kao katalizator) predgrijava se i tlači u reaktor na ~20 MPa. Proces se izvodi na ~345 °C. Iz produkta koji napušta reaktor otpare se sumporovodik i amonijak u posebnom striperu s pomoću pare i uvode u oksidator. Otpadne se pare nakon oksidacije ekspandiraju uz ukapljivanje vode. Otopina amonijeve soli monoamida tereftalne kiseline koja napušta striper čisti se adsorbensima, filtrira, pa se u filtratu izvodi reakcija (55). Iz dobivene suspenzije tereftalna kiselina izdvaja se centrifugiranjem.



Sl. 9. Shema procesa proizvodnje tereftalne kiseline oksidacijom *p*-ksilola amonij-sulfatom. *1* rezervoar za otopinu amonij-sulfata, *2* predgrijač, *3* reaktor, *4* striper, *5* hladnjaci, *6* oksidator, *7* miješalica za otapanje, *8* adsorber, *9* filtar, *10* hidrolizator, *11* centrifuga

S obzirom da se tereftalna kiselina najviše troši za proizvodnju dimetiltereftalata, najekonomičnija metoda njenog čišćenja jest čišćenje esterifikacijom s metanolom i zatim rektifikacijom. Ako je potrebna čista tereftalna kiselina, ona se lako može dobiti saponifikacijom dimetiltereftalata.

Svjetska proizvodnja tereftalne kiseline vjerojatno je ~500 kt. Osim za proizvodnju dimetiltereftalata velike količine tereftalne kiseline troše se izravno u proizvodnji poliesterskih smola, posebno polietilentereftalata. (Te smole poznate su pod komercijalnim nazivima Dacron, Terylene, Mylar). Znatna je i potrošnja tereftalne kiseline za proizvodnju 1,4-dihidroksimetilcikloheksana (hidrogenacijom), u novije vrijeme također važne sirovine za proizvodnju poliesterskih smola (također esterifikacijom s tereftalnom kiselinom).

I. Bregovec

LIT.: *K. S. Markley*, Fatty acids. Interscience Publ. Inc., New York [2]1960. — *J. D. Roberts* and *M. C. Caserio*, Basic Principles of Organic Chemistry. N. A. Benjamin Inc., New York 1965. — *J. K. Stille*, Industrial Organic Chemistry. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1968. — *C. R. Noller*, Kemija organskih spojeva. Tehnička knjiga, Zagreb 1968. — *I. L. Finnar*, Organic Chemistry. Longman Group Limited, London [6]1973. — *J. Falbe, H. D. Hahn*, Corbonsäure, Aliphatische, i *C. E. Freitag*, Carbonsäure, Aromatische, u djelu Ullmanns Encyklopädie der technischen Chemie. Verlag Chemie, Weinheim, Bd. 9, [4]1975.

I. Bregovec *Ž. Viličić*

KARTOGRAFIJA, znanstvena disciplina o metodama izradbe karata. Izradba karte sastoji se od stvaranja osnove karte (tercijskog dijela) i od grafičkog prikaza te osnove i terena s objektima na njemu (grafičkog dijela). Riječ kartografija nastala je od latinske riječi *charta* i grčke *γράφειν* grafein *crtati, pisati.* Zbog obimnosti i raznolikosti sadržaja kartografija obuhvaća matematičku kartografiju ili kartografske projekcije, opću kartografiju, praktičnu kartografiju, tematsku kartografiju i metakartografiju.

Matematička kartografija uglavnom proučava svojstva kartografskih projekcija i načine konstrukcija kartografskih mreža. Pored toga, upoznaju se načini upotrebe karata, u prvom redu mjerenje duljina, kutova i površina na kartama. Taj dio matematičke kartografije naziva se *kartometrija.* Od matematičke kartografije donekle se odvaja *geodetska kartografija*, u kojoj se proučavaju problemi i zakonitosti projekcije kad se ona primjenjuje za potrebe premjera većeg dijela Zemljine površine (obično države).

Opća kartografija proučava povijest kartografije (karata), elemente sadržaja karata i način njihova prikazivanja (kartografski znaci, ključ), boje u kartografiji, kartografsko uopćenje (generalizacija), automatizaciju u kartografiji, podjelu karata i atlasa i druge kartografske probleme općeg značenja.

Praktična kartografija bavi se primjenom teoretskih principa u sastavljanju i oblikovanju sadržaja karata, počevši od prikupljanja izvornih materijala do umnožavanja karata. Iz tog područja sve se više odvajaju problemi u vezi s umnožavanjem (reprodukcijom) karata.

Tematska kartografija bavi se proučavanjem i prikazivanjem stanja i pojava posebnih tematskih sadržaja, vezanih za neki prostor i vrijeme, a na temelju već gotovog prikaza određenih geografskih elemenata.

U tematskoj kartografiji nalaze svoje mjesto i *specijalne karte* s obzirom na proučavanje i isticanje posebnog, glavnog sadržaja specijalne karte, i na traženje najboljeg odnosa u načinu prikaza specijalnog i ostalog sadržaja karte.

Metakartografija se bavi teoretskim osnovama kartografije kao znanstvene discipline s ciljem da ujedini sve njene dijelove u jednu logičnu cjelinu i odredi joj mjesto u općem spoznajnoteoretskom (gnoseologičnom) sustavu nauka. Metakartografija teoretski razmatra izražajne mogućnosti i jezik karte, i kartografske načine prikazivanja. To je, zapravo, naučavanje o kartografiji.

U kartografiji se od prvih početaka do danas, prilično jasno ocrtavaju tri odjelite etape razvoja.

U prvoj etapi izrađivali su se primitivni crteži bliže okoline za ograničenu upotrebu i kartografski crteži, ako se mogu tako nazvati, šire okoline. To je trajalo sve do spoznaje da je površina Zemlje zakrivljena ploha, kad su se počele primjenjivati kartografske projekcije. Primitivni crteži rađeni su na kori drveta, lišću biljaka i glinenim pločicama. Takva je, npr., glinena pločica koja potječe iz drugog milenija pr. n. e., nađena prilikom iskopavanja grada Ga-Sur, 300 km sjeverno od Babilona.

Iz Mezopotamije potječu još dvije glinene pločice: na jednoj je plan grada Nippura (←IX st.), a na drugoj je prikazan čitav tada poznati svijet (← V st.). U red nešto konkretnijih crteža manjih površina mogli bi se svrstati svi radovi koje su radili *harpedonapti* (mjernici) u Egiptu i *agrimensori* u Rimskom Carstvu. Agrimensor je limitirao (lat. limes *granica*), tj. omeđavao i premjeravao pojedine parcele. Rezultat limitacije gravirao se u duplikatu u mramoru ili bronci. Jedan primjerak tako izrađene *forme*, preteče današnjeg katastarskog plana, pohranjivao se u arhivu u Rimu, a drugi u glavnom gradu provincije ili kolonije. Na temelju tih formi izrađivane su *tabule* (lat. tabula *tabla, ploča, karta*), pregledne karte provincije. *Plinije St.* navodi da je na Martovu polju u Rimu, 7. godine naše ere, bila izložena tabula, isklesana u mramoru, na kojoj je bilo predstavljeno Rimsko Carstvo. Od sveukupnog rada agrimensora sačuvalo se tek nekoliko krhotina.

Kao prve pomorske karte spominju se periplusi (grč. περίπλους periplus *plovidba oko*), iako su to više opisi morskih obala nego grafički prikazi. *Herodot* spominje moreplovca *Skilaksa iz Karijande* kao najpoznatijeg sastavljača periplusa, napisanih od ←VI do ←IV st. Tu su opisane uglavnom obale Sredozemnog i Crnog mora. Periplusi se susreću sve do VI st., a mnogi ih smatraju prilozima za objašnjenje karata koje su se međuvremeno izgubile.

Najpoznatije djelo ove etape, potječe iz doba Rimskog Carstva (druga polovina III st.), koje se do danas sačuvalo jest *Tabula Peutingeriana*, nazvana prema njemačkom humanisti Konradu Peutingeru. Na karti je prikazan cijeli tada poznati svijet. Karta je sastavljena od 11 slijepljenih pergamentnih listova, dugačka je 682cm, a široka 34cm. Na karti su prikazani i naši krajevi. Posebnom pažnjom prikazani su putovi, naseljena mjesta i njihove međusobne udaljenosti u miljama. Ta se karta može smatrati pretečom današnjih putnih (automobilskih) karata.

Vrhunski domet u toj etapi jesu karte koje prikazuju čitav svijet, ali nemaju nikakve matematičke osnove, i ostaju, dakle, u dometu kartografskih crteža. To su vrijedne spomena karte *Kozmasa Indikopleustesa* iz VI st., *Beutova* iz 776. g., *Hersfordska* iz 1260. g. i arapskog učenjaka *El-Idrisija*. Njegove su najpoznatije karte *Tabula rotunda*, *Tabula itineraria Edrisiana* (1161) i *četverokutna karta* na 73 lista.

Najveća zasluga El-Idrisija, kao istaknutog predstavnika arapske ili islamske kartografije, jest u tome što su se kroz njegova djela sačuvala mnoga antička dostignuća, važna za evropsku znanost, a u prvom redu *Ptolomejeva djela*, što je bilo presudno za razvoj dalje kartografske djelatnosti.

U toj su etapi još interesantne pomorske karte, koje nastaju usavršavanjem periplusa, a nazivaju se *portolani* (tal. portolani *pilot*, koji vodi brodove) ili kompasne karte. Iako nemaju mreže meridijana i paralela, odlikuju se dotad nepoznatom točnošću. Najstarija takva pomorska karta jest portolan koji je izradio Đenovljanin P. Visconte 1311. godine. Poznata je još *Pizanska karta*, za koju se smatra da je izrađena još prije portolana P. Viscontea, negdje oko 1300. godine. Tek u XVI st. portolani imaju mrežu meridijana i paralela. Ta mreža nije bila osnova za izradbu portolana, već se ucrtavala na gotove karte tako da mreža i sadržaj karte nisu imali odgovarajuću matematičku vezu, ali su ipak mogli poslužiti za približnu orijentaciju. Za portolane je karakteristično da su na njima ucrtani kompasni pravci u obliku *ruže vjetrova*, na kojima su bili i naznačeni kompasni pravci, odnosno magnetski azimuti.

Posebna vrsta portolanskih karata izrađena je za plovidbu do otoka i oko njih, koje su poznate pod nazivom *isolario* (tal. isola *otok*). Najstarija takva karta potječe iz 1420. godine.

Druga etapa u povijesti kartografije počinje sa spoznajom da je Zemlja oblika kugle. Vremenski to počinje već u starom vijeku, a završava pojavom prvih atlasa, početkom XVII st. Prema zapisima Eratostena iz Kirene (←275—←194), prvu kartu tada poznatog svijeta (οἰκουμένη oikumene *naseljena Zemlja*) izradio je *Anaksimandar iz Mileta* (←610—←546), koju je popravio njegov sljedbenik *Hekatej iz Mileta* (←560—←499). *Herodot* (←484—←424), rodom iz grada Halikarnasa, nazvan ocem povijesti, govori o mnoštvu karata toga doba. Mišljenje da je Zemlja kugla utvrđuje se među učenicima *Pitagore* (oko ←582— oko ←496), koje zastupa nešto kasnije i *Aristotel* (←384—←322); on ujedno smatra da je središte svemira Zemlja, kao nepokretna, savršenog oblika, kugla. Aristotel navodi za duljinu meridijana 400000 stadija, odnosno 63200km.

Eratosten iz Kirene određuje i duljinu meridijana znatno točnije; po njemu ona iznosi 252000 stadija ili 39186km, što je veoma blizu stvarnoj vrijednosti. Drugo važno Eratostenovo djelo jest njegova *Geografija* (izraz geografija tada se prvi put spominje), gdje se pored opisa tada poznatog dijela kopna prilaže i karta na kojoj se po prvi put nalazi mreža meridijana i paralela u cilindričnoj projekciji. To je, dakle, karta već u pravom smislu te riječi.

Najuvjerljiviji dokaz o shvaćanju da je Zemlja okrugla predstavlja izradba prvog globusa, koju ostvaruje *Krates iz Mallosa* ← 150. godine.

Važniji su zatim radovi *Hiparha* (← III st.), koji je prvi primijenio stereografsku projekciju za izradbu svoje geografske karte. Tu istu projekciju primijenio je već u drugoj polovini ← VII st. *Tales iz Mileta*, za kartu nebeskog svoda. Poslije toga dolaze djela *Marina iz Tira* u II st. kojim se u znatnoj mjeri koristio aleksandrijski matematičar *Klaudije Ptolemej* (90—168. g.) za svoju *Geografiju*. To je najvažnije djelo onoga doba, a sadrži 8 knjiga. U prvoj knjizi raspravljaju se teoretska pitanja: data je definicija geografije, predmet i način proučavanja ove znanosti, opisan je način sastavljanja i čitanja karata, posvećena je velika pažnja određivanju dimenzija naseljene Zemlje i u zaključku su predložene dvije nove kartografske projekcije. Obje ove projekcije zadržale su se u primjeni do današnjeg dana; jedna pod nazivom *Ptolemejeva konusna ekvidistantna projekcija*, a druga kao *Ptolemejeva ekvivalentna pseudokonusna projekcija*. Glavna svojstva ove druge projekcije potpuno je usvojio kasnije (1752) francuski geograf Bonne. Istodobno je Ptolemej opisao i pokazao način konstrukcije meridijana i paralela za cilindričnu, stereografsku i ortografsku projekciju, koje su već ranije bile poznate. Stereografsku i ortografsku projekciju Ptolemej je opisao u posebnim raspravama i nisu ušle u *Geografiju*. Posljednja, osma knjiga daje pregled cjelokupnog prethodnog gradiva, koje je namijenjeno izradbi 27 karata, od kojih je jedna karta svijeta.

Iako je između Ptolemejeva doba i pojave tiskare (Johann Gutenberg, 1440) prošlo gotovo 13 stoljeća u kartografskoj djelatnosti, ali kad je riječ o pravilnom shvaćanju o obliku i veličini Zemlje, o načinu prikaza stanja i pojava na njenoj površini, ništa se bitno nije unaprijedilo. Naprotiv, otišlo se korak unazad.

Pojavom tiskare prestaje ručno prepisivanje i crtanje, pa se počinje s tiskanjem Ptolemejeve *Geografije*. Prvo izdanje pojavljuje se u Vicenzi 1475, a drugo 1478. u Rimu. Do kraja XVI st. ovo je djelo objavljeno u 40 izdanja, iako se već sredinom XV st. pojavljuje karta svijeta od *Fra Mauroa*, koja u mnogim izvornim podacima nadmašuje Ptolemejeve karte. Ne treba zaboraviti dostignuća i mogućnosti koje dijele vremenska razdoblja ovih dvaju stvaralaca u kartografskoj djelatnosti. Na kraju XV st. *Martin Behaim* (oko 1436—1507) u Nürnbergu 1492. izrađuje prvi globus srednjeg vijeka. Iste godine *K. Kolumbo* otkriva Ameriku. Prva tiskana karta, na kojoj su bile jasno označene obale Novog svijeta i Afrike, potječe iz 1508. godine. To je bila *Nova opća karta ispitanog svijeta* od Holanđanina Johana Ruyscha, stavljena u jedno od izdanja Ptolemejeve Geografije.

Na kraju ove etape kartografija dostiže najveći svoj domet u radovima Mercatora.

Abraham Ortelius (1527—1598) tiska svoju zbirku karata, *Theatrum Orbis Terrarum*, 1570. godine.

Mercator (Gerhard Kremer-Mercator, 1512—1594) nije dočekao tiskanje svojeg *atlasa*; to je učinio njegov sin 1595. u Duisburgu poslije njegove smrti. Mercator uvodi naziv *atlas* i poznatu *Mercatorovu konformnu cilindričnu projekciju*. On je najpoznatije ime u povijesti kartografije srednjeg vijeka. Atlasi Orteliusa i Mercatora tiskani su u više izdanja i na više mjesta. Izdanje Mercatorova atlasa iz 1663. ima 250 dvostranih karata i 684 stranice teksta. S tim radovima završava se druga etapa kartografske djelatnosti.

Treća etapa u povijesti kartografije započinje izradbom topografskih karata dobivenih premjerom zemljišta. Osnova premjeru je triangulacija (W. Snellius, 1615) i astronomsko određivanje geografske duljine i širine, kao i duljine luka meridijana.

J. Picard i Ph. de La Hire određuju atsronomski čitav niz točaka, na osnovi kojih Francuska akademija znanosti izdaje kartu Francuske 1682. godine.

Od prvih karata, izrađenih na osnovi premjera zemljišta najvažnija je *Carte geometrique de la France*, koju je započeo francuski učenjak Cesar François Cassini (1714—1784), a završio njegov sin Dominique Cassini (1748—1845). Karta je u mjerilu 1:86400, na 182 lista, a upotrebljava se tek od 1815. godine.

Osim izrazito kartografskih stručnjaka u XVIII i XIX stoljeću, problemom preslikavanja Zemljine površine na ravnini bavili su se mnogi stručnjaci, uglavnom matematičari, kao npr. L. Euler (1707—1783), J. H. Lambert (1728—1777) i J. L. Lagrange (1736—1813).

U kartografiji su posebno važni radovi njemačkog učenjaka *Gaussa* (Karl Friedrich Gauss, 1777—1855), koji je riješio problem konformnog preslikavanja matematički određene plohe na drugu. To djelo pod naslovom *Die allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Teile einer gegebener Fläche so abzubilden, dass die Abbildung den Abgebildeten in den kleinsten Teilen, ähnlich wird* nagradila je 1822. g. Akademija znanosti u Kopenhagenu posebnom nagradom.

To opće rješenje primjenjuje Gauss prilikom računanja hanoverske triangulacije. Taj način preračunavanja koordinata točaka s površine Zemljina elipsoida na ravninu prihvaćen je od većine država u svijetu, pa je usvojen 1924. i u premjeru naše države.

Pri kraju XIX st. objavljuje francuski geograf *Tissot* (Nicolas Auguste Tissot, 1824—1897) svoje djelo *Memoire sur la representation des surface et les projections des cartes geographiques*, koje se smatra temeljem onog dijela matematičke kartografije koji se bavi proučavanjem deformacija koje nastaju u preslikavanju zakrivljene Zemljine površine na ravninu.

Uvode se i velike novine u prikazivanju zemljišnih oblika. Tako *Samuel Cruquius* (1678—1754) uvodi *izobate* (1729), a *Millet de Mureau* uz snimljene točke stavlja i *kotu*, tj. broj koji označuje njihovu nadmorsku visinu. Francuz *du Carla* (1738—1816) crta prvu kartu s *izohipsama* 1777, što primjenjuje po prvi put 1791. u izradbi karte Francuske *Y. L. Dupain-Friel* (1722—1805). Za mjerenje duljina uvodi se 1799. u Francuskoj metarski sustav.

Nijemac Johann Georg Lehmann uvodi 1799. primjenu *šrafiranja* za visinsko prikazivanje zemljišta, što se naročito primjenjuje na kartama austrijskih i njemačkih zemalja.

Nastupa doba kada je kartografska djelatnost u punom zamahu, pa se ne može pratiti kratkim prikazom pojedinačnih djela, pa ni kratkim prikazom te djelatnosti u pojedinim državama.

Godine 1891. na petom međunarodnom kongresu geografa u Berlinu predložio je A. Penk izradbu jedinstvene karte svijeta u mjerilu 1:1000000. Danas je završeno više listova te karte, pa bi se moglo reći da je pred završetkom.

Poslije ujedinjenja jugoslavenskih zemalja 1920. formiran je Vojnogeografski institut u Beogradu, gdje je do drugoga svjetskoga rata izrađena karta u mjerilu 1:100000 na 197 listova i pregledna karta u mjerilu 1:500000 na 6 listova.

Započet je rad na kartama u mjerilu 1:25000 i 1:200000. U tom vremenskom razdoblju osnovan je 1922. Hidrografski ured u Tivtu koji prerasta u Hidrografski institut ratne mornarice u Splitu (1923).

Poslije drugoga svjetskog rata obnovljen je Vojnogeografski institut u Beogradu, kojemu je djelatnost na razini sličnih institucija u svijetu. Pored Vojnogeografskog instituta, kartografskom djelatnošću bavi se i Hidrografski institut ratne mornarice u Splitu te više civilnih ustanova u Beogradu, Zagrebu i Ljubljani.

MATEMATIČKA KARTOGRAFIJA

Matematička kartografija obuhvaća matematičke metode za obradu kartografskih i geografskih podataka. Prvenstveno su to geometrijski odnosi između elemenata na površini Zemlje (elipsoida) i slika tih elemenata na plohama na koje se preslikava površina Zemlje.

Opća teorija kartografskih projekcija

Između dviju metamatički određenih površina mogu postojati različiti odnosi. Ako se jedna površina želi prikazati na drugoj, tj. ako se neki elementi (točke, pravci itd.) s jedne površine žele prikazati na drugoj, onda se prva površina naziva original, a druga njenom predodžbom (prikazom) ili slikom (projekcijom). U kartografiji je osobito važan odnos površine Zemljinog i Mjesečevog elipsoida ili kugle prema ravnini, tj. kako će se elipsoid ili kugla preslikati (projicirati) na ravninu.

Točke su na površini Zemljinog elipsoida određene geografskim koordinatama φ i λ, a u ravnini pravokutnim koordinatama x i y. Zadatak je kartografskog projiciranja da se za točke s geografskim koordinatama φ i λ na elipsoidu nađu odgovarajuće pravokutne koordinate x i y na ravnini, tj. da se nađe funkcionalna veza između tih koordinata. Analitički je to definirano ovim izrazima:

$$x = f_1(\varphi, \lambda) \tag{1}$$

$$y = f_2(\varphi, \lambda), \tag{2}$$

gdje su f_1 i f_2 neprekidne funkcije, o obliku kojih ovise svojstva projekcije.

Očevidno je da tih projekcija može da bude vrlo mnogo, tj. vrlo mnogo načina preslikavanja; svaki od tih načina naziva se *kartografskom projekcijom.* Mnogi poznati matematičari i geodeti, od XVI stoljeća do danas, posvetili su znatan dio svog rada traženju što povoljnijih projekcija, tj. takvih funkcija, f_1 i f_2, pomoću kojih se dobiva što vjernija slika zakrivljene Zemljine površine u ravnini.

Linearni modul i linearna deformacija. *Linearni modul* (mjerilo) jest granični iznos (limes) odnosa između beskonačno male dužine na ravnini projekcije i njoj odgovarajuće beskonačno male dužine na površini Zemljinog elipsoida (kugle), kad nazivnik tog razlomka teži nuli, tj.

$$c = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta s}, \tag{3}$$

odnosno

$$c = \frac{dS}{ds}, \tag{4}$$

gdje je c linearni modul (mjerilo), dS beskonačno mala dužina u ravnini projekcije, a ds beskonačno mala dužina na površini Zemljinog elipsoida (kugle).

Ako se uzme da je linearni modul u nekoj točki na ravnini projekcije (karti) jednak jedinici, a što je samo u izuzetnim slučajevima, onda je $dS = ds$. Dakle, beskonačno mala dužina na ravnini projekcije jednaka je beskonačno maloj dužini na elipsoidu, pa se kaže da u toj točki nema linearne deformacije.

Ako se linearni modul razlikuje od jedinice, tj. $dS \neq ds$, onda se razlika $d_c = c - 1$ naziva *linearna deformacija.*

Opća formula za računanje linearnog modula glasi

$$c^2 = \frac{E}{M^2}\cos^2\alpha + \frac{F}{Mr}\sin 2\alpha + \frac{G}{r^2}\sin^2\alpha, \tag{5a}$$

ili

$$c^2 = P\cos^2\alpha + Q\sin 2\alpha + R\sin^2\alpha. \tag{5b}$$

Pojedine oznake u ovim formulama imaju ova značenja:

$$P = \frac{E}{M^2};\ Q = \frac{F}{Mr};\ R = \frac{G}{r^2};\ M = \frac{a^2(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}};$$

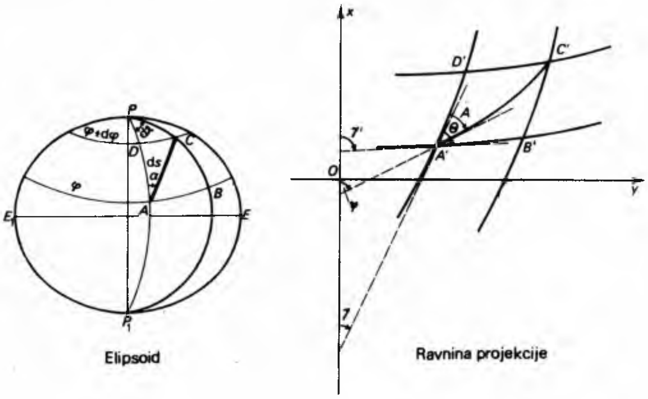
$$N = \frac{a}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}};\ E = \left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right)^2;$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial\varphi}\frac{\partial x}{\partial\lambda} + \frac{\partial y}{\partial\varphi}\frac{\partial y}{\partial\lambda};\ G = \left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)^2,$$

gdje su E, F i G poznate Gaussove oznake, M polumjer krivine meridijana, N polumjer krivine prvog vertikala, r polumjer paralele, a α azimut linearnog elementa na elipsoidu, koji je određen izrazom:

$$\tan\alpha = \frac{r\,d\lambda}{M\,d\varphi}. \tag{6}$$

Odnos elemenata na elipsoidu i ravnini projekcije. U osnovnoj formuli za linearni modul pored veličina P, Q i R, koje ovise o položaju točke, nalaze se i funkcije kuta α, pa je očito da linearni modul ne ovisi samo o položaju točke, nego i o azimutu α linearnog elementa ds (sl. 1). Odatle slijedi da će promjenom azimuta u nekoj točki linearni modul imati različite iznose i da će jedan od njih biti najmanji, a neki drugi najveći.



Sl. 1. Odnos elemenata na elipsoidu i ravnini projekcije

Istražujući ekstremne vrijednosti izraza za linearni modul, može se utvrditi da u svakoj točki na površini elipsoida (kugle) postoje dva međusobno okomita pravca uzduž kojih linearni modul ima ekstremne vrijednosti. To su *glavni pravci.* Svojstvo je glavnih pravaca da su međusobno okomiti i u ravnini projekcije.

U proučavanju deformacija na karti, važno je znati linearne module u smjeru meridijana i paralela.

Da bi se dobio linearni modul u smjeru meridijana, potrebno je staviti u opći izraz za linearni modul da je $\alpha = 0$; tada je

$$c^2 = \frac{E}{M^2} = m^2; \qquad m = \frac{\sqrt{E}}{M} \tag{7a}$$

gdje je m linearni modul u smjeru meridijana.

Stavi li se da je $\alpha = 90°$, dobit će se linearni modul u smjeru paralela:

$$c^2 = \frac{G}{r^2} = n^2; \qquad n = \frac{\sqrt{G}}{r}, \tag{7b}$$

gdje je n linearni modul (mjerilo) u smjeru paralele.

Izokole su geometrijska mjesta točaka (linije) na karti u kojima su linearni moduli jednaki, odnosno u kojima su iste linearne deformacije.

Površinski modul (površinsko mjerilo) jest odnos između neke beskonačno male površine u ravnini projekcije i njoj odgovarajuće površine na Zemljinom elipsoidu (kugli),

$$p = \frac{dP}{dp}, \tag{8}$$

gdje je p površinski modul (površinsko mjerilo), dP beskonačno mala površina na ravnini projekcije, a dp beskonačno mala površina na Zemljinom elipsoidu.

Kako je u projekcijama, koje zadržavaju jednakost površina, odnos $dP{:}dp = 1$, naime,

$$p = \frac{dP}{dp} = 1, \tag{9}$$

to se razlika između površinskog modula p i jedinice zove *deformacijom površina* i označava sa d_p, pa je tada

$$d_p = p - 1. \tag{10}$$

Opći izraz za površinski modul obično se daje u ovome obliku:

$$p = mn\sin\Theta, \tag{11}$$

gdje je p površinski modul, m mjerilo u smjeru meridijana, n mjerilo u smjeru paralela, a Θ kut između meridijana i paralela u projekciji.

Deformacija kuta je razlika između kuta u ravnini projekcije i kuta na površini Zemljinog elipsoida:

$$d_k = A - \alpha, \tag{12}$$

gdje je d_k deformacija kuta, α kut na Zemljinom elipsoidu, a A kut na ravnini projekcije. Izraz kojim je određen odnos između kuta u ravnini i kuta na površini elipsoida, obično je u obliku:

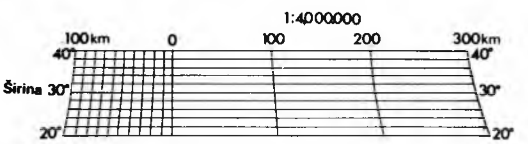
$$\cot A = \frac{Er\cot\alpha}{MH} + \frac{F}{H}, \tag{13}$$

gdje je

$$H = \frac{\partial x}{\partial\varphi}\frac{\partial y}{\partial\lambda} - \frac{\partial x}{\partial\lambda}\frac{\partial y}{\partial\varphi}, \tag{14}$$

a ostale su oznake već navedene.

Glavno i mjesno mjerilo. Da bi se mogao prikazati na karti i manji dio Zemljine površine, mora se on smanjivati do prihvatljivih dimenzija. Odnos iznosa smanjenih, prikazanih veličina prema njihovim stvarnim iznosima naziva se *glavnim mjerilom* ili samo *mjerilom*. Glavno mjerilo obično je napisano na kartama u obliku naznačenog dijeljenja, npr. 1:100000, gdje nazivnik ili divizor naznačenog dijeljenja pokazuje za koliko puta je smanjeno prikazano područje. Ali i tako umanjen Zemljin elipsoid (kugla) ne može se razviti na ravninu bez deformacija, koje su u različnim točkama različite. Prema tome će i mjerila u različitim točkama biti različita i ta se mjerila nazivaju *mjesnim* (lokalnim). Odatle slijedi da glavno mjerilo ne određuje točan odnos iznosa veličina na karti i iznosa odgovarajućih veličina na površini Zemljinog elipsoida. Da bi karte, pogotovo sitnih mjerila, što bolje mogle služiti pri kartometrijskim radovima, pored glavnog mjerila ucrta se u obliku nomograma mjesno mjerilo, koje bi se moglo nazvati *razmjernik mjesnih mjerila* (sl. 2).



Sl. 2. Razmjernik mjesnih mjerila u cilindričnim projekcijama

Mjesno je mjerilo

$$M_t = \frac{dS_t}{ds}, \tag{15}$$

gdje je dS_t beskonačno mala linearna veličina u nekoj točki na karti, a ds beskonačno mala linearna veličina na površini Zemljinog elipsoida. Dijeljenjem gornje jednakosti s glavnim mjerilom M dobiva se

$$\frac{M_t}{M} = \frac{dS_t}{M\,ds}. \tag{16}$$

Desna strana ovog izraza zapravo je linearni modul izražen u glavnom mjerilu M, pa slijedi:

$$\frac{M_t}{M} = c, \qquad M_t = cM. \tag{17}$$

Iz toga slijedi zaključak da je *mjesno mjerilo u nekoj točki na karti jednako umnošku linearnog modula u toj točki i glavnog mjerila.* U kartometrijskim radovima, kad se pomoću karte određuju duljine, kutovi i površine, osobito je važno mjesno mjerilo. Glavno mjerilo samo približno određuje odnose između iznosa pojedinih veličina na karti i na Zemljinom elipsoidu, a zatim i na fizičkoj površini Zemlje.

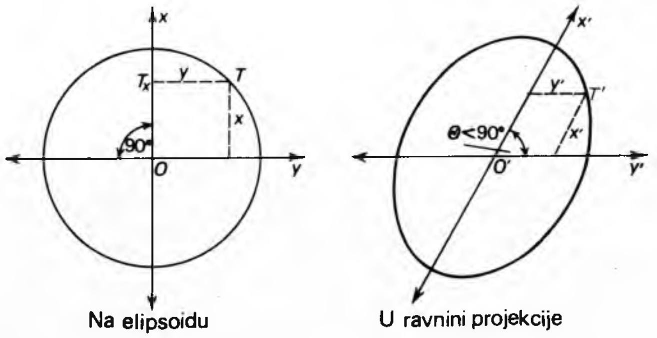
Elipsa deformacija ili Tissotova indikatrisa

Na površini elipsoida postavlja se pravokutna koordinatna mreža, tako da je os y paralelna s paralelom, a os x se podudara s meridijanom (osi x i y tangiraju meridijan, odnosno paralelu).

Za beskonačno mali krug na površini elipsoida pretpostavlja se da nije zakrivljen i da mu je polumjer jednak jedinici. Tada jednadžba njegove kružnice glasi (sl. 3):

$$x^2 + y^2 = 1. \tag{18}$$

Točka T na kružnici ima pravokutne koordinate x i y.



Sl. 3. Preslikavanje kružnice na elipsoidu u ravninu

U ravnini na koju se preslikava elipsoid osi su pravci x' i y', koji se sijeku u točki O', pod kutom različitim od 90°. Ti se pravci uzimaju za osi kosokutnog koodinatnog sustava u kome je točka T', kao projekcija točke T, određena kosokutnim koordinatama x' i y'.

Kako se pretpostavlja da se osi x i y podudaraju s pravcima meridijana i paralela tangirajući ih, a označujući linearni modul u smjeru meridijana sa m, a u smjeru paralela sa n, može se pisati:

$$\frac{x'}{x} = m, \qquad \frac{y'}{y} = n, \tag{19}$$

ili

$$\frac{x'}{m} = x, \qquad \frac{y'}{n} = y. \tag{20}$$

Uvrste li se ovi izrazi u jednadžbu kružnice, dobiva se:

$$\left(\frac{x'}{m}\right)^2 + \left(\frac{y'}{n}\right)^2 = 1. \tag{21}$$

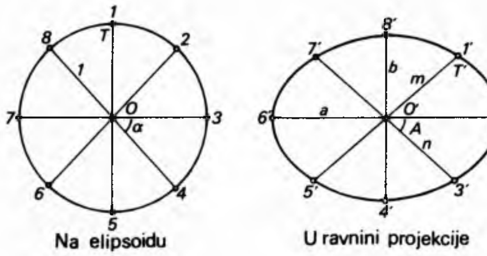
Taj je izraz jednadžba elipse i na osnovi toga slijedi vrlo važan zaključak: *Svaka beskonačno mala kružnica konstruirana na površini Zemljinog elipsoida preslikava se u bilo kojoj projekciji, općenito uzevši, kao elipsa.* Pri tome se dva, bilo koja, uzajamno okomita promjera kružnice preslikavaju kao konjugirani promjeri elipse.

Ako se za koordinatne osi uzmu dva međusobno okomita promjera, koji se podudaraju s glavnim pravcima u središtu beskonačno male kružnice, onda će prema svojstvu glavnih pravaca ta dva promjera i u ravnini ostati međusobno okomita. Iz analitičke je geometrije poznato da elipsa ima samo jedan par konjugiranih (spregnutih) promjera koji su međusobno okomiti, a to su osi elipse kojoj jednadžba glasi:

$$\left(\frac{x'}{a}\right)^2 + \left(\frac{y'}{b}\right)^2 = 1. \tag{22}$$

Budući da je ova beskonačno mala elipsa projekcija beskonačno male kružnice, kojoj je polumjer jedinica, onda će spregnuti polumjeri, odnosno poluosi ove elipse, pokazivati za koliko su se promijenili polumjeri u glavnim smjerovima beskonačno male kružnice pri preslikavanju na ravninu. Stoga se ova elipsa naziva elipsom deformacija ili Tissotovom indikatrisom. Ta bi se elipsa mogla nazvati elipsom pokazateljicom, jer ona pokazuje kako se mijenja linearno mjerilo oko jedne točke u različitim pravcima (sl. 4).

Pretpostavi li se da se beskonačno mali polumjer $\overline{OT}$ na elipsoidu okreće u smjeru kretanja kazaljke na satu, tako da točka T počevši od položaja 1 do 8 opiše kružnicu, njena će projekcija T' istodobno proći kroz položaje $1'$ do $8'$ opisujući elipsu.



Sl. 4. Tissotova indikatrisa

Ako je polumjer te beskonačno male kružnice jednak jedinici, onda će zrake elipse deformacije biti linearni moduli u odgovarajućim pravcima.

Pretpostavi li se da pravac meridijana ide kroz točke $O1$, a pravac paralele kroz točke $O3$, tada će udaljenost $\overline{O'1'}$ u projekciji biti linearni modul u smjeru meridijana m u točki O, a udaljenost $\overline{O'3'}$ u projekciji bit će linearni modul u smjeru paralele n u točki O.

Ako se ova elipsa konstruira u više točaka, može se zaključiti o linearnim modulima, odnosno deformacijama u različitim točkama projekcije. Ako se konstruira u istim točkama na različitim kartama, izrađenim u različnim projekcijama, dobiju se najočigledniji podaci o svojstvima svake pojedine projekcije.

Elipsa deformacija najlakše se konstruira ako su poznate njene osi, a to su linearni moduli u smjeru glavnih pravaca. Međutim, obično je mnogo lakše odrediti linearne module u smjeru meridijana i paralela i tada izračunati linearne module u smjeru glavnih pravaca, prema ovim formulama:

$$a + b = \sqrt{m^2 + n^2 + 2mn\sin\Theta} = P; \tag{23}$$

$$a - b = \sqrt{m^2 + n^2 - 2mn\sin\Theta} = Q, \tag{24}$$

a odatle je:

$$a = \frac{P+Q}{2}; \quad b = \frac{P-Q}{2}. \tag{25}$$

Ti se izrazi dobivaju primjenom prvoga i drugoga Apolonijeva poučka, poznatih iz analitičke geometrije, prema kojima je:

$$a^2 + b^2 = m^2 + n^2; \quad ab = mn\sin\Theta. \tag{26}$$

Isto kako, ako su poznati linearni moduli u glavnim pravcima a i b, može se izračunati linearni modul u bilo kojem smjeru, prema ovim formulama:

$$c = \sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\sin^2\alpha}; \quad \frac{1}{c} = \sqrt{\frac{1}{a^2}\cos^2 A + \frac{1}{b^2}\sin^2 A}. \tag{27}$$

U tim izrazima α je kut koji zatvara polumjer kružnice na elipsoidu s glavnim pravcem i kojemu odgovara kut A u ravnini projekcije.

Klasifikacija kartografskih projekcija

Kartografskih projekcija može biti vrlo mnogo, pa se mogu svrstati u grupe polazeći od svojstava preslikavanja s obzirom na deformacije i od izgleda meridijana i paralela normalne kartografske mreže.

Projekcije s obzirom na svojstva preslikavanja mogu biti konformne (ortomorfne, izogonalne) ili istokutne, ekvivalentne (homalografske) ili istopovršinske, ekvidistantne ili istodužinske, ali samo u određenom smjeru, i uvjetne. U novije vrijeme primjenjuju se i projekcije s malim deformacijama kutova između konformnih i ekvidistantnih projekcija i projekcije s malim deformacijama površina između ekvivalentnih i ekvidistantnih projekcija.

Konformne ili istokutne projekcije zadržavaju sličnost beskonačno malih geometrijskih figura, a to znači da u njima ne postoji deformacija kutova i da linearni modul u datoj točki ne ovisi o smjeru linearnog elementa ds, odnosno o kutu α. Linearni modul se mijenja samo pri prijelazu od jedne točke do druge. U ovim projekcijama, dakle, postoje slijedeći odnosi:

$$c = a = b = m = n; \quad \alpha = A. \tag{28}$$

Da bi bio ispunjen uvjet o jednakosti kutova ($\alpha = A$), prema izrazu koji određuje odnos između kuta na elipsoidu i na ravnini projekcije, mora biti:

$$F = 0; \quad \frac{Er}{MH} = 1. \tag{29}$$

U tim izrazima sve su oznake već objašnjene, a odatle nakon jednostavnih algebarskih operacija slijedi:

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = \pm \frac{r}{M}\frac{\partial y}{\partial \varphi}; \quad \frac{\partial y}{\partial \lambda} = \pm \frac{r}{M}\frac{\partial x}{\partial \varphi}. \tag{30}$$

To su poznate Cauchy-Riemannove diferencijalne jednadžbe. Postojanje tih jednadžbi jest potreban i dovoljan uvjet za konformno preslikavanje.

Ekvivalentne ili istopovršinske projekcije jesu one koje zadržavaju jednakost ili konstantan odnos površina u ravnini (kako beskonačno malih tako i određenih veličina) i odgovarajućih im površina na Zemljinom elipsoidu.

U ekvivalentnim projekcijama površinski modul je konstantna veličina,

$$p = ab = mn\sin\Theta = k, \tag{31}$$

a zbog jednostavnosti se uzima da je jednak jedinici, $k = 1$.

Ekvidistantne projekcije su one koje zadržavaju jednakost duljina ali *samo u određenom smjeru*. U tim je projekcijama linearni modul uzduž nekog (ali samo jednog) po volji odabranog smjera jednak jedinici. Obično se uzima da je linearni modul u smjeru meridijana jednak jedinici, $m = 1$, a rjeđe da je $n = 1$.

Uvjetne projekcije su sve one koje ne spadaju ni u jednu od ovih triju spomenutih grupa. Osnovne formule za ove projekcije izvode se pod posebno odabranim uvjetima. Te se projekcije najčešće primjenjuju u rješavanju nekih praktičnih zadataka i prilikom kartiranja velikih dijelova Zemljine površine, kao i cijelog svijeta.

Projekcije prema izgledu meridijana i paralela normalne mreže. Prikaz neke koordinatne mreže s elipsoida (kugle) s najjednostavnijim koordinatnim linijama u danoj projekciji naziva se *normalnom kartografskom mrežom.* Prikaz geografske mreže (meridijani i paralele) u ravnini projekcije naziva se *osnovnom kartografskom mrežom.*

U praktičnoj primjeni kartografskih projekcija najvažniji je prikaz osnovne kartografske mreže. Rjeđe se za tvorbu mreže upotrebljavaju almukantarati (geometrijska mjesta točaka, kojima su zenitne daljine jednake) i vertikali (geometrijska mjesta točaka, kojima su azimuti jednaki).

Prema izgledu meridijana i paralela normalne kartografske mreže, odnosno prema pomoćnoj plohi koja služi za prijelaz sa zakrivljene površine elipsoida (kugle) na ravninu, projekcije mogu biti konusne, cilindrične, perspektivne, azimutne, pseudokonusne, pseudocilindrične, polikonusne i kružne.

Konusne projekcije su one u kojima su meridijani preslikani kao pravci koji se sijeku u jednoj točki, pod kutovima proporcionalnim razlici njihovih geografskih duljina, a paralele kao lukovi koncentričnih krugova sa središtem u presjeku meridijana.

Cilindrične projekcije su one u kojima su meridijani preslikani kao paralelni pravci na razmaku proporcionalnom odgovarajućim razlikama geografskih duljina, a paralele također kao pravci okomiti na pravce meridijana, a na razmaku koji ovisi o uvjetu preslikavanja.

Azimutne projekcije su one u kojima su paralele preslikane kao koncentrični krugovi, a meridijani kao pravci koji se sijeku u zajedničkom središtu paralela pod kutovima koji su jednaki odgovarajućim razlikama njihovih geografskih duljina.

Perspektivne projekcije su poseban slučaj azimutnih projekcija; u njima je izgled meridijana i paralela različit i ovisi o više uvjeta koji će biti razmatrani posebno svaki za sebe.

Pseudokonusne projekcije su one u kojima su paralele preslikane kao lukovi koncentričnih krugova, a meridijani kao krivulje koje su simetrične s obzirom na srednji meridijan koji se jedini preslikava kao pravac.

Pseudocilindrične projekcije su one u kojima su paralele preslikane kao paralelni pravci, a meridijani kao krivulje koje su simetrične s obzirom na srednji meridijan, a on se jedini preslikava kao pravac.

Polikonusne projekcije su one u kojima su paralele preslikane kao lukovi ekscentričnih kružnica, a meridijani kao krivulje, simetrične s obzirom na srednji meridijan koji se preslikava kao pravac na kojem se nalaze središta lukova paralela.

Kružne projekcije su one u kojima su meridijani i paralele preslikani kao krugovi.

Nužno je spomenuti još *poliedarsku projekciju*, u kojoj su meridijani i paralele preslikani kao ispruženi i nedeformirani lukovi.

Preslikavanje površine Zemljinog elipsoida na kuglu

Površina elipsoida može se preslikati na površinu kugle na različite načine, odnosno uz različite uvjete. U matematičkoj kartografiji obično se razmatra preslikavanje elipsoida na kuglu uz uvjete konformnosti, ekvivalentnosti ili ekvidistantnosti (u smjeru meridijana).

Konformno preslikavanje elipsoida na kuglu primjenjuje se u dvostrukim projekcijama gdje se elipsoid najprije preslikava na kuglu, a zatim kugla na ravninu. Gotovo redovno primjenjuje se preslikavanje uz što manje deformacije dužina, na način koji je predložio Gauss.

Tri su uvjeta takvog preslikavanja: preslikavanje mora biti konformno, paralele s elipsoida treba preslikati kao paralele na kugli, a linearni modul, na jednoj po volji odabranoj paraleli sa širinom φ_0, treba da bude jednak jedinici, odnosno linearna deformacija jednaka nuli. Za širinu te paralele obično se uzima srednja geografska širina područja preslikavanja. Na ostalom području linearne deformacije treba da budu što manje i smiju ovisiti samo o članovima treće potencije linearnog modula, kad se izraz za linearni modul razvije u Taylorov red po potencijama od $\Delta\varphi$.

Prema prvom uvjetu konformnosti slijedi da linearni moduli u svim smjerovima moraju biti jednaki, dakle, $c = m = n = a = b$. Oznake u tom izrazu imaju ista, već poznata značenja.

Prema drugom uvjetu mogu se napisati opći izrazi za preslikavanje elipsoida na kuglu u ovom obliku

$$\lambda' = k\lambda; \qquad \varphi' = f(\varphi), \tag{32}$$

gdje su φ', λ' geografske koordinate na kugli, φ, λ geografske koordinate na elipsoidu, a k je konstanta koja određuje odnos meridijana na elipsoidu i na kugli, te f konačna i neprekidna funkcija za zadano područje, koja se određuje iz uvjeta konformnosti.

Prema usvojenim oznakama, linearni moduli u smjeru meridijana m i paralela n određeni su izrazima:

$$m = \frac{R\,\mathrm{d}\varphi'}{M\,\mathrm{d}\varphi}; \qquad n = \frac{R\cos\varphi\,\mathrm{d}\lambda'}{N\cos\varphi\,\mathrm{d}\lambda}, \tag{33}$$

a prema općim izrazima slijedi $\mathrm{d}\lambda' = k\,\mathrm{d}\lambda$.

Prema uvjetu konformnosti izraženom jednakošću linearnih modula u smjeru meridijana m i paralela n može se napisati

$$\frac{\mathrm{d}\varphi'}{\cos\varphi'} = k\frac{M\,\mathrm{d}\varphi}{N\cos\varphi}. \tag{34}$$

Uvođenjem već poznatih izraza za m i n i uvođenjem zamjene $e\sin\varphi = \sin\psi$, nakon integriranja, dobiva se

$$\ln\tan\left(45° + \frac{\varphi'}{2}\right) = k\ln\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right) - ke\ln\tan\left(45° + \frac{\psi}{2}\right) + \ln K,$$

ili $\tan\left(45° + \frac{\varphi'}{2}\right) = KU^k$, gdje je U oznaka s ovim značenjem

$$U = \frac{\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)}{\tan^e\left(45° + \frac{\psi}{2}\right)}.$$

U izrazima, kojima su određene geografske koordinate φ' i λ' na kugli na koju se elipsoid konformno preslikava, nalaze se dvije konstante k i K, koje se određuju primjenom trećega Gaussova uvjeta.

Izraz za $m = n = k\dfrac{R\cos\varphi'}{N\cos\varphi}$, prikazan Taylorovim redom, može se napisati:

$$m = m_0 + \left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\varphi}\right)_0\Delta\varphi + \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2m}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)\Delta\varphi^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{\mathrm{d}^3m}{\mathrm{d}\varphi^3}\right)\Delta\varphi^3 + \ldots \tag{35}$$

Iz trećega Gaussova uvjeta slijedi:

$$d_0 = 0; \qquad m_0 = 1; \qquad \left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\varphi}\right)_0 = 0; \qquad \left(\frac{\mathrm{d}^2m}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)_0 = 0;$$

$$m = 1 + \frac{1}{6}\left(\frac{\mathrm{d}^3m}{\mathrm{d}\varphi^3}\right)_0 + \ldots \tag{36}$$

Na osnovi ovih izraza dobiva se

$$\sin\varphi_0 = k\sin\varphi;$$

$$k = 1 + e'^2\cos^4\varphi_0'; \qquad K = \frac{\tan\left(45° + \frac{\varphi'}{2}\right)}{U^k}; \tag{37}$$

$R = \dfrac{N_0\cos\varphi_0}{k\cos\varphi_0'}$ je polumjer tzv. Gaussove kugle.

Brojčani iznosi za konstante k i K redovno su dani za neku srednju geografsku širinu φ_0 područja preslikavanja, a time su određeni svi parametri kugle na koju se elipsoid konformno preslikava.

Ekvivalentno preslikavanje elipsoida na kuglu pretpostavlja da elipsoid i kugla imaju zajedničko središte i da im se ravnine ekvatora podudaraju. Uz ove pretpostavke slijede ovi opći odnosi:

$$\lambda' = \lambda; \tag{38}$$

$$\varphi' = f(\varphi). \tag{39}$$

Oznake u ovim izrazima imaju ista značenja kao u prethodnom slučaju.

Funkcija f određuje se iz općeg uvjeta ekvivalentnosti

$$p = mn\sin\Theta = 1. \tag{40}$$

Kako meridijani i paralele na elipsoidu i kugli zatvaraju kutove od 90°, to je $\Theta = 90°$, pa slijedi

$$mn = 1. \tag{41}$$

Ako su m i n određeni istim izrazima, kao i u konformnom preslikavanju elipsoida na kuglu, onda se prema općim izrazima dobiva:

$$\cos\varphi'\,\mathrm{d}\varphi' = \frac{MN\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi}{R^2}. \tag{42}$$

Kad se uvrste odgovarajući izrazi za M i N i u tako dobivenoj jednadžbi izraz $(1 - e^2\sin^2\varphi)^{-2}$ razvije u red prema binomnom poučku, nakon integriranja dobiva se:

$$\sin\varphi' = \frac{a^2(1 - e^2)}{R^2}\left(\sin\varphi + \frac{2e^2}{3}\sin^3\varphi + \frac{3e^4}{5}\sin^5\varphi + \ldots\right) + K. \tag{43}$$

Iz pretpostavke da se ravnine ekvatora podudaraju slijedi da za $\varphi = 0$ mora biti $\varphi' = 0$, a iz toga slijedi da je $K = 0$.

Polumjer kugle R može se odrediti iz uvjeta jednakosti površina elipsoida i kugle

$$4a^2\pi(1-e^2)\left(1+\frac{2}{3}e^2+\frac{3}{5}e^4+\frac{4}{7}e^6+\ldots\right)=4R^2\pi, \tag{44}$$

gdje izraz na lijevoj strani jednadžbe određuje površinu elipsoida. Iz te jednakosti slijedi:

$$R^2=a^2(1-e^2)\left(1+\frac{2}{3}e^2+\frac{3}{5}e^4+\frac{4}{7}e^6+\ldots\right). \tag{45}$$

Nakon uvrštenja toga izraza za R u prethodnu jednadžbu i jednostavnog sređivanja, dobije se:

$$\sin\varphi'=\left(1-\frac{1}{3}e^2-\frac{11}{72}e^4-\ldots\right)\sin\varphi-$$
$$-\left(\frac{1}{3}e^2-\frac{7}{90}e^4\right)\sin\varphi\cos2\varphi+\frac{3}{40}e^4\sin\varphi\cos4\varphi. \tag{46}$$

U toj formuli su zadržani članovi samo do četvrte potencije od e. Za praktično računanje ta se formula može napisati u obliku:

$$\lambda'=\lambda;\qquad (\varphi')''=\varphi''-\varrho''\frac{e^2}{3}\sin2\varphi;$$
$$R=a\left(1-\frac{e^2}{6}-\frac{29e^4}{360}\right). \tag{47}$$

$$m=1+\frac{e^2}{6}\cos^2\varphi;\qquad n=1-\frac{e^2}{6}\cos^2\varphi;$$
$$\omega''=\varrho''\frac{e^2}{3}\cos^2\varphi. \tag{48}$$

Za neposredno računanje geografske širine φ' na kugli, na koju je elipsoid ekvivalentno preslikan, postoje tablice u kartografskim priručnicima.

Ekvidistantno preslikavanje elipsoida na kuglu obavlja se uz pretpostavku da su elipsoid i kugla koncentrični i da im se podudaraju ravnine ekvatora. Opći odnosi glase:

$$\lambda'=\lambda;\qquad \varphi'=f(\varphi). \tag{49}$$

Pri ekvidistantnom preslikavanju elipsoida na kuglu funkcija f određuje se iz uvjeta ekvidistantnosti u smjeru meridijana, odnosno paralela, što je određeno veličinama modula:

$$m=1,\qquad n=1. \tag{50}$$

Ako je linearni modul u smjeru meridijana m određen izrazom

$$m=\frac{R\,\mathrm{d}\varphi'}{M\,\mathrm{d}\varphi}=1, \tag{51}$$

onda je

$$\mathrm{d}\varphi'=\frac{M\,\mathrm{d}\varphi}{R}, \tag{52}$$

a poslije integriranja

$$\varphi'=\frac{L_0^{\varphi}}{R}, \tag{53}$$

gdje je L_0^{φ} duljina luka meridijana od ekvatora do paralele sa širinom φ (konstanta integracije je nula zbog poklapanja ravnina ekvatora).

Polumjer kugle R, na koju je elipsoid ekvidistantno preslikan, određuje se iz uvjeta ekvidistantnosti duljine luka meridijana od ekvatora do pola na elipsoidu i kugli, tj.,

$$\frac{R}{\varrho^0}90^\circ=L_0^{90^\circ}, \tag{54}$$

te je

$$R=\varrho^0\frac{L_0^{\varphi=90^\circ}}{90^\circ}=\frac{2L_0^{90^\circ}}{\pi}. \tag{55}$$

Ostale su veličine:

$$n=\frac{R\cos\varphi'}{N\cos\varphi};\qquad p=n;\qquad \sin\frac{\omega}{2}=\frac{N\cos\varphi-R\cos\varphi'}{N\cos\varphi+R\cos\varphi'}. \tag{56}$$

Kad je $n=1$, slijedi:

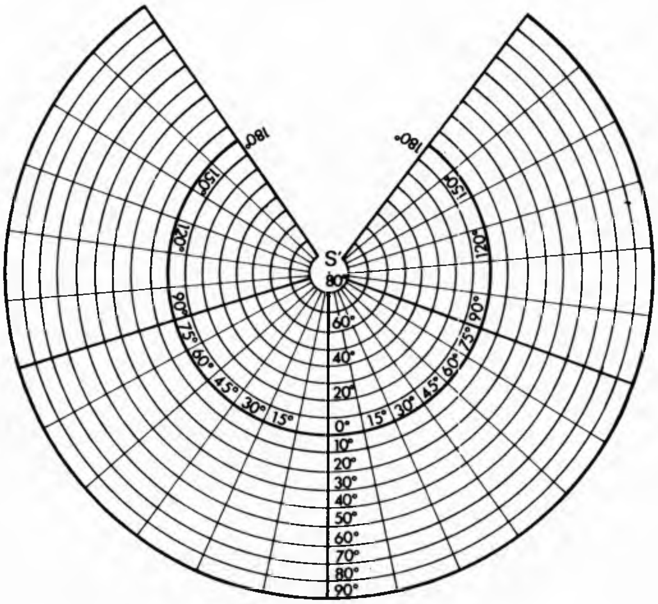
$$\frac{R\cos\varphi'}{N\cos\varphi}=1;\qquad \cos\varphi'=\frac{a\cos\varphi}{R(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}};$$
$$\tan\varphi'=\sqrt{1-e^2}\tan\varphi. \tag{57}$$

$$m=\frac{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}{\sqrt{1-e^2}};\qquad p=m;$$
$$\sin\frac{\omega}{2}=\frac{\sqrt{1-e^3\sin^2\varphi}-\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}-\sqrt{1-e^2}}. \tag{58}$$

Za neposredno računanje geografske širine φ' na kugli, na koju je elipsoid ekvidistantno preslikan, postoje tablice u kartografskim priručnicima.

Konusne projekcije

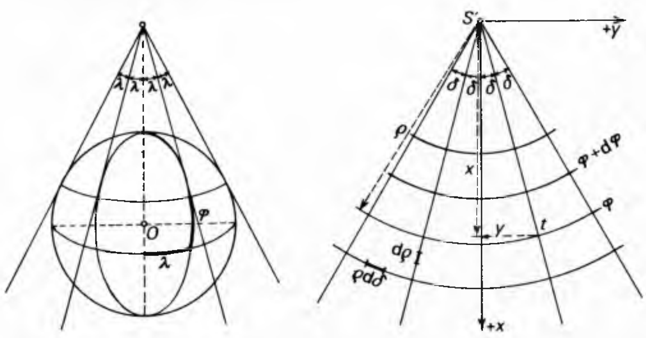
U konusnim projekcijama mreže meridijana i paralela prenesene su na konus koji dodiruje ili siječe površinu Zemljinog elipsoida (kugle). Konus se zatim siječe po jednoj njegovoj izvodnici i razvija, pa se na taj način dobiva mreža meridijana i paralela u ravnini (sl. 5).



Sl. 5. Mreža meridijana i paralela u konusnoj projekciji

Položaj konusa prema Zemljinom elipsoidu (kugli) može biti različit, pa postoje konusne projekcije: prave (uspravne), u kojima se os konusa podudara s osi Zemljinog elipsoida; poprečne ili ekvatorijalne, u kojima os konusa leži u ravnini ekvatora; kose, u kojima os konusa zauzima bilo koji položaj između ravnine ekvatora i osi Zemljinog elipsoida.

Prave (uspravne) konusne projekcije pogodne su za preslikavanje područja koja se prostiru uzduž paralela i na srednjim geografskim širinama (sl. 6).



Sl. 6. Odnos između koordinata na elipsoidu i ravnini u konusnoj projekciji

U tim su projekcijama meridijani preslikani kao pravci koji se sijeku u jednoj točki. Ta je točka ujedno središte lukova koncentričnih kružnica koje su projekcije paralela.

Prema tim svojstvima meridijana i paralela, opće jednadžbe za njihovu konstrukciju obično su izražene u polarnim koordinatama:

$$\delta = k\lambda; \qquad \varrho = f(\varphi), \tag{59}$$

gdje je δ polarni kut pod kojim se sijeku meridijani u projekciji, k konstanta i predstavlja koeficijent proporcionalnosti, ϱ polumjer luka paralela u projekciji, a f proizvoljna funkcija (konačna, neprekidna i jednoznačna).

Prema svojstvima preslikavanja konusne projekcije mogu biti konformne, ekvivalentne i uvjetne, pa oblik funkcije f ovisi o tim svojstvima.

Osim polarnih koordinata, u konusnim se projekcijama primjenjuju i pravokutne koordinate x i y. Pri tome se obično uzima da se os x podudara s osi polarnog koordinatnog sustava, a koordinatni početak da se nalazi ili u presjeku meridijana ili u presjeku osi x sa jednom od paralela. Odnos između polarnih i pravokutnih koordinata određen je ovim izrazima

$$x = \varrho\cos\delta; \qquad y = \varrho\sin\delta. \tag{60}$$

Linearni modul je u smjeru meridijana

$$m = -\frac{d\varrho}{M\,d\varphi}. \tag{61}$$

Predznak minus je zbog toga što se porastom širine φ polumjer ϱ skraćuje.

Linearni modul u smjeru paralela jest:

$$n = \frac{\varrho\,d\delta}{r\,d\lambda} = k\frac{\varrho}{r}, \tag{62}$$

jer je prema osnovnim jednadžbama

$$k = \frac{d\delta}{d\lambda}. \tag{63}$$

Površinski modul je određen izrazom

$$p = mn = ab, \tag{64}$$

jer je kut između meridijana i paralela u projekciji 90°.

Konformne konusne projekcije. Prema uvjetu konformnosti, i u konusnim konformnim projekcijama mora biti $m = n$, tj.

$$-\frac{d\varrho}{M\,d\varphi} = k\frac{\varrho}{r}; \qquad -\frac{d\varrho}{\varrho} = k\frac{M\,d\varphi}{N\cos\varphi}, \tag{65}$$

a odatle je nakon integriranja

$$\varrho = \frac{K}{U^k}, \tag{66}$$

gdje je K konstanta integracije, k poznata konstanta proporcionalnosti, a U poznata oznaka kojoj je značenje

$$U = \frac{\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)}{\tan^e\left(45° + \frac{\psi}{2}\right)}; \qquad \sin\psi = e\sin\varphi. \tag{67}$$

Dakle osnovne jednadžbe konformnih konusnih projekcija glase:

$$\delta = k\lambda; \qquad \varrho = \frac{K}{U^k}; \qquad x = \varrho\cos\delta; \qquad y = \varrho\sin\delta;$$

$$m = n = \frac{kK}{rU^k}. \tag{68}$$

Za oznaku U postoje tablice izračunate za argument φ. Prema tim formulama mogu se računati pravokutne koordinate x i y, ako su zadane geografske koordinate φ i λ.

Konstante k i K u tim izrazima mogu biti određene pod različitim uvjetima. Dva su najobičnija uvjeta za njihovo određivanje: da linearni modul na zadanoj paraleli sa širinom φ_0 bude najmanji i da bude jednak jedinici.

Linearni modul je određen izrazom

$$n = \frac{kK}{rU^k}. \tag{69}$$

Određivanjem ekstremnih vrijednosti toga izraza dobije se linearni modul s najmanjim iznosom kad je

$$k = \sin\varphi_0. \tag{70}$$

Iz drugog uvjeta (da linearni modul bude jednak jedinici) izlazi da je

$$K = \frac{r_0 U_0^k}{k}. \tag{71}$$

Lambertova konformna konusna projekcija. U toj projekciji konstante k i K određuju se pod uvjetom da linearni moduli na dvjema paralelama s geografskim širinama φ_1 i φ_2 budu jednaki jedinici, tj. $n_1 = n_2 = 1$, ili

$$\frac{kK}{U_1^k r_1} = \frac{kK}{U_2^k r_2}; \tag{72}$$

odatle slijedi

$$k = \frac{\log r_1 - \log r_2}{\log U_2 - \log U_1}; \tag{73}$$

$$K = \frac{U_1^k r_1}{k} = \frac{U_2^k r_2}{k}. \tag{74}$$

Uvrštavanjem tih izraza u opće formule konformnih konusnih projekcija dobiju se formule za Lambertovu konformnu konusnu projekciju.

Paralele s geografskim širinama φ_1 i φ_2 jesu one po kojima konus siječe Zemljin elipsoid i obično se nazivaju *standardnim paralelama* (paralele nultih deformacija). Geografske širine standardnih paralela biraju se tako da linearne deformacije budu što manje i što pravilnije raspoređene na području preslikavanja.

Prave ekvivalentne konusne projekcije preslikavaju Zemljin elipsoid na ravninu uz uvjet da površine u ravnini i na elipsoidu zadrže jednakost, odnosno konstantan odnos, što se izražava površinskim modulom (mjerilom površina) da je $k = 1$

$$p = ab = mn\sin\Theta = 1. \tag{75}$$

Meridijani i paralele sijeku se pod pravim kutovima, pa je $\Theta = 90°$.

Uvrštavajući u ove relacije izraze za linearni modul u smjeru meridijana i paralela dobije se:

$$-\frac{d\varrho}{M\,d\varphi}\,\frac{k\varrho}{r} = 1, \tag{76}$$

a odatle je nakon integriranja i sređivanja

$$\varrho^2 = K - \frac{2R^2}{k}\sin\varphi', \tag{77}$$

gdje je φ' širina na kugli na koju je elipsoid ekvivalentno preslikan.

Ostale formule za ovu projekciju jesu:

$$\varrho = k\lambda; \qquad k = \text{konst.}, \tag{78}$$

$$x = \varrho\cos\delta \quad \text{ili} \quad x = \varrho_0 - \varrho\cos\delta; \qquad y = \varrho\sin\delta; \tag{79}$$

$$n = \frac{k\varrho}{r} = \frac{1}{m}. \tag{80}$$

Ako se Zemlja smatra kuglom, onda u te formule treba staviti

$$M = N = R \quad \text{i} \quad r = R\cos\varphi. \tag{81}$$

Ta je projekcija pogodna za izradbu karte područja kao što je Balkanski poluotok ili Jugoslavija, ako treba da bude sačuvana jednakost površina, npr. za neke statističke karte.

Prave ekvidistantne konusne projekcije određuju polumjer luka paralela pod uvjetom da linearni modul u smjeru meridijana bude jednak jedinici, tj. za elipsoid iz uvjeta $m = -\dfrac{d\varrho}{M\,d\varphi} = 1$, a za kuglu iz uvjeta $m = -\dfrac{d\varrho}{R\,d\varphi} = 1$. Nakon integriranja, slijedi za elipsoid $\varrho = K - L_0^{\varphi}$, a za kuglu $\varrho = K - R\varphi$.

Kut između meridijana u projekciji određen je poznatim izrazom

$$\delta = k\lambda. \tag{82}$$

Konstante K i k određuju se pod različitim uvjetima, ali obično tako da je za elipsoid

$$K = L_0^{\varphi} + N_0 \cot\varphi_0, \tag{83}$$

a za kuglu

$$K = R\varphi_0 + R\cot\varphi_0, \tag{84}$$

$$k = \sin\varphi_0, \tag{85}$$

gdje je konstanta K jednaka polumjeru neke paralele sa širinom φ_0, a konstanta k određena iz uvjeta da linearni modul uzduž paralele sa širinom φ_0 bude najmanji i jednak jedinici.

Konačno je za elipsoid

$$\varrho = N\cot\varphi_0 + (L_0^{\varphi_0} - L_0^{\varphi}), \tag{86}$$

za kuglu

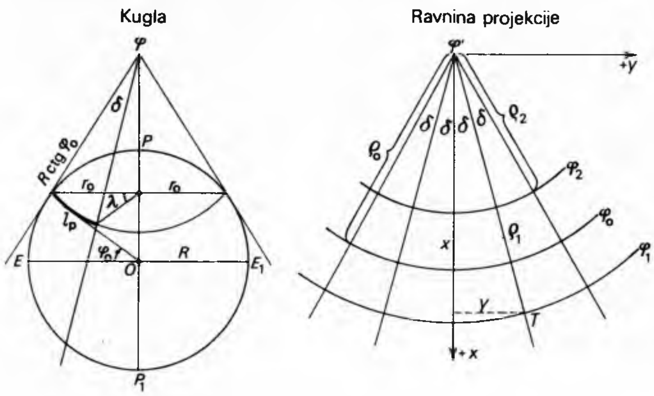
$$\varrho = R\cot\varphi_0 + R(\varphi_0 - \varphi), \tag{87}$$

a za elipsoid i kuglu

$$\delta = \lambda\sin\varphi. \tag{88}$$

U ovim izrazima je L_0^{φ} duljina luka meridijana od ekvatora do paralele sa širinom φ.

Ptolemejeva konusna ekvidistantna projekcija jedna je od najstarijih kartografskih projekcija koja se i danas vrlo često primjenjuje. Pogodna je za prikaz područja kao što je npr. Balkanski poluotok ili Jugoslavija. U toj projekciji konus dodiruje Zemljinu kuglu po jednoj paraleli, obično po srednjoj paraleli, područja kartiranja kojoj je geografska širina φ_0 (sl. 7).



Sl. 7. Odnosi veličina na kugli i ravnini Ptolemejeve projekcije

Meridijani se preslikavaju ekvidistantno, što znači da je $m = 1$.

Prema tome su duljine lukova meridijana u projekciji jednake ispruženim lukovima meridijana na površini kugle.

Iz sl. 7 vidi se da je:

$$\varrho_0 = R\cot\varphi_0; \tag{89}$$

$$\varrho_1 = \varrho_0 + R(\varphi_1 - \varphi_0); \qquad \varrho_2 = \varrho_0 + R(\varphi_0 - \varphi_2), \tag{90}$$

te da je

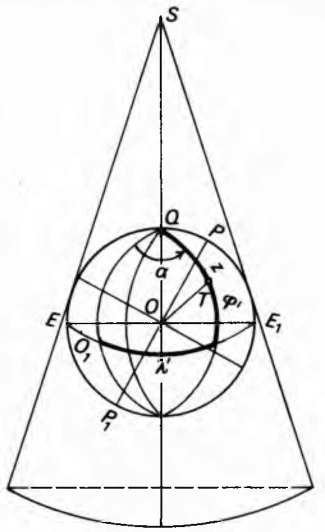
$$l_p = R\cot\varphi_0\,\delta = R\cos\varphi_0\,\lambda \tag{91}$$

ili

$$\delta = \lambda\sin\varphi_0 \tag{92}$$

$$x = \varrho_1\cos\delta; \qquad y = \varrho_1\sin\delta. \tag{93}$$

Kose i poprečne konusne projekcije. Poprečne konusne projekcije najprikladnije su za preslikavanje onih područja koja se prostiru u smjeru meridijana, a kose konusne projekcije kad pravac prostiranja područja preslikavanja čini s pravcem meridijana ili paralela kosi ili tupi kut (sl. 8).



Sl. 8. Konusna projekcija

U kosim i poprečnim konusnim projekcijama Zemlja se smatra kuglom polumjera R koji je određen uvjetima preslikavanja elipsoida na kuglu. Točke na površini kugle određene su sfernim polarnim koordinatama s obzirom na pol u točki u kojoj os konusa siječe površinu kugle. Polarne su koordinate α i z ili analogne geografskim koordinatama φ' i λ' koje s polarnim koordinatama imaju ove odnose: $\lambda' = \alpha$; $\varphi' = 90° - z$. Pol sfernih polarnih koordinata određen je geografskim koordinatama φ_0 i λ_0.

Lako je zaključiti da u tim projekcijama vertikali predstavljaju meridijane, a almukantarati paralele. Meridijani i paralele se preslikavaju kao krivulje. Samo se meridijan točke u kojoj je pol sfernog polarnog koordinatnog sustava (meridijan kome je duljina λ_0) preslikava kao pravac. U kosim i poprečnim projekcijama glavni pravci podudaraju se s vertikalima i almukantaratima, što znači da će linearni moduli u smjeru vertikala m_1 i almukantarata m_2 imati najveći, odnosno najmanji iznos.

Opće formule kosih i poprečnih konusnih projekcija u polarnim koordinatama imaju ovaj oblik:

$$\delta = k\alpha; \qquad \varrho = f(z), \tag{94}$$

gdje je δ polarni kut između vertikala u projekciji, k konstanta, ϱ polumjer almukantarata u projekciji, a α i z sferne su polarne koordinate kosog ili poprečnog sustava.

Pol polarnih koordinata ujedno je točka u kojoj se sijeku vertikali, a polarna os pada u ravninu meridijana koji je određen dužinom λ_0.

Oblik funkcije f, koja određuje polumjere almukantarata ϱ u projekciji, određuje se pod različitim uvjetima; obično pod uvjetom da projekcija bude konformna, ili ekvivalentna, ili neka uvjetna kosa ili poprečna konusna projekcija.

Osim polarnih koordinata, u kosim i poprečnim projekcijama primjenjuju se i pravokutne koordinate x i y. Tada se uzima da se os x podudara s osi polarnih koordinata, a koordinatni početak da se nalazi u presjeku vertikala, ili u presjeku osi x s jednim almukantaratom, obično s onim koji ima najveću zenitnu daljinu.

Kose ili poprečne konusne projekcije računaju se ovim redom: preslikava se elipsoid na kuglu pod željenim uvjetima i određuje polumjer kugle R, te koordinate pola φ_0 i λ_0 kosog ili poprečnog sustava; zatim se prelazi s geografskih koordinata φ i λ na sferne koordinate α i z kosog ili poprečnog sustava; konačno se određuju formule projekcija i izračunaju se njihove koordinate, linearni i površinski moduli te deformacije kutova.

Elipsoid se na kuglu preslikava pod onim uvjetima pod kojim će se određivati oblik funkcije f, s obzirom na svojstva projekcije. Tako, ako je riječ o konformnoj, konusnoj kosoj ili poprečnoj projekciji, onda se elipsoid konformno preslikava na kuglu i pod uvjetom konformnosti određuje se polumjer kugle R.

Ako je riječ o nekim uvjetnim projekcijama, ili ako se može zanemariti spljoštenost Zemlje, onda se polumjer Zemljine kugle može uzeti prema formuli

$$R = \sqrt{M_0 N_0}, \tag{95}$$

gdje su M_0 i N_0 polumjeri zakrivljenosti meridijana i prvog vertikala za širinu φ_0, koja je, obično, srednja geografska širina područja koje se preslikava.

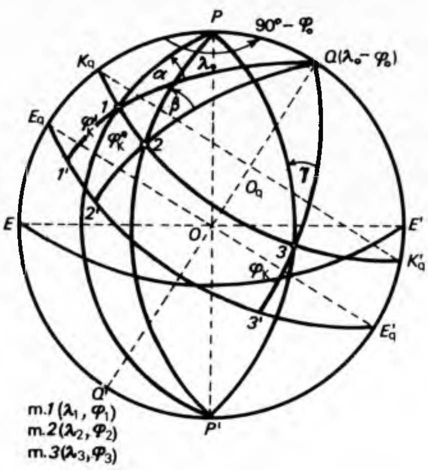
Određivanje koordinata pola φ_0 i λ_0 ovisi o položaju i obliku područja koje se preslikava. U izboru pola i određivanju njegovih koordinata vodi se računa o tome da projekcija bude s najmanjim deformacijama i da računanja budu što jednostavnija.

Opće formule kosih i poprečnih konusnih projekcija imaju isti oblik, kao u pravim konusnim projekcijama, samo što se u njima namjesto koordinata φ i λ pojavljuju φ' i λ', koje sa sfernim koordinatama α i z stoje u ovom odnosu

$$\lambda' = \alpha; \tag{96}$$

$$\varphi' = 90° - z. \tag{97}$$

Pri određivanju koordinata pola potrebno je voditi računa o tome da li će se primijeniti kosa ili poprečna projekcija; zatim je potrebno, bar približno, znati iznos deformacija koje su dozvoljene pri preslikavanju zadanog teritorija i poznavati opće potrebe projekcije koje proizlaze iz namjene karte.



Sl. 9. Određivanje koordinata pola kosih i poprečnih konusnih projekcija

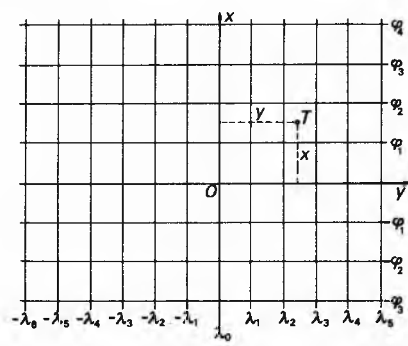
Određivanje pola svodi se na pronalaženje njegovih koordinata φ_0 i λ_0, što se može postići na više načina, od kojih se ovdje navode dva: *a*) Ako se pol sfernog polarnog koordinatnog sustava nalazi u središtu područja preslikavanja, onda se njegove koordinate mogu neposredno pročitati na globusu ili karti, ili se mogu odrediti prema koordinatama graničnih točaka područja. Na taj se način u poprečnoj projekciji određuje samo jedna koordinata (λ_0), jer je $\varphi_0 = 0$. *b*) Koordinate pola mogu se odrediti i pomoću luka velike kružnice koja prolazi sredinom danog područja. Zadatak se sastoji u određivanju presjeka dviju velikih kružnica, okomitih na veliku kružnicu koja ide sredinom područja kartiranja (sl. 9). Na slici su ove oznake: P je geografski pol, Q je pol kosog koordinatnog sustava, kojemu treba odrediti koordinate φ_0 i λ_0, PT_1 i PT_2 su meridijani točaka T_1 i T_2, QT_1 i QT_2 su lukovi velikih krugova koji su okomiti na izabranu veliku kružnicu koja prolazi sredinom područja. Presjek lukova QT_1 i QT_2 određuje položaj pola Q kosog sustava. Za točke T_1 i T_2, koje se nalaze u velikoj kružnici koja prolazi sredinom područja preslikavanja, poznate su koordinate ili se mogu uzeti s karte.

Cilindrične projekcije

U cilindričnim projekcijama zamišlja se da se na cilindar, koji dodiruje ili siječe Zemljin elipsoid (kuglu), elementi toga elipsoida preslikavaju prema određenim pravilima, zatim se cilindar siječe po jednoj njegovoj izvodnici i razvija u ravninu. Na taj se način dobiva prikaz površine Zemljinog elipsoida u ravnini.

Položaj cilindra prema Zemlji može biti različit, i prema tome cilindrične projekcije mogu biti: *prave ili uspravne*, u kojima se os cilindra podudara s osi Zemljinog elipsoida (kugle), *poprečne ili ekvatorske*, u kojima se os cilindra nalazi u ravnini ekvatora, te *kose*, u kojima os cilindra zauzima bilo koji položaj prema elipsoidu (kugli).

U pravim cilindričnim projekcijama meridijani su preslikani kao paralelni pravci, na razmacima koji su proporcionalni razlici njihovih geografskih duljina. Paralele su također preslikane kao paralelni pravci koji se sijeku s meridijanima pod pravim kutovima. Udaljenosti među paralelama ovise o uvjetima preslikavanja (sl. 10).



Sl. 10. Mreža meridijana i paralela u cilindričnim projekcijama

Opće relacije između ravnih i geografskih koordinata u cilindričnoj projekciji obično su dane u ovom obliku:

$$x = f(\varphi), \qquad y = k\lambda, \tag{98}$$

gdje su φ i λ geografske koordinate na elipsoidu, f je neprekinuta i jednoznačna funkcija, x i y su pravokutne koordinate u ravnini, a k konstanta.

Ostale relacije glase:

$$m = \frac{dx}{M\,d\varphi}; \qquad n = \frac{k}{r} = \frac{k}{N\cos\varphi}; \qquad p = mn;$$

$$\sin\frac{\omega}{2} = \frac{a-b}{a+b}; \qquad \tan\left(45° + \frac{\omega}{4}\right) = \sqrt{\frac{a}{b}}. \tag{99}$$

Oznake imaju ista značenja kao u već navedenim jednadžbama.

Konformne cilindrične projekcije moraju ispunjavati opći uvjet konformnosti, koji se vidi u jednakosti linearnih modula u svim smjerovima, i odatle se izvodi osnovna formula za ove projekcije.

Prema uvjetu konformnosti mora biti $m = n$, odnosno prema općim formulama

$$\frac{dx}{M\,d\varphi} = \frac{k}{N\cos\varphi}, \tag{100}$$

a odatle je

$$dx = k\frac{1-e^2}{1-e^2\sin^2\varphi}\frac{d\varphi}{\cos\varphi}, \tag{101}$$

a nakon integriranja dobije se

$$x = k\left[\ln\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right) - e\ln\tan\left(45° + \frac{\psi}{2}\right)\right] + K, \tag{102}$$

ili

$$x = \frac{k}{\mathrm{Mod}}\left[\log\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right) - e\log\tan\left(45° + \frac{\psi}{2}\right)\right] + K, \tag{103}$$

gdje je $e\sin\varphi = \sin\psi$, a Mod $= 0{,}4342945$ (modul dekadskih logaritama). Ako se pretpostavi da se os y nalazi u ravnini ekvatora, tada konstanta K mora biti nula. Uvede li se poznata oznaka U, onda se dobije:

$$x = \frac{k}{\mathrm{Mod}} \log U. \tag{104}$$

Za Zemlju kao kuglu, uz iste uvjete, dobije se

$$x = \frac{k}{\mathrm{Mod}} \log\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right). \tag{105}$$

Konstanta k određuje se obično uz uvjet da linearni modul na jednoj paraleli sa zadanom širinom φ_0 bude jednak jedinici tj. $\frac{k}{r_0} = 1$, a odatle je

$$k = r_0 = N_0 \cos\varphi_0. \tag{106}$$

Prema tome, konstanta k jednaka je polumjeru one paralele koja u preslikavanju zadržava svoju duljinu, odnosno po kojoj cilindar siječe Zemljin elipsoid.

Ako cilindar dodiruje Zemljin elipsoid po ekvatoru, tada su $\varphi = 0$, a $k = a$ (velika poluos elipsoida).

Pretpostavi li se da je Zemlja kugla, onda je $k = R\cos\varphi_0$. Za $\varphi_0 = 0$ (kad cilindar dodiruje Zemljinu kuglu po ekvatoru) $k = R$.

Mercatorova projekcija nastaje kada cilindar dodiruje Zemljin elipsoid po ekvatoru, što znači da je konstanta $k = a$ (G. Mercator predložio je ovu projekciju 1569).

Osnovne relacije ove projekcije glase:

$$y = a\lambda \tag{107}$$

$$x = a \ln U = \frac{a}{\mathrm{Mod}} \log U; \tag{108}$$

$$m = (1 - e^2 \sin^2\varphi)^{1/2} \sec\varphi = n. \tag{109}$$

Ta se projekcija mnogo primjenjuje pri izradbi pomorskih i zrakoplovnih karata zbog toga što kao konformna projekcija zadržava jednakost kutova, meridijani i paralele preslikavaju se kao međusobno okomiti pravci, a loksodrome se preslikavaju kao prave linije.

Loksodroma je krivulja na elipsoidu ili na kugli koja s meridijanima preko kojih prelazi zatvara iste kutove, tj. krivulja stalnog azimuta (sl. 11). Parobrod (avion) koji se kreće po loksodromi treba da zadrži za čitavo vrijeme putovanja isti pravac (isti azimut), koji se obično naziva *rumb*.

Budući da loksodroma zatvara iste kutove s meridijanima, očigledno je da je loksodroma nekog azimuta na površini elipsoida spiralna kriva linija koja se postepeno približava polu, ali koja ne može nikada stići do pola.

Jednadžba loksodrome na elipsoidu glasi:

$$\lambda = \tan\alpha \ln U. \tag{110}$$

Iz ovog izraza se vidi da je loksodroma spiralna krivulja.

Za Zemlju kao kuglu jednadžba loksodrome glasi:

$$\lambda = \tan\alpha \ln\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right) \tag{111}$$

ili

$$\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right) = e^{\lambda\cot\alpha}. \tag{112}$$

Jednadžba je loksodrome kroz dvije točke u ravnini

$$y_2 - y_1 = \tan\alpha(x_2 - x_1). \tag{113}$$

Duljina loksodrome na elipsoidu određena je izrazom

$$D = \sec\alpha L_{\varphi_1}^{\varphi_2}, \tag{114}$$

gdje je α kut koji zatvara loksodroma s meridijanima, $L_{\varphi_1}^{\varphi_2}$ duljina luka meridijana između geografskih širina φ_1 i φ_2. Za Zemlju kao kuglu duljina loksodrome jest

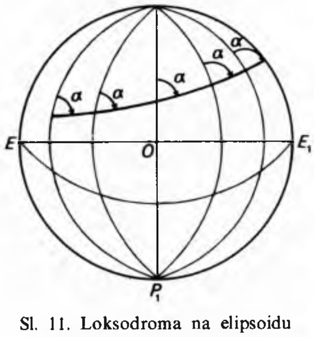
$$D = R(\varphi_2 - \varphi_1)\sec\alpha, \tag{115}$$

gdje je $R(\varphi_2 - \varphi_1)$ duljina luka meridijana na kugli između širina φ_1 i φ_2.

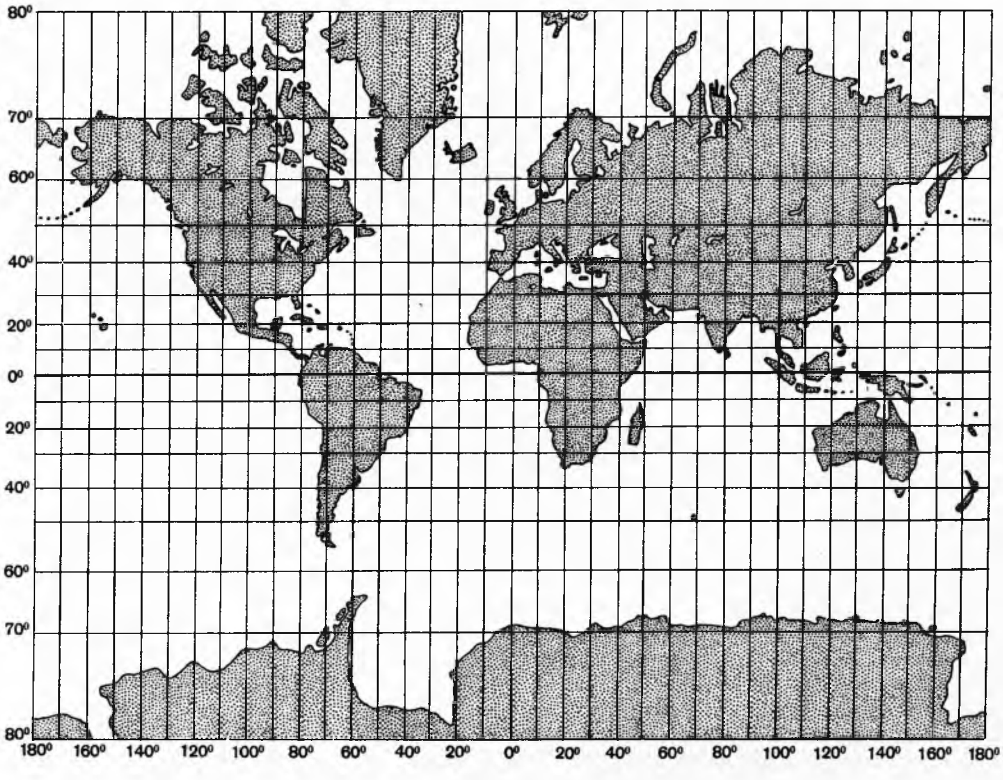
Na Mercatorovoj projekciji (sl. 12) vidi se da su duljine lukova meridijana različite za jednak broj stupnjeva prema geografskoj širini i da se povećaju idući od ekvatora prema polovima, gdje su toliko povećane da nisu ni prikazane na toj projekciji.

Ekvivalentna cilindrična projekcija Ima površinski modul jednak jedinici, tj. $p = ab = mn\sin\Theta = 1$.

Kako je u cilindričnim projekcijama kut između meridijana i paralela $\Theta = 90°$, to je $mn = 1$.



Sl. 11. Loksodroma na elipsoidu



Sl. 12. Karta svijeta u Mercatorovoj projekciji

Prema općim relacijama u cilindričnim projekcijama je

$$m = \frac{dx}{M d\varphi} \quad \text{i} \quad n = \frac{k}{r}, \tag{116}$$

a iz toga slijedi:

$$dx = \frac{1}{k} M r d\varphi = \frac{1}{k} M N \cos\varphi \, d\varphi. \tag{117}$$

Nakon integriranja i uvođenja geografske širine φ' na kugli (na koju je elipsoid ekvivalentno preslikan), bit će:

$$x = \frac{R^2}{k_k} \sin\varphi' + K, \tag{118}$$

ili

$$x = \frac{1}{k} \int_0^{\varphi} M N \cos\varphi \, d\varphi + K, \tag{119}$$

gdje je naznačeni integral ovisan samo o širini φ i njegov iznos za argument može se naći u kartografskim priručnicima.

Postavi li se uvjet da se os y nalazi u ravnini ekvatora ($\varphi = 0$), tada i x mora biti jednak nuli, što će biti samo ako je $K = 0$. U općim izrazima ostaje tada samo jedna konstanta. Ostale formule ove projekcije glase:

$$y = k\lambda, \qquad n = \frac{k}{r} = \frac{1}{m}, \qquad p = mn = 1, \tag{120}$$

gdje je k ista već spomenuta konstanta.

Lambertova ekvivalentna (istocilindrična) projekcija nastaje kad se radi o preslikavanju Zemlje kao kugle pomoću cilindra koji dodiruje Zemlju po ekvatoru. Relacije u toj projekciji glase: $m = \frac{dx}{R d\varphi}$; $n = \frac{k}{R\cos\varphi}$; $k = R$.

Iz uvjeta ekvivalentnosti slijedi

$$\frac{dx}{R d\varphi} \cdot \frac{k}{R \cos\varphi} = 1, \tag{121}$$

a odatle je

$$dx = R \cos\varphi \, d\varphi, \tag{122}$$

a nakon integriranja dobije se

$$x = R \sin\varphi + K. \tag{123}$$

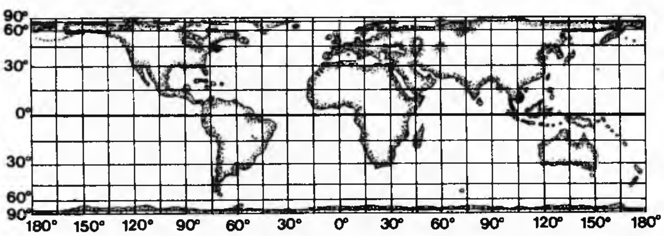
Iz uvjeta da za $\varphi = 0$ mora biti $x = 0$, dobije se $K = 0$ (os y leži u ravnini ekvatora).

Osnovne relacije Lambertove izocilindrične projekcije glase:

$$x = R\sin\varphi; \qquad y = R\lambda; \tag{124}$$

$$m = \cos\varphi; \qquad n = \sec\varphi; \qquad p = mn = 1. \tag{125}$$

Ta se projekcija primjenjuje pri izradbi statističkih i administrativnih karata gdje je važno da površine budu bez deformacija (sl. 13).



Sl. 13. Karta svijeta u Lambertovoj ekvivalentnoj (izocilindričnoj) projekciji

Prave ekvidistantne cilindrične projekcije nastaju onda kad se apscisa x određuje pod uvjetom da je linearni modul u smjeru meridijana jednak jedinici, tj. $m = 1$. Iz toga slijedi: za elipsoid

$$m = \frac{dx}{M d\varphi} = 1, \text{ ili } dx = M d\varphi; \tag{126}$$

a za kuglu

$$m = \frac{dx}{R d\varphi} = 1, \text{ ili } dx = R d\varphi. \tag{127}$$

Nakon integriranja ovih izraza izlazi za elipsoid

$$x = L_0^{\varphi} + K, \tag{128}$$

a za kuglu

$$x = R\varphi + K. \tag{129}$$

Uz pretpostavku da se os y nalazi u ravnini ekvatora, za $\varphi = 0$ mora biti $x = 0$ ako je $K = 0$, pa je za elipsoid:

$$x = L_0^{\varphi}, \tag{130}$$

a za kuglu

$$x = R\varphi. \tag{131}$$

Oznaka L_0^{φ} ima isto značenje kao i u već navedenim projekcijama. Ostale formule za ovu projekciju glase:

$$y = k\lambda; \qquad n = \frac{k}{r}; \qquad p = \frac{k}{r}. \tag{132}$$

Konstanta k odredi se obično uz uvjet da linearni modul na zadanoj paraleli sa širinom φ_0 bude jednak jedinici. Prema tome je za elipsoid

$$\frac{k}{N_0 \cos\varphi_0} = 1, \tag{133}$$

a za kuglu

$$\frac{k}{R \cos\varphi_0} = 1, \tag{134}$$

i odatle je za elipsoid

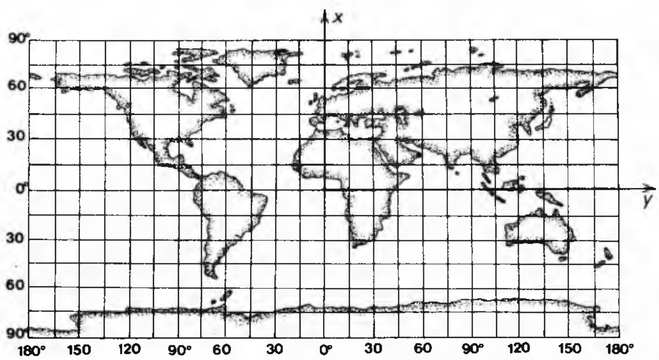
$$k = N_0 \cos\varphi_0, \tag{135}$$

a za kuglu

$$k = R \cos\varphi_0. \tag{136}$$

Kvadratna cilindrična projekcija nastaje uz pretpostavku da je Zemlja kugla koju cilindar dodiruje po ekvatoru; tada je $\varphi_0 = 0$, pa je $k = R$, te se dobiju ove relacije za kvadratnu cilindričnu projekciju:

$$x = R\varphi; \qquad y = R\lambda; \qquad m = 1; \qquad n = \sec\varphi;$$
$$p = mn = \sec\varphi. \tag{137}$$



Sl. 14. Karta svijeta u kvadratnoj cilindričnoj projekciji

Mreža meridijana i paralela u toj projekciji predstavlja sustav kvadrata, što se vidi na karti svijeta na sl. 14.

KOSE I POPREČNE CILINDRIČNE PROJEKCIJE

Kose cilindrične projekcije pogodne su za prikazivanje područja koja se protežu u smjeru sjever – istok ili jug – zapad.

U kosim cilindričnim projekcijama Zemlja se obično smatra kuglom. Kartografsku mrežu čine vertikali koji su određeni azimutima α i almukantarati koji su određeni zenitnim daljinama z.

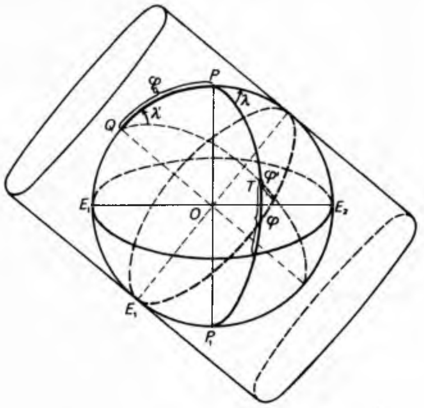
Sferne polarne koordinate (α, z) mogu se zamijeniti analognim geografskim koordinatama, i to α se zamjenjuje sa λ', a z sa φ', tako da je $\varphi' = 90° - z$. Pol sfernih polarnih koordinata nalazi se u točki Q koja ima koordinate φ_0 i λ_0, koje se određuju na isti način kao u kosim konusnim projekcijama.

Osnovne formule kosih cilindričnih projekcija glase:

$$x = f(z) \text{ ili } x = f(\varphi'); \tag{138}$$

$$y = k\alpha \text{ ili } y = k\lambda'. \tag{139}$$

Kad su dane koordinate φ' i λ', onda su proučavanje i primjena kosih cilindričnih projekcija potpuno isti kao u pravim cilindričnim projekcijama. Sve formule koje su izvedene za prave cilindrične projekcije vrijede i za kose, uz uvjet da se u njima pojavljuju sferne koordinate φ' i λ' umjesto geografskih koordinata φ i λ (sl. 15).



Sl. 15. Određivanje koordinata za kosu cilindričnu projekciju

Veza između sfernih koordinata φ' i λ' i geografskih φ i λ te određivanje koordinata pola kosog i poprečnog koordinatnog sustava ostvaruje se na isti način kao u konusnim projekcijama.

Poprečne cilindrične projekcije pogodne su za prikazivanje područja koje se proteže u smjeru meridijana. Da bi se dobile što manje deformacije, potrebno je da cilindar dodiruje Zemljin elipsoid po srednjem meridijanu toga područja. Tada os cilindra leži u ravnini ekvatora i zbog toga se ove projekcije nazivaju poprečne cilindrične projekcije.

U tim se projekcijama meridijani i paralele preslikavaju kao krivulje, što za praktičnu primjenu nema osobite važnosti, jer se ove projekcije obično primjenjuju za izradbu karata krupnih mjerila, gdje se kartografska mreža računa i konstruira prema pravokutnim koordinatama.

Sve formule koje su izvedene za prave cilindrične projekcije vrijede i za poprečne cilindrične projekcije, samo što se u njima pojavljuju umjesto geografskih koordinata φ i λ sferne koordinate φ' i λ' kosog sustava, kao i u konusnim kosim projekcijama. Od poprečnih cilindričnih projekcija prikazat će se samo one koje se najčešće primjenjuju u praksi.

Soldnerova projekcija je jedna od poprečnih cilindričnih projekcija (neki je autori nazivaju i Cassini-Soldnerovom projekcijom), koja odgovara pravoj kvadratnoj cilindričnoj projekciji, a dobije se preslikavanjem na cilindar koji dodiruje Zemljinu kuglu po nekom po volji uzetom meridijanu (sl. 16). Osnovne relacije za ovu projekciju glase:

$$x = R\lambda'; \qquad y = R\varphi', \tag{140}$$

gdje su koordinate φ' i λ' sferne koordinate kosog sustava.

U toj projekciji linearni modul po dodirnom meridijanu, koji je obično srednji meridijan područja preslikavanja, i po svima vertikalima jednak je jedinici:

$$m_s = 1; \qquad c_1 = 1, \tag{141}$$

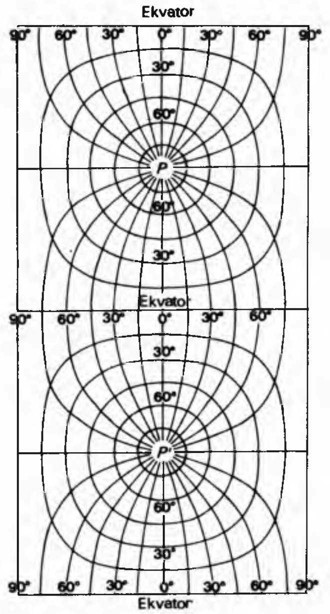
gdje je m_s linearni modul u smjeru dodirnog (srednjeg) meridijana, a c_1 linearni modul u smjeru vertikala.

Linearni modul u smjeru linija koje su paralelne s dodirnim meridijanom određen je izrazom: $c_2 = \sec\varphi'$. Iz tog se izraza vidi da linearni modul u ovoj projekciji ovisi samo o koordinati φ', pa su izokole linije koje su paralelne s dodirnim meridijanom.

Površinski modul je $p = \sec\varphi'$, a deformacija kutova iznosi

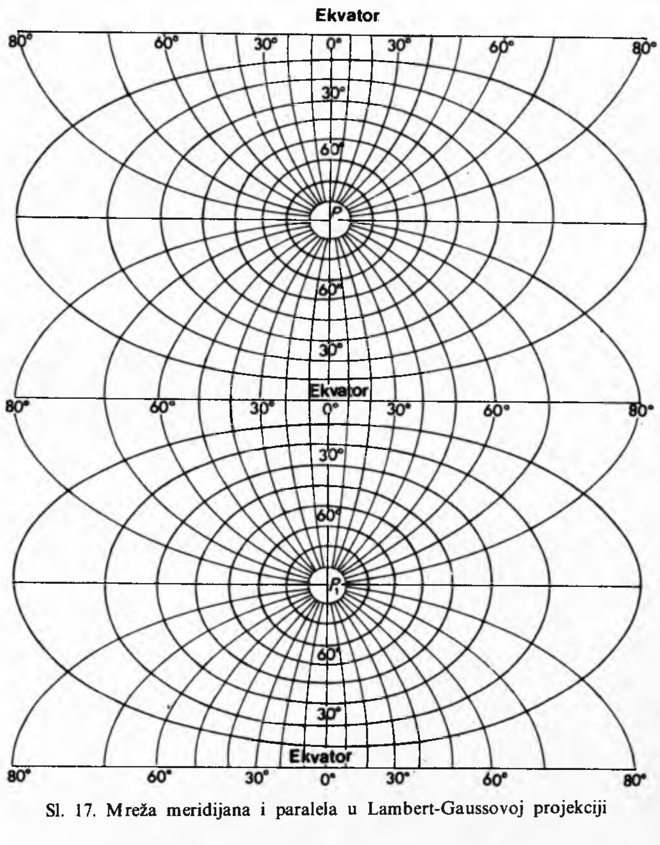
$$\omega'' = \varrho'' \frac{y^2}{2R^2}. \tag{142}$$

Ova formula pokazuje da deformacija kutova raste dosta brzo s udaljavanjem od dodirnog meridijana, odnosno od osi x.



Sl. 16. Mreža meridijana i paralela u Soldnerovoj projekciji

Lambert-Gaussova projekcija je poprečna konformna cilindrična projekcija i potpuno odgovara Mercatorovoj projekciji u pravim cilindričnim projekcijama, samo što izabrani dodirni meridijan ima ulogu ekvatora. Zato je ponekad nazivaju i *poprečnom Mercatorovom projekcijom*. U toj se projekciji Zemlja smatra kuglom. Cilindar dodiruje Zemljinu kuglu po izabranom srednjem meridijanu, te je na njemu $m_s = 1$.



Sl. 17. Mreža meridijana i paralela u Lambert-Gaussovoj projekciji

Prema svojstvima konformnih projekcija, linearni modul u nekoj točki ne ovisi o smjeru, te je $c_1 = c_2$, a $\omega = 0$. Tu je c_1 linearni modul uzduž vertikala, a c_2 linearni modul uzduž linija paralelnih sa srednjim meridijanom.

Uz pretpostavku da se os x podudara sa srednjim meridijanom (sl. 17) osnovne formule ove projekcije glase:

$$x = R\lambda'; \qquad y = \frac{R}{\mathrm{Mod}} \log\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right);$$

$$c_1 = c_2 = \sec\varphi'; \qquad p = \sec^2\varphi'; \qquad \omega = 0. \tag{143}$$

Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona

Jedna od konformnih poprečnih projekcija jest Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona u kojoj se površina Zemljinog elipsoida neposredno preslikava na ravninu, što znači da se od geografskih koordinata φ i λ neposredno dobivaju pravokutne koordinate x i y. Odnos između tih koordinata dan je izrazima

$$x = f_1(\varphi, \lambda), \tag{144}$$

$$y = f_2(\varphi, \lambda), \tag{145}$$

gdje su f_1 i f_2 neprekidne i konačne funkcije za točke koje se nalaze unutar nekog zadanog područja.

U Gauss-Krügerovoj projekciji te se funkcije određuju uz ove uvjete: *1*) projekcija mora biti konformna, što znači da se kutovi moraju preslikavati bez deformacija; *2*) srednji meridijan područja preslikavanja mora se preslikati kao pravac i predstavljati os x pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini, a sva projekcija je simetrična s obzirom na tu os; *3*) svaki dio osi x mora biti jednak odgovarajućem dijelu luka srednjeg meridijana.

Kad se ispune ovi uvjeti, dobiju se konačne formule za računanje pravokutnih koordinata u ravnini ako su poznate geografske koordinate na elipsoidu u ovom obliku:

$$x = B + \frac{l^2}{2}\frac{N}{\varrho^2} + \frac{l^4}{24}\frac{N}{\varrho^4}\sin\varphi\cos^3\varphi(5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) +$$

$$+ \frac{l^6}{720}\frac{N}{\varrho^6}\sin\varphi\cos^5\varphi(61 - 58t^2 + t^4), \tag{146}$$

$$y = l\frac{N}{\varrho}\cos\varphi + \frac{l^3}{6}\frac{N}{\varrho^3}\cos^3\varphi(1 - t^2 + \eta^2) +$$

$$+ \frac{l^5}{120}\frac{N}{\varrho^5}\cos^5\varphi\,(5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2). \tag{147}$$

Prema ovim formulama dobiju se pravokutne koordinate s točnošću $\pm 1\,\mathrm{mm}$, za $l \leqq 1{,}5^\circ$, a $\varphi > 30^\circ$.

Oznake u ovim formulama imaju slijedeća značenja: B duljina luka meridijana na elipsoidu, $l = \lambda - \lambda_0$ geografska duljina s obzirom na srednji meridijan, λ_0 geografska duljina srednjeg meridijana, N polumjer prvog vertikala, ϱ radijan, $t = \tan\varphi$, $\eta = e'\cos\varphi$ i e' drugi linearni ekscentricitet elipse.

Kad su zadani x i y, onda su geografske koordinate φ i $\lambda(l)$:

$$\varphi'' = \varphi_1'' - \varrho''\frac{t_1(1 + \eta_1^2)}{2N_1^2}y^2 + \varrho''\frac{t_1}{24N_1^4}(5 + 3t_1^2 + 6\eta_1^2 -$$

$$- 6\eta_1^2 t_1^2)\cdot y^4 - \varrho''\frac{t_1}{720N_1^6}(61 + 90t_1^2 + 45t_1^4)y^6, \tag{148}$$

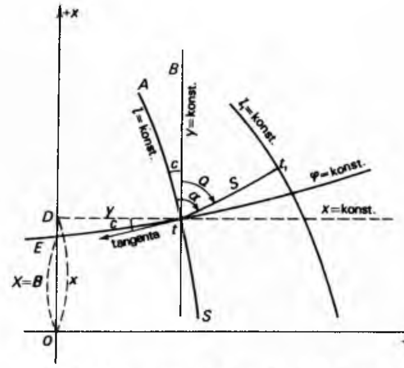
$$l'' = \frac{\varrho''}{N_1\cos\varphi_1}y - \frac{\varrho''}{6N_1^3\cos\varphi_1}(1 + 2t_1^2 + \eta_1^2)y^3 +$$

$$+ \frac{\varrho''}{120N_1^5\cos\varphi_1}(5 + 28t_1^2 + 24t_1^4)y^5, \tag{149}$$

gdje je φ_1 geografska širina u sekundama točke u kojoj ordinata y siječe os x.

Točnost računanja prema ovim formulama jest $\pm 0{,}0001''$ za $l \leqq 3^\circ$ za područja između 40° i 60° geografske širine.

Konvergencija meridijana u ravnini jest kut c što ga u jednoj točki projekcije meridijana čine tangenta i paralela s osi x (sl. 18). Isti kut (u konformnim projekcijama) u toj točki čine tangenta na projekciji paralele i paralela s osi y.



Sl. 18. Konvergencija meridijana u ravnini

Iz sl. 18 vidi se da kut c određuje razliku između azimuta u ravnini i geodetskog smjernog kuta:

$$c = \alpha - \Theta; \qquad \Theta = \alpha - c; \qquad \alpha = \Theta + c. \tag{150}$$

Konvergencija meridijana određena je izrazom

$$c = l\sin\varphi + \frac{l^3}{3\varrho^2}\sin\varphi\cos^2\varphi(1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) +$$

$$+ \frac{l^5}{15\varrho^4}\sin\varphi\cos^4\varphi\,(2 - t^2), \tag{151}$$

kad su dane geografske koordinate φ i $\lambda(l)$ i

$$c = \varrho''\frac{t_1}{N_1}y - \varrho''\frac{t_1 y^3}{3N_1^3}(1 + t_1 - \eta_1^2) + \varrho''\frac{t_1 y^5}{15N_1^5}(2 + 5t_1^2 + 3t_1^4), \tag{152}$$

kad su dane pravokutne koordinate x i y.

Oznake su u ovim formulama iste kao i u već navedenima. Točnost računanja jest $\pm 0{,}001''$, za $l \leqq 3^\circ$ i $40^\circ < \varphi < 48^\circ$.

Linearna deformacija u jednoj točki definirana je kao razlika između linearnog modula u toj točki i jedinice. Dakle,

$$d = m - 1, \tag{153}$$

gdje je d linearna deformacija.

U Gauss-Krügerovoj projekciji linearni modul je određen, kad su zadane geografske koordinate, izrazom

$$m = 1 + \frac{l^2\cos^2\varphi}{2\varrho^2}(1 + \eta^2) + \frac{l^4\cos^4\varphi}{24\varrho^4}(5 - 4t^2), \tag{154}$$

a kad su zadane pravokutne koordinate,

$$m = 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4}; \tag{155}$$

$$R = \sqrt{MN} = f(\varphi). \tag{156}$$

Prema tome je

$$d = \frac{l^2\cos^2\varphi}{2\varrho^2}(1 + \eta^2) + \frac{l^4\cos^4\varphi}{24\varrho^4}(5 - 4t^2) \tag{157}$$

i

$$d = \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4}. \tag{158}$$

Za praktično računanje obično može zadovoljiti točnost koju daju prvi članovi ovih izraza, tj.

$$d = \frac{l^2\cos^2\varphi}{2\varrho^2} \tag{159}$$

i

$$d = \frac{y^2}{2R^2}. \tag{160}$$

Linearne deformacije obično se daju u tablicama. U našoj praksi (u Jugoslaviji) postoje takve tablice za argument $y(0\cdots150\,\mathrm{km})$ i za srednji polumjer R_m, za $\varphi_\mathrm{m} = 44^\circ 07'$.

Prema trećem uvjetu Gauss-Krügerove projekcije slijedi da linearni modul na srednjem meridijanu iznosi jedan, odnosno da je linearna deformacija jednaka nuli. To se vidi i iz već navedenih formula za računanje linearnih modula, odnosno linearnih deformacija.

Linearne deformacije dosta brzo rastu s udaljenošću od srednjeg meridijana, odnosno od osi x. Da bi se obuhvatilo što veće područje preslikavanja u granicama izabrane točnosti, uvodi se pojam *linearna deformacija na srednjem meridijanu.*

Obično se uzima da je relativna linearna greška u mjerenju dužina u poligonskoj mreži 1:3000, pa je stoga usvojeno da linearna deformacija u Gauss-Krügerovoj projekciji ne smije biti veća od 1:10000, odnosno 1 decimetar na kilometar. Tada je točnost projekcije tri puta veća od točnosti poligonske mreže.

Uvođenje linearne deformacije od 1 decimetar na kilometar na srednjem meridijanu, da bi se sačuvali isti odnosi na čitavom području preslikavanja, zahtijeva da se sve duljine pomnože sa usvojenim linearnim modulom na srednjem meridijanu m_0 koji iznosi

$$m_0 = 1 - 0{,}0001. \tag{161}$$

Prema tome, to važi i za pravokutne koordinate,

$$x = m_0 \bar{x} = (1 - 0{,}0001)\bar{x} = 0{,}9999\bar{x}, \tag{162}$$

$$y = m_0 \bar{y} = (1 - 0{,}0001)\bar{y} = 0{,}9999\bar{y}, \tag{163}$$

ili obrnuto

$$\bar{x} = \frac{x}{0{,}9999} = x(1 - 0{,}0001)^{-1} = x + 0{,}0001x + 0{,}00000001x, \tag{164}$$

$$\bar{y} = \frac{y}{0{,}9999} = y(1 - 0{,}0001)^{-1} = y + 0{,}0001y + 0{,}00000001y, \tag{165}$$

gdje su x i y smanjene ili reducirane koordinate, a $\bar{x}$ i $\bar{y}$ nesmanjene ili nereducirane koordinate.

Isto je tako smanjen linearni modul

$$m = m_0\left(1 + \frac{\bar{y}^2}{2R^2} + \frac{\bar{y}^4}{24R^4}\right). \tag{166}$$

Kad je na srednjem meridijanu linearna deformacija nula, tada se područje preslikavanja prostire na istok i zapad od srednjeg meridijana dok linearna deformacija ne poprimi iznos +0,00001, odnosno 1 decimetar po kilometru.

Uzme li se da je na srednjem meridijanu linearna deformacija −0,0001, onda, prema svojstvima Gauss-Krügerove projekcije, linearne deformacije opet rastu s udaljavanjem na istok i zapad od srednjeg meridijana dok linearna deformacija ne poprimi iznos +0,0001. Jasno je da je područje preslikavanja veće kad je iznos linearne deformacije −0,0001···0 i 0···+0,0001 nego samo 0···+0,0001. U tome je praktički značaj toga postupka.

Veličina područja preslikavanja u koordinatnom sustavu ovisi o točnosti koja se traži od projekcije, odnosno od linearnih deformacija u pojedinim točkama projekcije.

Ako se pretpostavi da je najveća linearna deformacija 0,0001, tada se prema izrazu za linearnu deformaciju može napisati jednadžba

$$0{,}0001 = \frac{l^2(1 + \eta^2)\cos^2\varphi}{2\varrho^2}, \tag{167}$$

a odatle je

$$l'' = \frac{\varrho''\sqrt{0{,}0002}}{\sqrt{1 + \eta^2}\cos\varphi}. \tag{168}$$

Taj izraz određuje geografsku duljinu l (s obzirom na srednji meridijan) do koje se proteže područje preslikavanja na istok i zapad, kad je linearna deformacija na srednjem meridijanu nula.

Kad se uzme da je linearna deformacija na srednjem meridijanu −0,0001, a na krajevima područja preslikavanja +0,0001, onda se može postaviti jednadžba

$$0{,}0002 = \frac{l^2(1 + \eta^2)\cos^2\varphi}{2\varrho^2}, \tag{169}$$

a odatle je

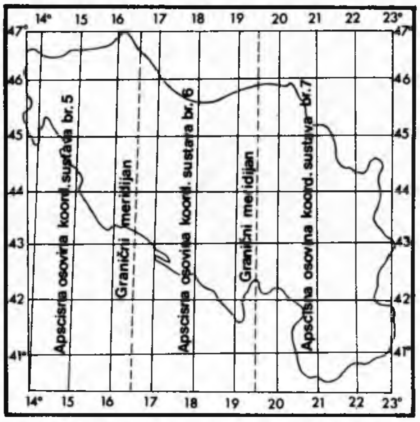
$$l'' = \frac{0{,}02\varrho''}{\sqrt{1 + \eta^2}\cos\varphi}. \tag{170}$$

Prema ovoj formuli može se izračunati l i vidjeti da one države koje se prostiru sjeverno do 40° geografske širine mogu imati mrežu koordinatnih sustava od po 3° geografske duljine, odnosno 1,5° na istok i na zapad od srednjeg meridijana, a da pri tome linearna deformacija ne pređe iznos ±0,0001.

Na osnovi ovog razmatranja Jugoslavija je usvojila primjenu Gauss-Krügerove projekcije sa širinom zona od 3° geografske duljine.

Državni pravokutni koordinatni sustavi. Kako se SFR Jugoslavija nalazi približno između 13° i 23° geografske duljine istočno od Greenwicha, a kako koordinatni sustavi mogu zauzimati po 3° geografske duljine, to su za preslikavanje na ravninu područja SFRJ potrebna tri koordinatna sustava.

Apscisne osi tih koordinatnih sustava jesu projekcije meridijana čije su geografske duljine 15°, 18° i 21° istočno od Greenwicha, ordinatne osi su pravci okomiti na osi apscisa i projekcije su ekvatora, a presjeci tih projekcija jesu počeci koordinatnih sustava. Brojevne oznake koordinatnih sustava dobiju se kad se broj stupnjeva geografskih duljina srednjih meridijana podijeli sa tri. Prema tome, zapadni koordinatni sustav Jugoslavije obilježen je sa brojkom 5, srednji koordinatni sustav sa 6, a istočni sa 7 (sl. 19).



Sl. 19. Koordinatni sustavi na području Jugoslavije

Meridijani kojima su geografske duljine 16°30′ i 19°30′, granični su meridijani između koordinatnih sustava 5 i 6, odnosno koordinatnih sustava 6 i 7.

Za pozitivni smjer osi x uzima se smjer od koordinatnog početka prema sjeveru, a osi y prema istoku. Apscise x su pozitivne za sve točke koje leže sjeverno od ekvatora. Da se izbjegnu negativne ordinate y, koje ovise o predznaku koordinata l s obzirom na srednji meridijan i da bi brojčani iznosi rasli u istom smislu, dodaje se svim ordinatama 500000 metara. Tako točke koje leže istočno od apscisne osi, odnosno od srednjeg meridijana, imaju ordinate veće od 500000 metara, a točke koje se nalaze zapadno od apscisne osi imaju ordinate manje od 500000 metara, ali uvijek pozitivne.

Brojevna oznaka koordinatnog sustava, u kojem se neka točka nalazi, stavlja se ispred iznosa ordinate. Npr., ako je ordinata neke točke

$$y = 5346742{,}156\,\mathrm{m}, \tag{171}$$

to znači da se ta točka nalazi u koordinatnom sustavu broj 5, u kojem je os x projekcija meridijana kojemu je geografska duljina 15°. Budući da je ordinata manja od 500000m, točka se nalazi zapadno od srednjeg meridijana na udaljenosti od 500000 − 346742,156 = 153257,844m. Ako je apscisa te iste točke

$$x = 4956871{,}238\,\mathrm{m}, \tag{172}$$

onda je to stvarna udaljenost te točke od osi y, odnosno od projekcije ekvatora.

Postupak pri računanju pravokutnih koordinata jest slijedeći: od geografskih koordinata φ i $\lambda(l)$ računaju se neposredno pravokutne koordinate, npr.

$$\bar{x} = 4936854{,}724\,\mathrm{m}, \tag{173}$$

$$\bar{y} = +\,72434{,}152\,\mathrm{m}. \tag{174}$$

Te se koordinate zatim umanjuju za 0,0001 njihova iznosa pa se dobije:

$$x = 4936854{,}724 - 493{,}685 = 4936361{,}039\,\mathrm{m}, \tag{175}$$

$$y = +\,72434{,}152 - 7{,}243 = +\,72426{,}909\,\mathrm{m}. \tag{176}$$

Pretpostavi li se da se ova točka nalazi u koordinatnom sustavu broj 6, onda se njezine koordinate konačno daju u obliku

$$x = 4936361{,}039\,\mathrm{m}, \tag{177}$$

$$y = 6572426{,}909\,\mathrm{m}. \tag{178}$$

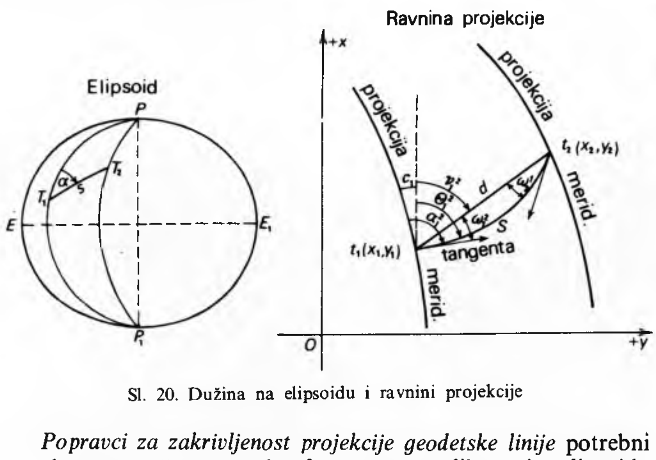
Kad se računaju geografske koordinate iz pravokutnih Gauss-Krügerovih koordinata, onda se postupa obrnuto. Od smanjenih pravokutnih koordinata prelazi se na nesmanjene, a prije toga se u ordinati y izostavi prva brojka (koja označava broj koordinatnog sustava). Iz nesmanjenih pravokutnih koordinata računaju se geografske koordinate prema već navedenim formulama.

Deformacija duljina je razlika između duljine u ravnini projekcije S ili d i njoj odgovarajuće duljine na elipsoidu s (sl. 20). Ta je razlika određena formulom

$$d - s = s\frac{y_1^2 + 4y_m^2 + y_2^2}{12R_m^2}, \tag{179}$$

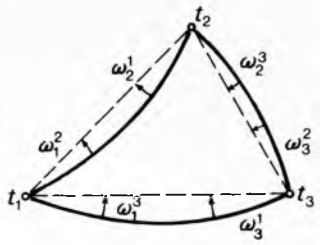
gdje je d najkraća spojnica (dužina) između dviju točaka u ravnini, s duljina geodetske linije (najkraće linije) na površini elipsoida između dviju točaka, y_1 ordinata početne točke najkraće spojnice u ravnini, y_2 ordinata krajnje točke najkraće spojnice u ravnini, $y_m = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$ i R_m srednji polumjer zakrivljenosti za x ili φ_m gdje je $x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$, a $\varphi_m = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$.

Za praktično računanje primjenjuju se tablice koje znatno pojednostavnjuju računanje.



Sl. 20. Dužina na elipsoidu i ravnini projekcije

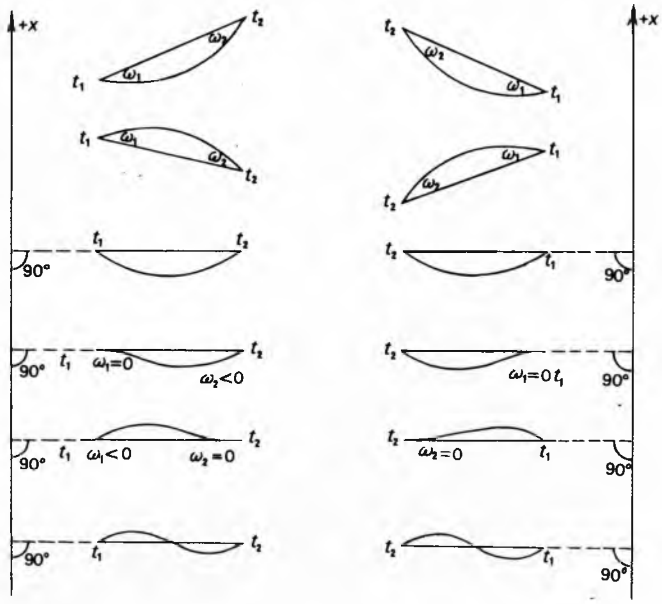
Popravci za zakrivljenost projekcije geodetske linije potrebni su zbog toga što se u konformnom preslikavanju elipsoida na ravninu geodetska linija na površini elipsoida uvijek preslikava u ravninu kao krivulja. Iz toga slijedi da se strane trokuta triangulacije, koje su na elipsoidu geodetske linije, preslikavaju kao krivulje, što je shematski prikazano na sl. 21. Zbroj kutova u tim trokutima jest $180° + \varepsilon$, jer je riječ o konformnom preslikavanju, gdje je ε (sferoidni) *elipsoidni eksces.* Računanje triangulacije kojima trokuti u ravnini imaju za stranice krivulje i zbroj kutova $180° + \varepsilon$ bilo bi veoma nepodesno. Stoga se uvijek računa s trokutima u ravnini koji čine najkraće spojnice između vrhova. Na slici su to tetive između točaka t_1, t_2, t_3. Radi toga je potrebno odrediti kutove između tih tetiva i računati trokute prema pravilima trigonometrije u ravnini. Kao što se iz slike vidi, potrebno je odrediti male kutove ω, što ih čine tetive i krivulje između točaka t_1, t_2 i t_3. Ti mali kutovi zovu se popravci za zakrivljenost projekcije geodetske linije. (U starijoj stručnoj literaturi ti se kutovi često nazivaju redukcijom pravaca.)



Sl. 21. Stranice trokuta triangulacije na elipsoidu i trokutu u ravnini

Za kontrolu računanja popravaka za zakrivljenost strana u jednom trokutu služi veličina elipsoidnog ekscesa toga trokuta.

Projekcija (*slika*) geodetske linije. Projekcija geodetske linije u Gauss-Krügerovoj projekciji uvijek je krivulja koja je svojom konkavnom stranom okrenuta prema osi apscisa. Odatle slijedi da njen izgled ovisi o položaju njenih krajnjih točaka prema osi x. Ako se njene obje točke nalaze na istoj strani osi x, onda projekcija geodetske linije može imati oblike koji su prikazani na sl. 22.



Sl. 22. Izgled geodetske linije u ravnini Gauss-Krügerove projekcije kad se obje točke nalaze na istoj strani osi x

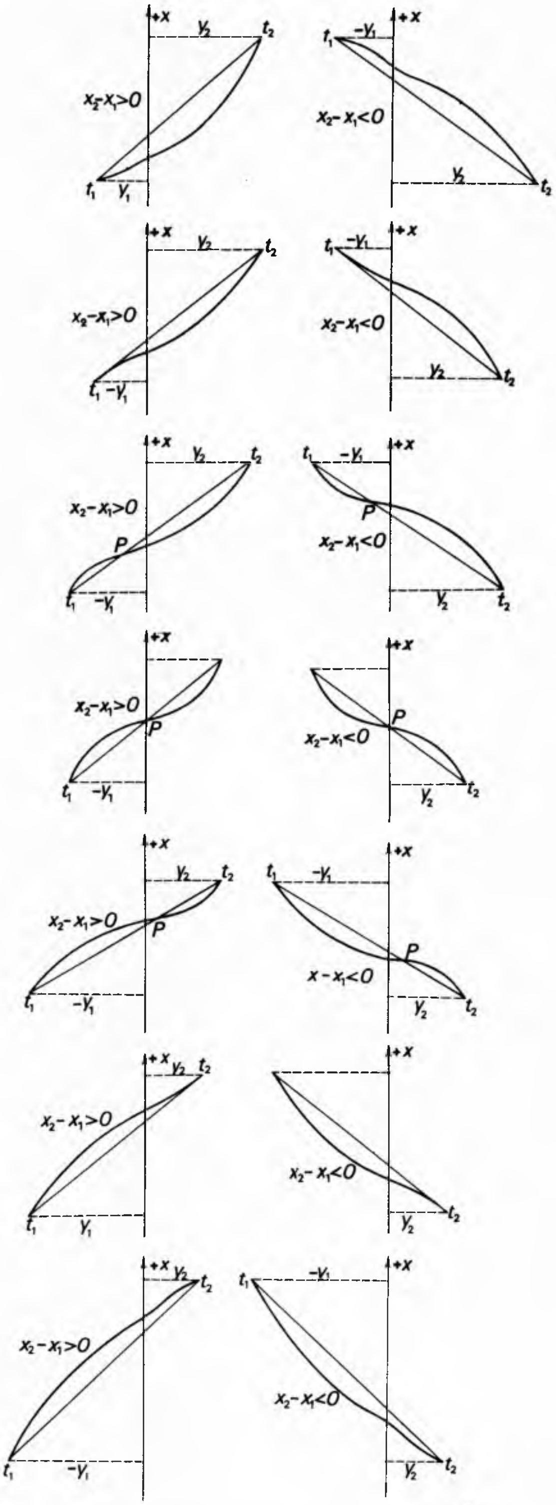
Kad se krajnje točke projekcije geodetske linije nalaze na različitim stranama osi x, onda se ona ponaša kako je to prikazano na sl. 23.

Slike imaju praktičnu primjenu u određivanju predznaka za popravke zakrivljenosti projekcije geodetske linije; one samo shematski prikazuju odnos između projekcije geodetske linije i njezine tetive.

Određivanje pravokutnih koordinata u ravnini iz poznate duljine i azimuta geodetske linije na elipsoidu. Taj se zadatak često naziva osnovni ili prvi geodetski zadatak, a sastoji se u slijedećem: zadane su pravokutne koordinate y_1 i x_1 u ravnini te duljina s i azimut α_1^2 geodetske linije na elipsoidu. Traže se pravokutne koordinate y_2 i x_2 točke t_2 i obrnuti azimut α_2^1 (sl. 24).

Zadatak se svodi na određivanje koordinatnih razlika Δy i Δx u ravnini, što se može postići na dva načina.

1. Najprije se izračunava konvergencija meridijana c_1 u točki t_1, prema već navedenim formulama. Iz slike se vidi da



Sl. 23. Izgled geodetske linije u ravnini Gauss-Krügerove projekcije kad se točke nalaze na različitim stranama od osi x

je $\Theta_1^2 = \alpha_1^2 - c_1$, gdje je Θ_1^2 geodetski smjerni kut u ravnini. Zatim se računaju približne koordinatne razlike i koordinate srednje točke prema formulama

$$\begin{aligned} \Delta y_0 &= s\sin\Theta_1^2, & (y_2)_0 &= y_1 + \Delta y_0, \\ \Delta x_0 &= s\cos\Theta_1^2, & (x_2)_0 &= x_1 + \Delta x_0, \\ y_s &= y_1 + \frac{\Delta y_0}{2}, & x_s &= x_1 + \frac{\Delta x_0}{2}. \end{aligned} \tag{180}$$

Približne koordinate $(y_2)_0$ i $(x_2)_0$ omogućuju da se izračuna deformacija duljina i popravci za zakrivljenost projekcije geodetske linije, a tada je

$$v_1^2 = \Theta_1^2 - \omega_1^2, \tag{181}$$

$$\alpha_2^1 = \Theta_2^1 + c_2, \tag{182}$$

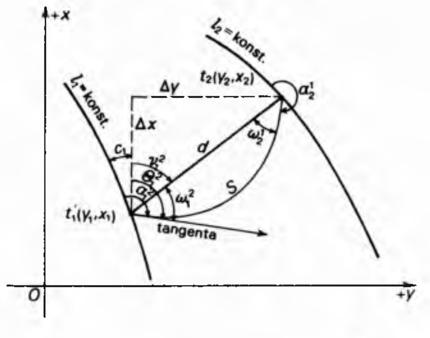
$$\Theta_2^1 = \Theta_1^2 \pm 180°. \tag{183}$$

To su sve veličine za računanje definitivnih koordinatnih razlika

$$\Delta y = d\sin v_1^2; \qquad \Delta x = d\cos v_1^2, \tag{184}$$

i najzad koordinata točke t_2

$$y_2 = y_1 + \Delta y, \qquad x_2 = x_1 + \Delta x. \tag{185}$$



Sl. 24. Određivanje koordinatnih razlika Δy i Δx

2. Koordinatne razlike računaju se neposredno iz duljine geodetske linije na elipsoidu i geodetskog smjernog kuta na ravnini, koji se određuje kao i u prvom slučaju, prema formuli: $\Theta_1^2 = \alpha_1^2 - c_1$.

Koordinatne razlike računaju se prema formulama:

$$\Delta y = v + (a) - (b) + (c), \tag{186}$$

$$\Delta x = u + (d) - (e), \tag{187}$$

gdje su veličine na desnoj strani funkcije od Θ_1^n, s, y_1, R_1, a navedene su u stručnoj literaturi i pravilnicima.

Obrnuti azimut jest $\alpha_2^1 = \Theta_2^1 + c_2$.

Zbog kontrole računanja obično se računaju koordinate y_2 i x_2 na oba načina.

Određivanje duljine i azimuta geodetske linije na elipsoidu iz pravokutnih koordinata x i y u ravnini naziva se obrnutim geodetskim ili drugim (glavnim) geodetskim zadatkom.

Dane su pravokutne koordinate krajnjih točaka projekcije geodetske linije $t_1(y_1,x_1)$ i $t_2(y_2,x_2)$, a traži se azimut α_1^2 i duljina s geodetske linije na elipsoidu. Taj se zadatak može riješiti, također, na dva načina.

1. Iz koordinata krajnjih točaka projekcije geodetske linije računa se smjerni kut tetive v_1^2 prema formuli

$$\tan v_1^2 = \frac{\Delta y}{\Delta x}. \tag{188}$$

Zatim se računa duljina tetive

$$d = \frac{\Delta y}{\sin v_1^2} = \frac{x}{\cos v_1^2}. \tag{189}$$

Iz koordinata krajnjih točaka računaju se popravci za krivinu projekcije geodetske linije ω_1 i ω_2 i deformacija duljine prema prije navedenim formulama. Zatim se računaju tražene veličine: duljina geodetske linije s, smjerni kut geodetske linije $\Theta_1^2 = v_1^2 + \omega_1^2$, i azimut $\alpha_1^2 = \Theta_1^2 + c_1$, gdje je c_1 konvergencija meridijana u ravnini za točku t_1.

2. Azimut α_1^2 i duljina geodetske linije s izračunavaju se neposredno pomoću pravokutnih koordinata krajnjih točaka projekcije geodetske linije, odnosno pomoću razlika tih koordinata i koordinata srednje točke tetive, koje su određene izrazima

$$x_s = \frac{1}{2}(x_1 + x_2); \qquad y_s = \frac{1}{2}(y_1 + y_2). \tag{190}$$

Konačne formule za određivanje traženih veličina s i Θ (pomoću Θ nalazi se zatim α) navedene su u pravilnicima i stručnoj literaturi.

Azimuti se računaju pomoću formula: $\alpha_1^2 = \Theta_1^2 + c_1 - (c_1 - \gamma_1)$, $\alpha_2^1 = \Theta_2^1 + c_2 - (c_2 - \gamma_2)$, gdje su c_1 i c_2 konvergencije meridijana u ravnini, a γ_1 i γ_2 geodetske konvergencije meridijana na elipsoidu.

Transformacija pravokutnih koordinata u ravnini iz jednog sustava u drugi, susjedni sustav rješava se na više načina, od kojih se navode oni koji se u praksi najčešće primjenjuju. Poznate su pravokutne koordinate x i y u koordinatnom sustavu sa srednjim meridijanom geografske duljine L, a traže se pravokutne koordinate x' i y' u susjednom koordinatnom sustavu sa srednjim meridijanom geografske duljine L'.

Iz danih pravokutnih koordinata poznatim postupkom odrede se geografske koordinate φ i $\lambda(l)$. Koordinata l odnosi se na srednji meridijan koordinatnog sustava duljine L. Koordinata λ, koja se odnosi na neki početni meridijan, dobije se zbrajanjem geografske duljine srednjeg meridijana L i izračunate duljine l, tj. $\lambda = L + l$.

Zatim se iz geografskih koordinata φ i λ računaju konformne pravokutne koordinate u susjednom koordinatnom sustavu. Taj se postupak može primijeniti pri transformaciji pravokutnih koordinata iz bilo koje projekcije u neku drugu, a ne samo pri transformaciji iz jednog sustava u drugi u Gauss-Krügerovoj projekciji. Međutim, taj postupak ima mnogo računskih operacija, pa se može preporučiti samo ako se radi o transformaciji koordinata malog broja točaka ili ako se upotrebljava elektroničko računalo.

Najobičniji način transformacije koordinata između dva susjedna sustava Gauss-Krügerove projekcije jest primjena tzv. pomoćnih točaka, za koje su poznate pravokutne koordinate u oba susjedna koordinatna sustava.

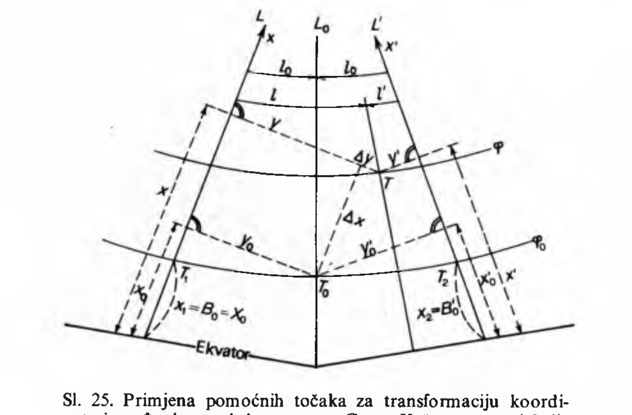
Odnos između sustavâ i položaj pomoćne točke vide se na sl. 25.

Formule za transformaciju koordinata iz jednog sustava u drugi, susjedni glase:

$$x' = x'_0 + h_{11}\Delta x - h_{12}\Delta y + h_{21}\Delta x^2 - 2h_{22}\Delta x\Delta y - h_{21}\Delta y^2 + h_{31}\Delta x^3 - 3h_{32}\Delta x^2\Delta y - 3h_{31}\Delta x\Delta y^2 + h_{32}\Delta y^3; \quad (191)$$

$$y' = y'_0 + h_{12}\Delta x + h_{11}\Delta y + h_{22}\Delta x^2 + 2h_{21}\Delta x\Delta y - h_{22}\Delta y^2 + h_{32}\Delta x^3 + 3h_{31}\Delta x^2\Delta y - 3h_{32}\Delta x\Delta y^2 - h_{31}\Delta y^3. \quad (192)$$

Tu su x'_0, y'_0 koordinate pomoćne točke u onom koordinatnom sustavu u koji se želi transformirati neka točka. Veličine h_{ij} su ovisne o φ_0, l_0, t_0, η_0, N_0 i za njih postoje izračunate tablice. Značenje Δx i Δy je vidljivo iz sl. 25.



Sl. 25. Primjena pomoćnih točaka za transformaciju koordinata između dva susjedna sustava Gauss-Krügerove projekcije

Sve oznake s indeksom nula odnose se na geografsku širinu φ_0 na kojoj leži pomoćna točka, a l_0 je geografska duljina graničnog meridijana između dvaju koordinatnih sustava i na njemu (u ovom slučaju) leži pomoćna točka.

U najnovije doba izračunati su iznosi za oznake h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}, h_{31}, h_{32} i koordinate pomoćnih točaka $\bar{y}'$ i $\bar{x}'$ tako gusto da se linearnom interpolacijom mogu odrediti za svaki po volji odabrani x, pa i za zadani, koji se transformira. Na taj se način jednostavnom interpolacijom razlika $(x - x_0)$ praktički svodi na nulu, i u već navedenim formulama može se staviti da je $\Delta x = 0$, pa slijedi:

$$y' = y'_0 + h_{11}\Delta y - h_{22}\Delta y^2 - h_{31}\Delta y^3; \quad (193)$$

$$x' = x'_0 - h_{12}\Delta y - h_{21}\Delta y^2 + h_{32}\Delta y^3. \quad (194)$$

Kao što se vidi, računanje prema tim formulama sasvim je pojednostavnjeno; teško je vjerovati da će se moći za ovaj zadatak naći neki kraći postupak.

Danas se slobodno može reći da Gauss-Krügerova projekcija ima najširu primjenu u geodetskoj praksi. Mnoge države primjenjuju tu projekciju, uz različite modifikacije, u preračunavanju koordinata točaka svojih triangulacija s elipsoida na ravninu.

Taj način, preračunavanja točaka s elipsoida na ravninu prvi je primijenio Gauss, između 1821. i 1825. godine, prilikom računanja hanoverske triangulacije. Teoretske izvode za ovu projekciju on spominje 1816. godine u svojim pismima čuvenom geodetu toga vremena Schumacheru.

Međutim, o načinu preračunavanja točaka hanoverske triangulacije Gauss nije ništa objavio. Konačne formule zapisao je njegov asistent Goldschmidt, ali bez izvođenja i objašnjenja.

Stoga je O. Schreiber 1866. napisao djelo: »Theorie der Projektionsmethode der Hannoverschen Landesvermessung«, gdje su objašnjeni i prikazani postupci ovog računanja.

Tek 1912. L. Krüger objavljuje svoju obradu ove projekcije pod naslovom: »Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene«. To je djelo poslužilo, a i danas služi, kao podloga svim kasnijim radovima o ovoj projekciji.

Zbog Krügerova priloga teoriji te projekcije, ona je dobila svoj današnji naziv. Jugoslavija je usvojila ovu projekciju u proljeće 1924. godine.

Poprečna ekvivalentna cilindrična projekcija

Ova projekcija odgovara izocilindričnoj Lambertovoj projekciji u pravim cilindričnim projekcijama, u kojoj se Zemlja smatra kuglom, i preslikava se na cilindar koji dodiruje Zemljinu kuglu po jednom meridijanu, a os mu leži u ravnini ekvatora.

Formule za tu projekciju bit će potpuno analogne formulama za pravu Lambertovu izocilindričnu projekciju, samo što će se u njima mjesto geografskih koordinata φ i λ pojavljivati sferne koordinate φ' i λ' poprečnog koordinatnog sustava.

Ova projekcija je pogodna za područja i države koje se prostiru uzduž meridijana kad se traži da se sačuva jednakost, odnosno konstantan odnos površina na karti i na površini Zemljinog elipsoida.

Azimutne (zenitne) projekcije

U azimutnim (zenitnim) projekcijama ravnina projekcije dodiruje Zemljin elipsoid (kuglu) u po volji uzetoj točki. Na tu ravninu preslikava se površina Zemljinog elipsoida (kugle) pod uvjetom da se sve točke, koje se nalaze na istoj udaljenosti od dodirne točke, pojave u ravnini projekcije na jednoj kružnici.

Pretpostavi li se da je dodirna točka ujedno pol (ishodište) polarnog sustava, onda se opći izrazi za azimutne projekcije mogu napisati u obliku: $\varrho = f(z)$ i $\delta = \psi$, gdje je ϱ polumjer almukantarata u ravnini projekcije, z zenitna duljina, ψ kut između vertikala na Zemljinoj kugli, a δ kut između vertikala u ravnini projekcije.

U azimutnim projekcijama Zemlja se obično smatra kuglom. Kad ravnina projekcije dodiruje Zemljinu kuglu u nekoj po volji odabranoj točki, tada će se vertikali te točke preslikati kao pravci, a almukantarati kao koncentrične kružnice, kojima je središte u točki dodira. Tada će se meridijani i paralele prikazati kao krivulje, koje se konstruiraju pomoću koordinata pojedinih točaka.

Međutim, u primjeni su najčešće polarne azimutne projekcije. Tada projekcijska ravnina dodiruje Zemljinu kuglu u jednom od polova. Meridijani se preslikavaju kao pravci koji se zrakasto razilaze iz dodirne točke, tj. iz pola, a paralele kao koncentrične kružnice, kojima je središte presjek meridijana, odnosno pol kao što je prikazano na sl. 27.

Opće formule azimutnih projekcija glase: $\varrho = f(\varphi)$ i $\delta = \lambda$. Oblik funkcije f, koja određuje polumjer paralela ϱ u projekciji, određuje se iz uvjeta preslikavanja; prema tim uvjetima azimutne projekcije mogu biti konformne, ekvivalentne, ekvidistantne i uvjetne.

Osim polarnih, i u ovim projekcijama primjenjuju se i pravokutne koordinate x i y. Pri tome se obično uzima da se os x podudara s polarnom osi polarnog koordinatnog sustava, a koordinatni početak je u polu. Tada je $x = \varrho\cos\delta$; $y = \varrho\sin\delta$. Ostale osnovne formule ovih projekcija glase:

$$m = -\frac{\mathrm{d}\varrho}{R\mathrm{d}\varphi}; \qquad n = \frac{\varrho}{R\cos\varphi}; \qquad p = mn. \tag{195}$$

Polarne konformne azimutne projekcije nastaju iz općeg uvjeta konformnosti, koji se izražava jednakošću $m = n$, odnosno

$$-\frac{\mathrm{d}\varrho}{R\mathrm{d}\varphi} = \frac{\varrho}{R\cos\varphi}, \tag{196}$$

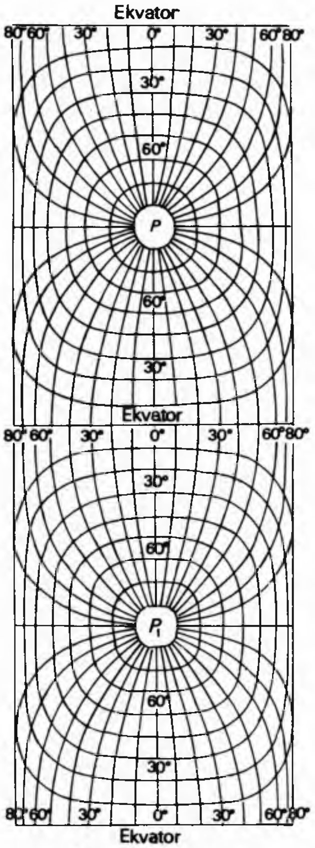
a odatle se nakon integriranja dobije

$$\varrho = K\tan\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right), \tag{197}$$

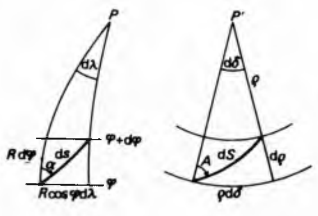
gdje je K konstanta integracije, koja se određuje iz uvjeta da linearni modul na zadanoj paraleli s geografskom širinom φ_0 bude jednak jedinici, pa je tada:

$$K = 2R\cos^2\left(45° - \frac{\varphi_0}{2}\right). \tag{198}$$

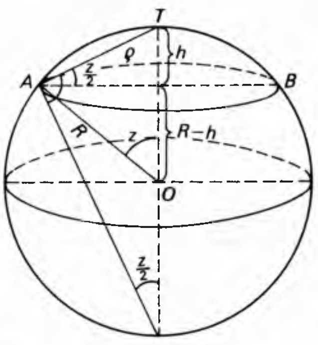
Uvrštavanjem ovog izraza za K u jednadžbu za ϱ, a zatim u opće formule azimutnih projekcija, dobiju se formule za konformne azimutne projekcije. Razumije se da je i u ovim projekcijama $\delta = \lambda$, jer ravnina projekcije dodiruje Zemljinu kuglu u polu.



Sl. 26. Mreža meridijana i paralela u poprečnoj ekvivalentnoj cilindričnoj projekciji



Sl. 27. Meridijani i paralele u polarnoj azimutnoj projekciji



Sl. 28. Odnosi veličina kugle i kalote

Polarne ekvivalentne azimutne projekcije nastaju onda kad se funkcija f određuje pod uvjetom ekvivalentnosti površina, odnosno da površinski modul p bude jednak jedinici; tada je

$$-\frac{\mathrm{d}\varrho}{R\mathrm{d}\varphi}\frac{\varrho}{R\cos\varphi} = 1. \tag{199}$$

Odatle je nakon integriranja

$$\varrho^2 = K - 2R^2\sin\varphi, \tag{200}$$

gdje je K konstanta integracije, koja može biti određena uz različite uvjete. Ako se ovaj izraz za ϱ uvrsti u opće jednadžbe azimutnih projekcija, dobit će se formule za ekvivalentne azimutne projekcije.

Lambertova horizontalna ekvivalentna azimutna projekcija, jedna je od projekcija u kojoj je Lambert smatrao Zemlju kuglom, te je iskoristio kao uvjet poznatu činjenicu da je ploština kuglina segmenta (odsječka) jednaka ploštini kruga, kojemu je polumjer jednak tetivi koja spaja neku periferijsku točku osnovice segmenta s njegovim tjemenom. Ujedno je uzeo da se tjeme kuglinog segmenta nalazi u središtu područja koje se želi prikazati u ravnini.

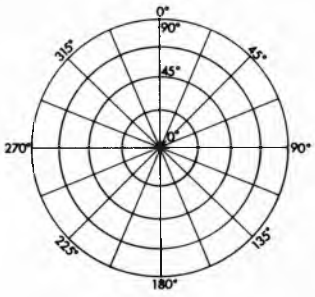
Prema oznakama na sl. 28 ploština kuglina segmenta kalote ATB jest: $P = 2R\pi h = \varrho^2\pi$. Budući da je $h = R(1 - \cos z) = 2R\sin^2\frac{z}{2}$, onda je $\varrho = 2R\sin\frac{z}{2}$, gdje je ϱ polumjer kruga kojem je ploština jednaka ploštini kalote kuglina segmenta sa zenitnom daljinom z. Dakle, almukantarati se prikazuju kao kružnice sa središtem u tjemenu kuglinog segmenta. Vertikali su pravci koji se radijalno razilaze iz tjemena, odnosno iz središta projekcije, pod kutovima jednakim razlikama njihovih azimuta. Prema tome je $\delta = \psi$.

Ako se pol projekcije podudara s polom kugle, onda sl. 29 prikazuje projekcije meridijana i paralela.

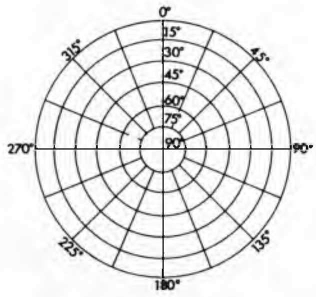
Opći izraz za linearni modul dan je u obliku:

$$c_\alpha = \sqrt{\cos^2\frac{z}{2}\cos^2\alpha + \sec^2\frac{z}{2}\sin^2\alpha}. \tag{201}$$

Linearni modul se polagano mijenja u blizini središta projekcije, a što se ide dalje od središta te promjene postaju sve izrazitije.



Sl. 29. Meridijani i paralele u Lambertovoj projekciji



Sl. 30. Meridijani i paralele u Postelovoj projekciji

Ekvidistantne polarne azimutne projekcije. U ekvidistantnim polarnim azimutnim projekcijama funkcija f, koja određuje polumjer paralela ϱ u projekciji, određuje se pod uvjetom da linearni modul u smjeru meridijana bude jednak jedinici, tj. $m = \frac{\mathrm{d}\varrho}{R\mathrm{d}\varphi} = 1$, $-\mathrm{d}\varrho = R\mathrm{d}\varphi$, a odatle je nakon integriranja $\varrho = K - R\varphi$.

Konstanta K određena je činjenicom da je u dodirnoj točki polumjer $\varrho = 0$, a tada je $\varphi = 90°$. Prema tome je

$$K = \frac{1}{2}R\pi. \tag{202}$$

Uvrsti li se ovaj izraz za K u izraz za ϱ, dobije se $\varrho = R\left(\frac{1}{2}\pi - \varphi\right)$.

Na taj način određeni polumjer ϱ predstavlja polumjer paralela u tzv. *Postelovoj projekciji.* Kao što se vidi, ti su polumjeri ispruženi lukovi meridijana od ekvatora do paralele sa širinom φ.

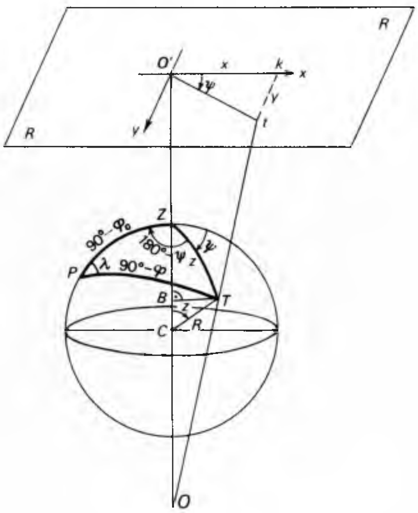
Kako je za $\varphi = 90°$, polumjer $\varrho = 0$, to znači da je ova projekcija polarna, pa će se meridijani preslikati kao pravci, koji se radijalno razilaze iz pola pod kutovima koji su jednaki razlici njihovih geografskih duljina (sl. 30). Prema tome je $\delta = \lambda$.

Ako se u općim izrazima azimutnih projekcija zamijene ove jednakosti za ϱ i δ, dobit će se opće formule za Postelovu projekciju. Ta projekcija je pogodna za predstavljanje područja oko polova, ali zbog njene jednostavne konstrukcije ona se primjenjuje i za izradbu astronomskih karata.

Azimutne perspektivne projekcije

Ove projekcije nastaju perspektivnim projiciranjem točke s površine Zemljinog elipsoida (kugle) na ravninu projekcije, prema zakonima linearne prespektive.

Da bi se dobio lik ma koje točke s površine elipsoida ili kugle, treba povući zraku od točke promatranja kroz točku (koje se projekcija traži) do ravnine projekcije (sl. 31).



Sl. 31. Projekcija točke T elipsoida ili kugle bit će točka t, u kojoj zraka OT probada ravninu RR

Kako se, obično, u perspektivnim projekcijama preslikavaju veći dijelovi Zemljine površine, uzima se da je (glavno) mjerilo vrlo sitno. Isti je slučaj ako se ove projekcije primjenjuju u izradbi karata nebeskog svoda za astronomske potrebe.

Ako se radi o kartografskim potrebama, Zemlja se smatra kuglom ploštine jednake ploštini Zemljinog elipsoida. Polumjer takve kugle računa se prema približnoj formuli, koja je izvedena pod uvjetom da je Zemljin elipsoid ekvivalentno preslikan na kuglu. Ta formula glasi

$$R = a\left(1 - \frac{e^2}{6}\right), \tag{203}$$

gdje je R polumjer kugle, a velika poluos Zemljinog elipsoida, a e prvi ekscentricitet elipse.

Konstrukcija točaka zamjenjuje se računanjem njihovih koordinata polazeći od geografskih koordinata φ i λ.

Međutim, kako je jednostavnija veza između sfernih polarnih z i ψ i pravokutnih koordinata u projekciji (x, y), najprije se određuje odnos između geografskih i sfernih koordinata.

Ti se odnosi mogu napisati iz sfernog trokuta PZT i oni u konačnom obliku glase:

$$\cos z = \sin\varphi_0 \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cos\varphi \cos\lambda, \tag{204}$$

$$\sin z \sin\psi = \sin\lambda \cos\varphi, \tag{205}$$

$$\sin z \cos\psi = \sin\varphi_0 \cos\varphi \cos\lambda - \sin\varphi \cos\varphi_0. \tag{206}$$

Točke promatranja, središte kugle, ravnina projekcije i pravokutni koordinatni sustav u ravnini mogu imati međusobno različite položaje.

Međutim, u proučavanju i primjeni perspektivnih projekcija pretpostavlja se, zbog jednostavnijeg izvođenja i upotrebe formula, da je ravnina projekcije okomita na pravac koji spaja točku promatranja sa središtem kugle, a koordinatni početak pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini ujedno je projekcija središta kugle C u ravnini projekcije (sl. 31).

Uz te pretpostavke pravokutne koordinate u projekciji određene su ovim izrazima

$$x = \frac{LR(\sin\varphi_0 \cos\varphi \cos\lambda - \sin\varphi \cos\varphi_0)}{D + R(\sin\varphi_0 \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cos\varphi \cos\lambda)}, \tag{207}$$

$$y = \frac{LR \sin\lambda \cos\varphi}{D + R(\sin\varphi_0 \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cos\varphi \cos\lambda)}. \tag{208}$$

Pojedine oznake znače: $OC = D$; $OO' = L$.

Ovo su osnovne formule azimutnih perspektivnih projekcija i one određuju odnos između geografskih koordinata φ i λ na kugli i pravokutnih koordinata x i y u ravnini.

Ostale formule za te projekcije glase:

$$c_1 = \frac{L(D\cos z + R)}{(D + R\cos z)^2}, \tag{209}$$

$$c_2 = \frac{L}{D + R\cos z}, \tag{210}$$

gdje je c_1 linearni modul u smjeru vertikala, c_2 linearni modul u smjeru almukantarata.

Površinski modul određen je izrazom

$$p = c_1 c_2 = \frac{L^2(D\cos z + R)}{(D + R\cos z)^3}. \tag{211}$$

Najveća deformacija kutova računa se prema formuli

$$\sin\frac{\omega}{2} = \frac{a - b}{a + b}. \tag{212}$$

Odnos između nekog kuta α na kugli i njemu odgovarajućeg kuta A u projekciji dan je izrazom

$$\tan A = \frac{D + R\cos z}{R + D\cos z} \tan\alpha. \tag{213}$$

Mjerilo linearnog elementa, koji s nekim po volji odabranim vertikalom zatvara kut α, jest

$$c_\alpha = \frac{L}{D + R\cos z} \sqrt{\left(\frac{D\cos z + R}{D + R\cos z}\right)^2 \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}. \tag{214}$$

Iz ovih izraza se vidi da svojstva azimutnih perspektivnih projekcija ovise o udaljenosti točke promatranja od središta kugle, odnosno o iznosu D. Iznos L mijenja samo veličinu slike, a ne i njezina svojstva, jer se javlja kao množitelj u brojniku formula za koordinate x i y.

Linearni moduli ovise samo o jednoj koordinati z; prema tome, izokole su koncentrične kružnice koje se podudaraju s almukantaratima. Središte kružnice, koje predstavljaju izokole, nalazi se u projekciji središta promatranja (u navedenom primjeru u točki O').

S obzirom na položaj točke promatranja, azimutne perspektivne projekcije mogu se svrstati u četiri grupe: *ortografske*, u kojima se točka promatranja nalazi u beskonačnosti ($D = \infty$), *vanjske*, u kojima se točka promatranja nalazi izvan kugle, ali na konačnoj udaljenosti ($R < D$), *stereografske*, u kojima se točka promatranja nalazi na površini kugle ($D = R$), i *središnje*, u kojima se točka promatranja nalazi u središtu kugle ($D = 0$).

S obzirom na položaj okomice, povučene iz točke promatranja do projekcijske ravnine, svaka od ovih grupa svrstava se na projekcije: *horizontalne*, u kojima okomica povučena iz točke promatranja do ravnine projekcije prolazi nekom točkom Zemljine površine između pola i ekvatora, *ekvatorijalne*, u kojima ta okomica prolazi nekom točkom na ekvatoru, te *polarne*, u kojima ta okomica prolazi kroz polove.

Ortografske perspektivne projekcije jesu one u kojima se točka promatranja nalazi u beskonačnosti. Takvo je projiciranje primjenjivao još grčki matematičar Apolonije iz Perga (←262–←190).

Projicira se na ravninu koja, obično, prolazi kroz središte Zemljine kugle. Formule koje određuju svojstva i primjenu ovih projekcija dobiju se iz općih izraza perspektivnih projekcija, ako u njima stavimo $D = L = \infty$. Na taj se način dobiju izrazi za pojedine veličine u ortografskoj projekciji:

$$x = R(\sin\varphi_0 \cos\varphi \cos\lambda - \cos\varphi_0 \sin\varphi), \qquad y = R\cos\varphi \sin\lambda, \tag{215}$$

$$c_\alpha = \sqrt{\cos^2 z \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}, \qquad \tan A = \sec z \tan\alpha. \tag{216}$$

Izraz za linearni modul na proizvoljnom smjeru c_α pokazuje da on ovisi samo o jednoj koordinati z, a u istoj točki ovisi i o kutu α, koji je između linearnog elementa ds i po volji uzetog vertikala.

Za $\alpha = 90°$ je $c_1 = 1 = a$, i za $\alpha = 0°$ je $c_2 = \cos z = b$.

Prema tome, izraz za najveću deformaciju kutova dobije se u obliku:

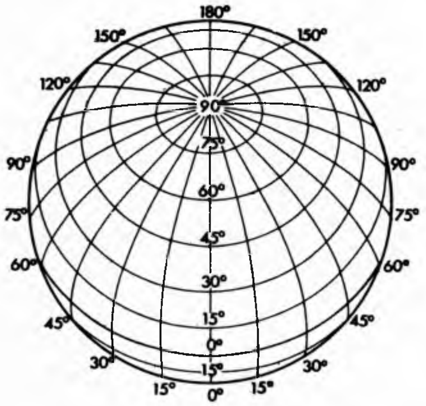
$$\sin\frac{\omega}{2} = \frac{1-\cos z}{1+\cos z} = \tan^2\frac{z}{2}. \tag{217}$$

Iz izraza za linearni modul i za najveću deformaciju kutova vidi se da su ove projekcije pogodne za preslikavanje područja koja su blizu središtu projekcije, a porastom zenitne daljine z rastu linearne i kutne deformacije.

S obzirom na položaj okomice povučene iz točke promatranja na ravninu projekcije, ortografske perspektivne projekcije mogu biti polarne, ekvatorijalne i horizontalne.

U polarnim projekcijama je $\varphi_0 = 90°$, u ekvatorijalnim je $\varphi_0 = 0$, a u horizontalnim je $0° < \varphi_0 < 90°$.

Horizontalne ortografske projekcije. U općim izrazima ortografskih projekcija nalazi se kut φ_0, koji određuje pol kosog sustava (širina toga pola je $90° - \varphi_0$), pa su opći izrazi ortografskih projekcija ujedno izrazi za horizontalne ortografske projekcije (sl. 32).



Sl. 32. Izgled meridijana i paralela u horizontalnoj ortografskoj projekciji

U perspektivnim projekcijama od posebnog je značenja izgled meridijana i paralela, pa se pojavljuje potreba da se odrede njihove jednadžbe. Da bi se dobile te jednadžbe, potrebno je iz općih izraza ortografskih projekcija eliminirati koordinatu φ za jednadžbu meridijana i koordinatu λ za jednadžbu paralela.

Na taj način dobiju se jednadžbe meridijana

$$\left(\frac{y\sin\varphi_0 \cot\lambda - x}{R\cos\varphi_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{R\sin\lambda}\right)^2 = 1. \tag{218}$$

To je jednadžba elipse, kojoj osi s koordinatnim osima zatvaraju kut γ, određen izrazom

$$\tan 2\gamma = \frac{2\sin\varphi_0 \sin\lambda \cos\lambda}{\cos^2\lambda - \sin^2\lambda \sin^2\varphi_0}. \tag{219}$$

Jednadžba te elipse u koordinatnom sustavu $x_1 y_1$, koji s koordinatnim sustavom xy zatvara kut γ, glasi:

$$\frac{x_1^2}{R^2} + \frac{y_1^2}{R^2\cos^2\varphi_0 \cos^2\lambda} = 1. \tag{220}$$

Eliminirajući iz općih izraza ortografske projekcije koordinatu λ, dobije se jednadžba paralela

$$\left(\frac{x + R\cos\varphi_0 \sin\varphi}{R\sin\varphi_0 \cos\varphi}\right)^2 + \left(\frac{y}{R\cos\varphi}\right)^2 = 1. \tag{221}$$

Paralele su isto elipse s osima $a = R\cos\varphi$, $b = R\sin\varphi_0 \cos\varphi$ a središta tih elipsa leže na osi x na udaljenostima $R\cos\varphi\sin\varphi$ od koordinatnog početka.

Ekvatorijalne ortografske projekcije nastaju iz općih ortografskih projekcija ako se u njima stavi da je $\varphi_0 = 0$. Tako se dobiva:

$$x = -R\sin\varphi, \qquad y = R\cos\varphi \sin\lambda, \tag{222}$$

$$c_1 = 1, \qquad c_2 = \cos z, \tag{223}$$

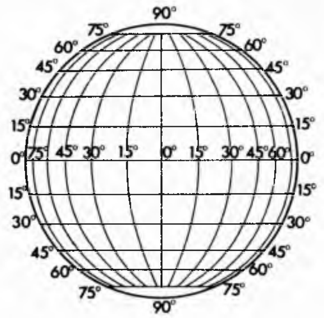
$$\tan A = \sec z \tan\alpha, \qquad p = \cos z, \tag{224}$$

$$c_\alpha = \sqrt{\cos^2 z \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}, \qquad \sin\frac{\omega}{2} = \tan^2\frac{z}{2}. \tag{225}$$

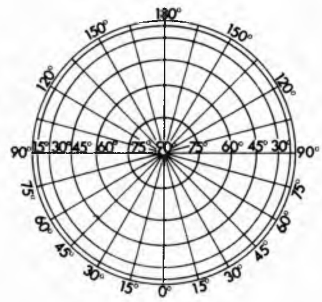
Jednadžba meridijana dobije se eliminiranjem koordinate φ. Tada je

$$\left(\frac{x}{R}\right)^2 + \left(\frac{y}{R\sin\lambda}\right)^2 = 1, \tag{226}$$

tj. dobije se elipsa s velikom osi R i malom osi $R\sin\lambda$, sa središtem u koordinatnom početku (sl. 33).



Sl. 33. Izgled meridijana i paralela u ekvatorijalnoj ortografskoj projekciji



Sl. 34. Izgled meridijana i paralela u polarnoj ortografskoj projekciji

Prema tome meridijani su elipse. Za $\lambda = 0$ i $y = 0$, projekcija meridijana je pravac.

Paralele su prave linije paralelne s osi y, određene jednadžbom

$$x = R\sin\varphi. \tag{227}$$

Polarne ortografske projekcije nastaju iz općih ortografskih projekcija ako se stavi da je $\varphi_0 = 90°$. Tada se mreža vertikala i almukantarata podudara s mrežom meridijana i paralela (sl. 34).

Prema tome je $\psi = \lambda$, a $z = 90° - \varphi$.

Uvrštenjem ovih jednakosti u opće izraze ortografskih projekcija dobije se:

$$x = R\cos\varphi \cos\lambda, \qquad y = R\cos\varphi \sin\lambda, \tag{228}$$

$$m = \sin\varphi, \qquad n = 1, \tag{229}$$

$$p = \sin\varphi, \qquad \sin\frac{\omega}{2} = \tan^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right), \tag{230}$$

$$c_\alpha = \sqrt{\sin^2\varphi \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}, \qquad \tan A = \csc\varphi \tan\alpha. \tag{231}$$

Da bi se dobila jednadžba meridijana, potrebno je samo podijeliti izraz za y s izrazom za x, pa je $\tan\lambda = y/x$, iz čega se vidi da su meridijani pravci koji se sijeku u koordinatnom početku pod kutovima jednakim razlici njihovih geografskih duljina.

Kvadriranjem i zbrajanjem izraza za x i y dobije se $x^2 + y^2 = (R\cos\varphi)^2$. Dakle, paralele su kružnice sa središtem u koordinatnom početku i s polumjerima $R\cos\varphi$.

Ta je projekcija pogodna za prikazivanje područja koja se nalaze oko polova.

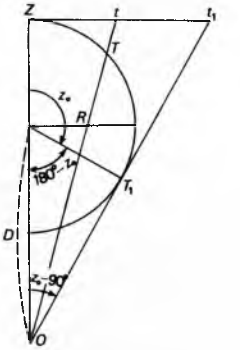
Vanjske projekcije su one u kojima se točka promatranja nalazi izvan kugle, ali na konačnoj udaljenosti, tj.

$$R < D < \infty. \tag{232}$$

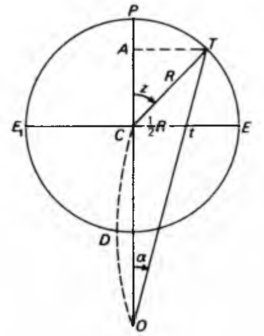
Opće formule perspektivnih projekcija vrijede i za vanjske projekcije, samo što se udaljenost D određuje pod različitim uvjetima. One također mogu biti, prema položaju ravnine projekcije, odnosno okomice, povučene iz točke promatranja do ravnine projiciranja, *horizontalne*, *ekvatorijalne* i *polarne*.

Nastoji se naći takva daljina D, da bi se deformacije što polaganije mijenjale. Osim toga, pazi se naročito na to da se što veći dio Zemljine površine prikaže na jednoj projekcijskoj ravnini.

U tim se projekcijama obično pretpostavlja da ravnina projekcije dodiruje Zemljinu kuglu u središtu područja preslikavanja (na sl. 35 u točki Z).



Sl. 35. Vanjska projekcija kad je $D > R$



Sl. 36. Osnova za La Hireovu projekciju

Meridijani i paralele preslikavaju se kao krivulje drugog stepena, i samo se u polarnim vanjskim projekcijama meridijani preslikavaju kao pravci koji se sijeku u polu, pod kutovima jednakim razlikama geografskih duljina, a paralele kao koncentrične kružnice, kojima se središte nalazi u polu.

Pomoću vanjskih projekcija može se prikazati na jednoj ravnini površina veća od površine polukugle (sl. 35).

U vanjskim je projekcijama $L = D + R$, ako se pretpostavi da ravnina projekcije dodiruje Zemljinu kuglu u jednoj točki, obično u središnjoj točki područja preslikavanja.

Od vanjskih projekcija navode se one koje se najčešće primjenjuju.

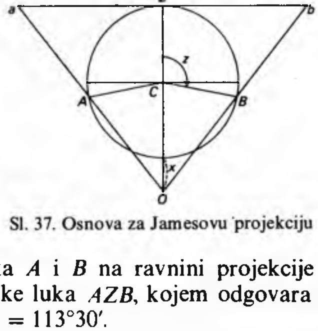
La Hireova projekcija, u kojoj se udaljenost D određuje uz uvjet da projekcija točke T sa zenitnom daljinom $z = 45°$ padne u točku t koja polovi polumjer CE, i da ravnina projekcije ide kroz središte kugle (sl. 36).

Udaljenost D može se tada odrediti iz sličnosti trokuta OAT i OCT: $D = 1{,}7071\,R$.

Pomoću određenog D dobiju se sve ostale formule za La Hireovu projekciju.

U toj se projekciji deformacije vrlo polagano povećavaju proširivanjem područja preslikavanja, pa se ona zbog tih svojih svojstava primjenjuje kao polarna projekcija u prikazivanju sjeverne ili južne Zemljine polukugle, iako nije ni konformna ni ekvivalentna.

Jamesova projekcija, u kojoj je udaljenost $D = 1{,}5R$. U toj projekciji mogu se preslikati svi dijelovi svijeta osim Australije, ako se za središte preslikavanja uzme sjeverni pol (sl. 37).



Sl. 37. Osnova za Jamesovu projekciju

Između točaka A i B na ravnini projekcije (sl. 37) preslikavaju se sve točke luka AZB, kojem odgovara kut od 227°, a prema tome je $z = 113°30'$.

Kad se uvedu ovi izrazi za D i z u opće jednadžbe perspektivnih projekcija, dobiju se formule za ostale veličine u Jamesovoj vanjskoj projekciji.

Clarkeova projekcija je karakteristična po tome što se u njoj udaljenost D određuje iz minimuma sume kvadrata linearnih deformacija u smjeru glavnih pravaca.

Taj uvjet izrazio je Clarke ovom jednadžbom

$$\int_0^{z_0}\int_0^{2\pi}(a-1)^2 + (b-1)^2 \sin z\, \mathrm{d}z\, \mathrm{d}\alpha = \text{minimum}, \qquad (233)$$

gdje su a i b linearni moduli u smjeru glavnih pravaca u jednoj točki.

Clarke je odredio rezultate ovoga integrala, uz uvjet minimuma, i dobio za $z_0 = 90°$, $D = 1{,}465\,R$, i $L = 2{,}031\,R$, a za $z_0 = 113°30'$, $D = 1{,}367\,R$, i $L = 1{,}662\,R$.

Kao što se vidi, Clarke je za $z_0 = 113°30'$ dobio $D = 1{,}36R$, dok je James, za istu veličinu z_0, imao $D = 1{,}5R$.

Uvrštenjem ovih izraza za D i L u opće jednadžbe perspektivnih projekcija dobiju se formule za Clarkeovu projekciju.

Tissotova projekcija nastaje tako da se uzima da je

$$L = D + R. \qquad (234)$$

Tada izrazi za linearne module uzduž glavnih pravaca postaju:

$$a = \frac{D + R}{D + R\cos z}, \qquad (235)$$

$$b = \frac{(D + R)(R + D\cos z)}{(D + R\cos z)^2}. \qquad (236)$$

Tissot je za ovu svoju projekciju odredio iznos za D uz uvjet da b bude jednako jedinici. Na taj način dobio je

$$D = \frac{R}{2}(1 + \sqrt{5 + 4\cos z}). \qquad (237)$$

Kao što se vidi, u Tissotovoj projekciji D ovisi o z, dakle ovisi o veličini područja koje se prikazuje u ravnini. Vrijednosti D za svakih 15° jesu:

z	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
D	$2{,}000\,R$	$1{,}989\,R$	$1{,}955\,R$	$1{,}899\,R$	$1{,}823\,R$	$1{,}728\,R$	$1{,}618\,R$

Kad se odgovarajući iznosi za D uvrste u opće izraze perspektivnih projekcija, dobiju se formule za Tissotovu vanjsku projekciju.

Stereografske projekcije su jedna vrsta perspektivnih projekcija u kojima je točka promatranja na površini Zemljine kugle. Ravnina projekcije obično tangira kuglu u točki koja je suprotna točki promatranja, ili prolazi središtem kugle.

Stereografske projekcije pronašao je grčki astronom Hiparh, a glavna njihova svojstva utvrdio je Ptolemej.

Da bi se dobile formule za stereografske projekcije, potrebno je u opće izraze perspektivnih projekcija uvrstiti da je $D = L + R$. Tada se dobije:

$$x = \frac{R(\sin\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda - \sin\varphi\cos\varphi_0)}{1 + \sin\varphi_0\sin\varphi + \cos\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda}; \qquad (238)$$

$$y = \frac{R\sin\lambda\cos\varphi}{1 + \sin\varphi_0\sin\varphi + \cos\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda}; \qquad (239)$$

$$c = \frac{1}{2}\sec^2\frac{z}{2}; \qquad \tan A = \tan\alpha. \qquad (240)$$

Iz izraza za linearni modul i jednakosti kutova na Zemljinoj kugli α i u ravnini A slijedi da su stereografske projekcije konformne, a to je jedno od njihovih glavnih svojstava. Prema tome nema deformacije kutova ($\omega = 0$), pa je ploština

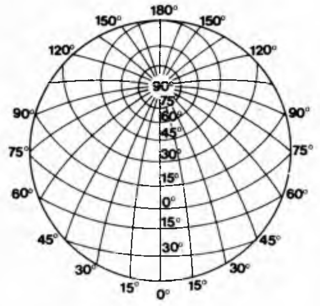
$$p = \frac{1}{4}\sec^4\frac{z}{2}. \qquad (241)$$

Linearni moduli u stereografskim projekcijama ovise samo o zenitnoj daljini z. Prema tome, izokole su kružnice s polumjerima koji su jednaki zenitnim daljinama.

Drugo važno svojstvo stereografskih projekcija jest da se sve kružnice s kugle preslikavaju i u ravnini projekcije kao kružnice. Prema tome, meridijani i paralele u stereografskim projekcijama preslikavaju se kao kružnice.

Stereografske projekcije mogu biti horizontalne, ekvatorijalne i polarne.

Horizontalne stereografske projekcije zapravo su opće stereografske projekcije sa $0 < \varphi_0 < 90°$ (sl. 38).



Sl. 38. Izgled meridijana i paralela u horizontalnoj stereografskoj projekciji

Da bi se dobile jednadžbe meridijana i paralela, potrebno je iz izraza za x i y

$$x = \frac{R\sin\varphi\cos\varphi\cos\lambda - R\sin\varphi\cos\varphi_0}{1 + \sin\varphi_0\sin\varphi + \cos\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda}, \tag{242}$$

$$y = \frac{R\sin\lambda\cos\varphi}{1 + \sin\varphi_0\sin\varphi + \cos\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda}. \tag{243}$$

eliminirati jednom koordinatu φ, a drugi put koordinatu λ.

Postupajući tako, dobije se jednadžba meridijana:

$$(x - R\tan\varphi_0)^2 + (y + R\sec\varphi_0\cot\lambda)^2 = (R\sec\varphi_0\csc\lambda)^2. \tag{244}$$

Vidi se da su meridijani kružnice (sl. 40) s koordinatama središta $p = R\tan\varphi_0$ i $q = -R\sec\varphi_0\cot\lambda$, i polumjerom $r = R\sec\varphi_0\csc\lambda$. Jednadžba paralela dobije se analognim postupkom eliminirajući koordinatu λ, i ona glasi

$$\left(x + \frac{R\cos\varphi}{\sin\varphi_0 + \sin\varphi}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{R\cos\varphi}{\sin\varphi_0 + \sin\varphi}\right)^2. \tag{245}$$

Projekcije paralela isto su kružnice s koordinatama središta:

$$p = -\frac{R\cos\varphi}{\sin\varphi_0 + \sin\varphi}; \qquad q = 0, \tag{246}$$

i polumjerima

$$r = \frac{R\cos\varphi}{\sin\varphi_0 + \sin\varphi}. \tag{247}$$

Ekvatorijalna stereografska projekcija ima točku promatranja na ekvatoru, a projekcijska ravnina podudara se s ravninom jednog meridijana. U toj se projekciji meridijani i paralele preslikavaju kao ekscentrične kružnice, samo se srednji meridijan i ekvator preslikavaju kao pravci. Formule za ovu projekciju dobiju se ako se u opće izraze stereografskih projekcija stavi da je $\varphi_0 = 0$, a tada je:

$$x = -\frac{R\sin\varphi}{1 + \cos\varphi\cos\lambda}, \qquad y = \frac{R\sin\lambda\cos\varphi}{1 + \cos\varphi\cos\lambda}, \tag{248}$$

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{2}\sec^2\frac{z}{2}, \quad p = \frac{1}{4}\sec^4\frac{z}{2}. \tag{249}$$

Jednadžba meridijana dobije se eliminiranjem koordinate φ iz izraza za x i y, i ona glasi:

$$x^2 + (y + R\cot\lambda)^2 = (R\csc\lambda)^2. \tag{250}$$

Projekcije meridijana su kružnice s koordinatama središta $p = 0$, $q = -R\cot\lambda$, i polumjerima $r = R\csc\lambda$ (sl. 39).

Analognom eliminacijom koordinate λ, dobije se jednadžba paralele $(x + R\csc\varphi)^2 + y^2 = (R\cot\varphi)^2$.

To su opet kružnice s koordinatama središta $p = -R\csc\varphi$, $q = 0$, i polumjerima $r = R\cot\varphi$.

Ta je projekcija pogodna za prikazivanje područja koja se protežu uzduž paralela, a nalaze se u blizini ekvatora.

Polarne stereografske projekcije dobiju se iz općih stereografskih projekcija uvrštenjem $\varphi_0 = 90°$. Okomica povučena iz točke promatranja na ravninu projekcije prolazi kroz polove, pa je $z = 90° - \varphi$, i $\psi = \lambda$.

Formule za ovu projekciju glase:

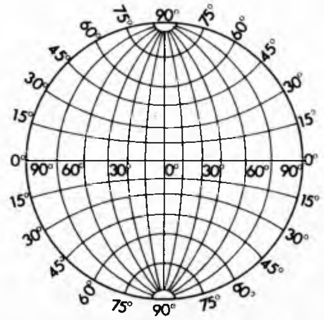
$$x = \frac{R\cos\varphi\cos\lambda}{1 + \sin\varphi}, \qquad m = n = \frac{1}{2}\sec^4\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right), \tag{251}$$

$$y = \frac{R\cos\varphi\sin\lambda}{1 + \sin\varphi}, \qquad p = m^2 = \frac{1}{4}\sec^4\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right). \tag{252}$$

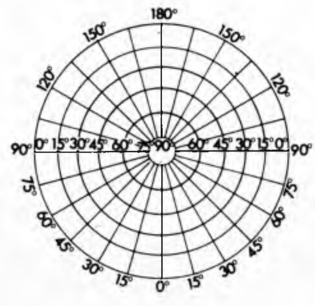
$$\omega = 0, \qquad A = \alpha. \tag{253}$$

Dijeljenjem izraza za y i x dobije se jednadžba meridijana $y = x\tan\lambda$.

Projekcije meridijana su pravci koji se sijeku u koordinatnom početku, pod kutovima koji odgovaraju razlici geografskih duljina (sl. 40).



Sl. 39. Meridijani i paralele u ekvatorijalnoj stereografskoj projekciji



Sl. 40. Meridijani i paralele u stereografskoj polarnoj projekciji

Kvadriranjem izraza za x i y dobije se

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{R\cos\varphi}{1 + \sin\varphi}\right)^2, \tag{254}$$

ili nakon definitivnog uređenja:

$$x^2 + y^2 = \left[R\tan\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\right]^2. \tag{255}$$

To je jednadžba projekcije paralela i prikazuje koncentrične kružnice, kojima se središte nalazi u koordinatnom početku koji je ujedno sjecište meridijana.

Razmak između paralela, od ekvatora do pola, polako se mijenja. Prema tome, ta je projekcija pogodna za prikazivanje cijele Zemljine polukugle, a posebno za područja koja se nalaze oko sjevernog ili južnog pola.

Središnje projekcije (gnomonske)

U središnjim (gnomonskim) projekcijama točka promatranja nalazi se u središtu kugle, a ravnina projekcije obično dodiruje kuglu u nekoj točki. Te projekcije spadaju među najstarije, a obradio ih je grčki filozof i matematičar Tales iz Mileta.

Važno svojstvo središnjih projekcija jest da se lukovi svih velikih kružnica prikazuju u ravnini projekcije kao pravci. Dakle, najkraće udaljenosti na kugli predstavljaju se u ravnini projekcije kao odsječci pravaca.

Središnje projekcije nastaju od perspektivnih projekcija ako se stavi da je

$$L = R \text{ i } D = 0. \tag{256}$$

Tada se dobiva:

$$x = \frac{R(\sin\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda - \sin\varphi\cos\varphi_0)}{\sin\varphi_0\sin\varphi + \cos\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda}; \tag{257}$$

$$y = \frac{R\sin\lambda\cos\varphi}{\sin\varphi_0\sin\varphi + \cos\varphi_0\cos\varphi\cos\lambda}; \tag{258}$$

$$c_\alpha = \sec z \sqrt{\sec^2 z \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}; \tag{259}$$

$$c_{\alpha=0} = \sec^2 z = a; \tag{260}$$

$$c_{\alpha=90^\circ} = \sec z = b; \quad \sin\frac{\omega}{2} = \tan^2\frac{z}{2}; \tag{261}$$

$$p = ab = \sec^3 z; \quad \tan A = \cos z \tan\alpha. \tag{262}$$

Horizontalna središnja projekcija je projekcija gdje ravnina projekcije dodiruje kuglu u bilo kojoj točki između pola i ekvatora, i tada je $0 < \varphi_0 < 90^\circ$. Opće jednadžbe središnjih projekcija vrijede i za horizontalnu središnju projekciju.

Eliminiranjem koordinate φ iz izraza x i y dobije se jednadžba meridijana, koja u konačnom obliku glasi

$$y = x \sin\varphi_0 \tan\lambda + R\cos\varphi_0 \tan\lambda, \tag{263}$$

tj. projekcije meridijana su pravci kojima su koeficijenti smjera $\sin\varphi_0 \tan\lambda$, a odsječak na osi y je $R\cos\varphi_0 \tan\lambda$.

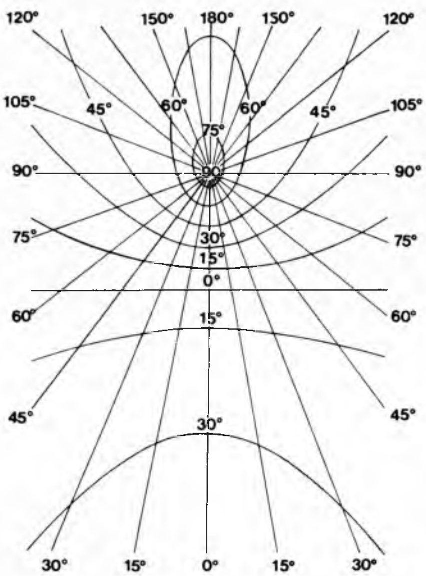
Eliminiranjem koordinate λ iz izraza za x i y dobije se jednadžba paralela, koja ovisno o veličini φ prikazuje konične presjeke.

Kad je $\varphi > 90^\circ - \varphi_0$, onda prikazuje elipsu, kad je $\varphi < 90^\circ - \varphi_0$, hiperbolu, a kad je $\varphi = 90^\circ - \varphi_0$, prikazuje parabolu.

Za $\varphi = 90^\circ - \varphi_0$ jednadžba parabole poprima oblik:

$$y^2 = -2R\tan\varphi_0 (x + R\cot 2\varphi_0). \tag{264}$$

To su parabole kojima se tjeme nalazi na osi y na daljini $R\cot 2\varphi_0$ od koordinatnog početka (sl. 41).



Sl. 41. Izgled meridijana i paralela u središnjoj horizontalnoj projekciji (za $\varphi_0 = 44^\circ$)

Da bi se dobila jednadžba ekvatora, potrebno je u jednadžbu paralela uvrstiti $\varphi = 0$, i nakon uređenja dobije se

$$x = R\tan\varphi_0. \tag{265}$$

Kao što se vidi, ekvator je pravac paralelan s osi y, od koje je udaljen za $R\tan\varphi_0$.

Za određivanje koordinata pola, treba staviti u opću jednadžbu paralela $\varphi = 90^\circ$, pa se dobije

$$y = 0; \quad x = -R\cot\varphi_0. \tag{266}$$

Ekvatorijalna središnja projekcija nastaje onda kada ravnina projekcije dodiruje kuglu u po volji izabranoj točki na ekvatoru.

Formule za ovu projekciju dobiju se iz formula za opće izraze središnjih projekcija, ako se u njih uvrsti $\varphi_0 = 0$.

Tada je

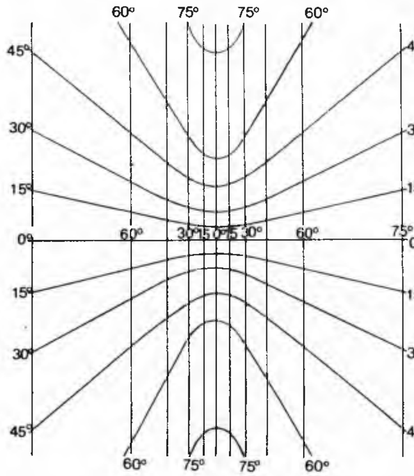
$$x = R\tan\varphi \sec\lambda, \quad y = R\tan\lambda, \tag{267}$$

$$c_\alpha = \sec z \sqrt{\sec^2 z \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}, \quad p = \sec^3 z, \tag{268}$$

$$c_{\alpha=0} = \sec^2 z, \quad c_{\alpha=90^\circ} = \sec z, \tag{269}$$

$$\sin\frac{\omega}{2} = \tan^2\frac{z}{2}, \quad \tan A = \cos z \tan\alpha. \tag{270}$$

Budući da u izrazu y nema koordinate φ, taj izraz predstavlja jednadžbu projekcije meridijana, iz koje se vidi da su projekcije meridijana pravci paralelni s osi x, od koje su udaljeni za $R\tan\lambda$ (sl. 42).



Sl. 42. Izgled meridijana i paralela u ekvatorijalnoj središnjoj projekciji

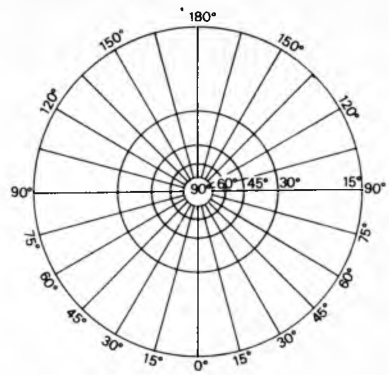
Eliminirajući koordinatu λ iz izraza za x i y, dobije se jednadžba paralela u obliku

$$\left(\frac{x}{R\tan\varphi}\right)^2 - \left(\frac{y}{R}\right)^2 = 1, \tag{271}$$

a to su hiperbole (sl. 42).

Polarna središnja projekcija ima ravninu projekcije tangencijalnu na Zemljinu kuglu u jednom od polova, tj. $\varphi_0 = 90^\circ$.

Mreža vertikala i almukantarata podudara se s mrežom meridijana i paralela (sl. 43).



Sl. 43. Izgled meridijana i paralela u središnjoj polarnoj projekciji

Ako se u formule za polarnu središnju projekciju uvrsti $\varphi_0 = 90^\circ$, $\psi = \lambda$ i $z = 90^\circ - \varphi$, tada se dobije:

$$x = R\cot\varphi\cos\lambda, \quad y = R\cot\varphi\sin\lambda, \tag{272}$$

$$c_\alpha = \csc\varphi \sqrt{\csc^2\varphi\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}, \quad p = \csc^3\varphi, \tag{273}$$

$$c_{\alpha=0} = m = \csc^2\varphi, \quad c_{\alpha=90^\circ} = n = \csc\varphi, \tag{274}$$

$$\sin\frac{\omega}{2} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right), \quad \tan A = \sin\varphi\tan\alpha. \tag{275}$$

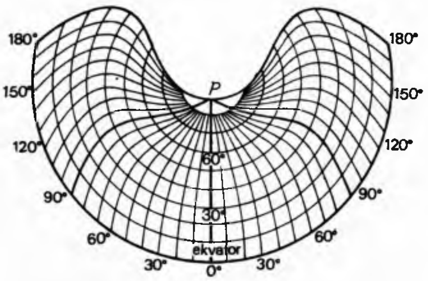
Iz izraza za x i y dobije se $\frac{y}{x} = \tan\lambda$, tj. projekcije meridijana su pravci koji se zrakasto razilaze iz koordinatnog početka, pod kutovima koji su jednaki razlikama njihovih geografskih duljina.

Ako se izrazi za x i y kvadriraju i zbroje, dobije se jednakost $x^2 + y^2 = (R\cot\varphi)^2$, u kojoj nema koordinate λ, i ona predstavlja jednadžbu projekcije paralele. Paralele su koncentrične kružnice sa središtem u koordinatnom početku, gdje je i sjecište meridijana. Polumjeri paralela su $R\cot\varphi$.

Ta se projekcija može primjenjivati samo za prikaz područja oko polova, jer udaljavanjem od polova deformacije vrlo brzo rastu.

Pseudokonusne projekcije

U pseudokonusnim projekcijama paralele se preslikavaju kao lukovi koncentričnih kružnica kojima se središta nalaze na srednjem meridijanu područja preslikavanja. Srednji meridijan jedini se preslikava kao pravac, a svi ostali meridijani preslikavaju se kao krivulje simetrične s obzirom na srednji meridijan.



Sl. 44. Kartografska mreža u Bonneovoj projekciji

Jedna od pseudokonusnih projekcija jest *Bonneova ekvivalentna projekcija*, koja je predložena još 1752. godine.

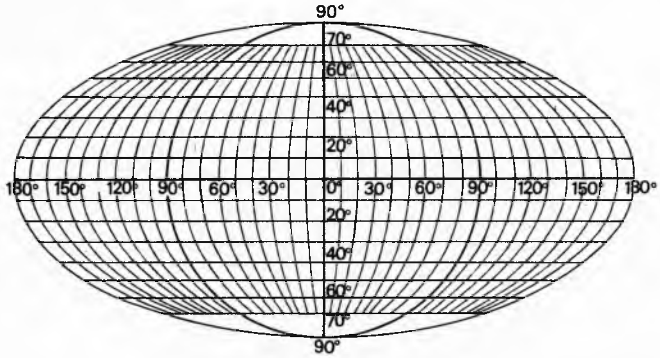
Pored uvjeta ekvivalentnosti, projekcija mora zadovoljiti i ove uvjete: linearni modul u smjeru paralela treba da bude jedinica i linearni modul uzduž srednjeg meridijana isto treba da bude jedinica.

Pseudocilindrične projekcije

U pseudocilindričnim projekcijama paralele se preslikavaju kao paralelni pravci, okomiti na srednji meridijan, koji se također preslikava kao pravac. Svi ostali meridijani preslikavaju se kao krivulje, simetrične s obzirom na srednji meridijan.

Pseudocilindrične projekcije mogu biti samo ekvivalentne i uvjetne, jer meridijani i paralele u projekciji zatvaraju kutove $\Theta \neq 90°$.

Mollweideova projekcija je jedna od ekvivalentnih pseudocilindričnih projekcija. U tim se projekcijama paralele preslikavaju kao međusobno paralelni pravci. Meridijani, općenito uzevši, preslikavaju se kao elipse; samo srednji meridijan područja preslikavanja preslikava se kao pravac, a meridijan koji je udaljen za 90° od srednjeg meridijana kao kružnica koja omeđuje krug ploštine jednake ploštini Zemljine polukugle (sl. 45 i sl. 46).



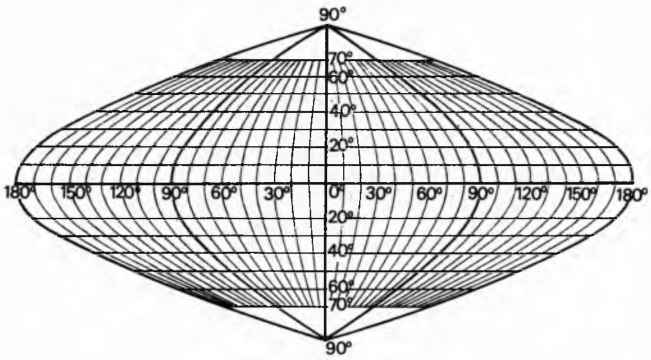
Sl. 46. Kartografska mreža u Mollweideovoj ekvivalentnoj pseudocilindričnoj projekciji

Sansonova sinusoidna projekcija. U toj pseudocilindričnoj ekvivalentnoj projekciji postavlja se i uvjet da linearni modul u smjeru srednjeg meridijana bude jedinica, tj. $m_0 = 1$.

Ako se Zemlja smatra kuglom, onda su osnovne formule:

$$x = R\varphi, \qquad y = R\lambda\cos\left(\frac{x}{R}\right), \qquad y = R\lambda\sin\left(90° - \frac{x}{R}\right). \quad (276)$$

Projekcije meridijana su sinusoide, simetrične s obzirom na srednji meridijan, koji se preslikava kao os x (sl. 47). Zbog toga se ova projekcija naziva sinusoidna.

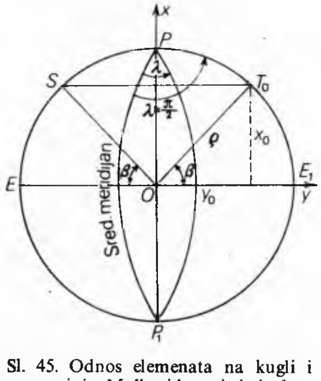


Sl. 47. Kartografska mreža Sansonove ekvivalentne projekcije

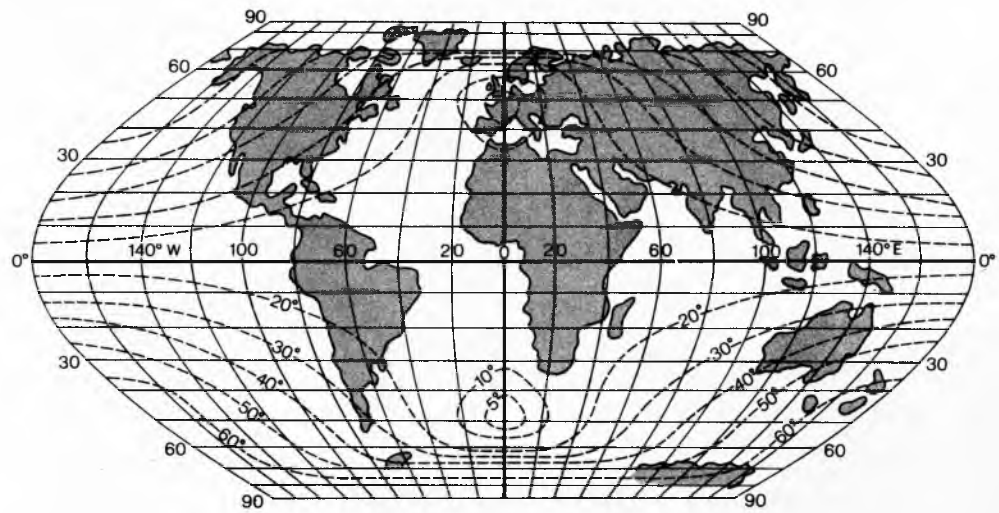
Eckertova ekvivalentna sinusoidna projekcija. Glavna svojstva ove projekcije izrečena su u njezinom nazivu.

Izgled mreže meridijana i paralela karakterističan je po tome što se polovi preslikavaju kao pravci (sl. 48).

Ta se projekcija primjenjuje u izradbi karata sitnih mjerila velikih umanjenja, obično za karte cijelog svijeta. Eckert



Sl. 45. Odnos elemenata na kugli i na ravnini u Mollweideovoj ekvivalentnoj pseudocilindričnoj projekciji



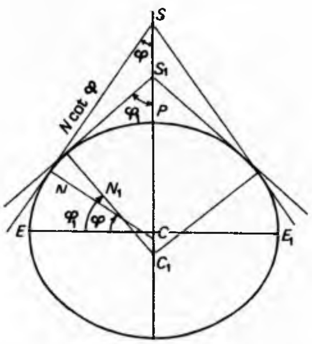
Sl. 48. Kartografska mreža u Eckertovoj ekvivalentnoj pseudocilindričnoj projekciji

je predložio više varijanata ove projekcije koje se bitno ne razlikuju.

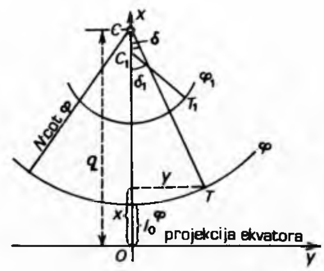
Polikonusne projekcije

U polikonusnim projekcijama pretpostavlja se da se površina Zemljinog elipsoida, prema izvjesnim pravilima, preslikava na plašteve više konusa, koji se zatim razvijaju na ravninu. Konusi obično tangiraju elipsoid po paralelama koje se preslikavaju kao lukovi ekscentričnih kružnica. Polumjeri tih kružnica su izvodnice konusa koji dodiruju Zemljin elipsoid. Središte kružnih lukova, koji su projekcije paralela, nalaze se na pravcu koji je projekcija srednjeg meridijana. Svi ostali meridijani preslikavaju se kao krivulje koje su simetrične s obzirom na srednji meridijan i kojima su konkavne strane okrenute prema projekciji srednjeg meridijana. Projekcija srednjeg meridijana obično se uzima za os x, a projekcija ekvatora kao os y (sl. 49 i 50).

Polikonusne projekcije mogu biti konformne, ekvivalentne i uvjetne.



Sl. 49. Odnos elemenata na elipsoidu i pravokutnom sustavu u polikonusnim projekcijama



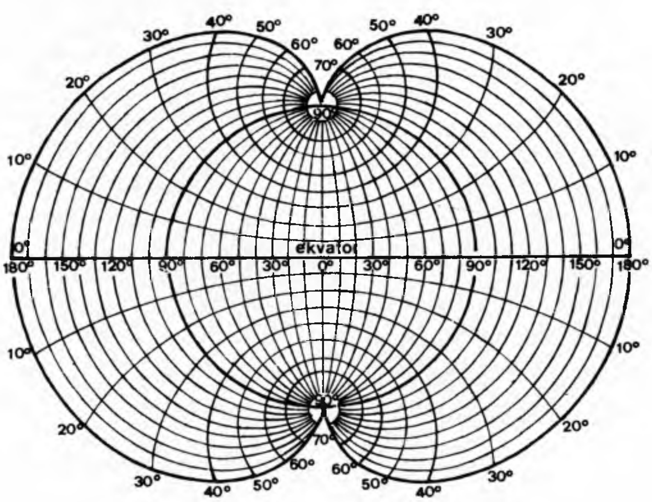
Sl. 50. Projekcije ekvatora u polikonusnoj projekciji

Polikonusna američka (prosta) projekcija. U polikonusnoj američkoj projekciji linearni modul m_0 u smjeru srednjeg meridijana i n u smjeru paralela jednaki su jedinici, tj. $m_0 = 1$; $n = 1$.

Iz uvjeta da je $m_0 = 1$ i da je os y projekcija ekvatora slijedi

$$q = L_0^{\varphi} + N\cot\varphi, \qquad (277)$$

gdje je q udaljenost središta projekcija paralela od koordinatnog početka, L_0^{φ} duljina luka meridijana od ekvatora do paralele sa širinom φ, a $N\cot\varphi$ polumjer paralela ϱ u projekciji sa širinom po kojoj konus dodiruje Zemljin elipsoid (sl. 51).



Sl. 51. Kartografska mreža u američkoj polikonusnoj projekciji

Ta se projekcija obično primjenjuje u izradbi karata Sjeverne i Južne Amerike, pa je zato nazivaju američkom (prostom) polikonusnom projekcijom.

Kružne projekcije

Projekcije u kojima se meridijani i paralele preslikavaju kao kružnice, pod bilo kakvim uvjetima, nazivaju se kružnim projekcijama. Prema tome to su i stereografske projekcije u azimutnim perspektivnim projekcijama.

Lagrangeova kružna konformna projekcija jedna je od najpoznatijih kružnih projekcija.

Osnovne formule te projekcije imaju ovaj oblik:

$$x = \frac{R\sin\delta}{1 + \cos k\lambda\cos\delta}, \qquad y = \frac{R\sin k\lambda\cos\delta}{1 + \cos k\lambda\cos\delta},$$

$$m = n = \frac{kR\cos\delta}{r(1 + \cos k\lambda\cos\delta)}, \qquad p = m^2, \qquad \omega = 0,$$

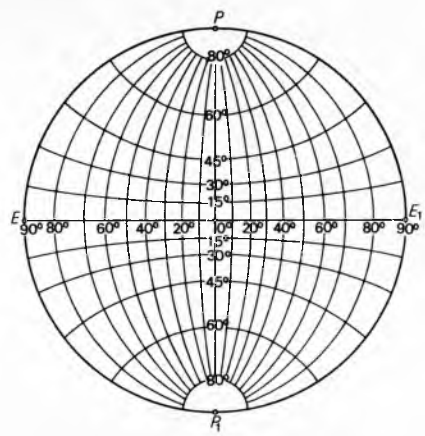
$$R = \frac{m_0 r_0}{k}(\sec\delta_0 + 1), \qquad \tan\frac{\delta_0}{2} = \frac{\sin\varphi}{k},$$

$$k = 1 + \frac{1 - n^2}{1 + n^2}\cos^2\varphi_0, \qquad n = \frac{B^2}{A^2},$$

$$\tan\left(45^\circ + \frac{\delta}{2}\right) = C\,U^k. \qquad C = \tan\left(45^\circ + \frac{\delta_0}{2}\right)U_0{}^k. \qquad (278)$$

Pojedine oznake u ovim formulama znače: x, y su koordinate točke u ravnini projekcije, δ je kut koji je ovisan o geografskoj širini φ, $\delta = f(\varphi)$, k je konstanta proporcionalnosti koja određuje geografske duljine s obzirom na srednji meridijan, R je polumjer kugle na koju je elipsoid konformno preslikan, C je konstanta integracije, U je poznata oznaka iz prethodnih projekcija, A, B su poluosi granične elipse deformacija, φ_0 je geografska širina središnje paralele područja preslikavanja, na toj geografskoj širini linearni modul m ima najmanji iznos. Ostale oznake su već poznate.

Koordinatni početak pravokutnog koordinatnog sustava nalazi se u presjeku srednjega meridijana područja preslikavanja sa širinom φ_0 (sl. 52).



Sl. 52. Mreža meridijana i paralela u Lagrangeovoj konformnoj projekciji

Meridijani su lukovi kružnica, koji su simetrični s obzirom na projekciju srednjeg meridijana koji se preslikava kao pravac. Paralele su, također, lukovi kružnica, koji su simetrični s obzirom na središnju paralelu područja preslikavanja sa širinom φ_0, koja se preslikava kao pravac.

Uvjetne projekcije

Svaka je kartografska projekcija više ili manje uvjetna, jer se osnovne formule preslikavanja određuju uvijek uz neke uvjete. No, neki su uvjeti toliko dominantni da oni daju i glavnu karakteristiku projekcije te ona poprima i njihov naziv.

Tako su nastale, npr. *konformne projekcije* zbog glavnog uvjeta da moraju biti kutovi u prirodi i u projekciji jednaki, tj. mora postojati sličnost vrlo malih elemenata u originalu i u projekciji; *ekvivalentne projekcije* zbog uvjeta da površine malih (u nekim slučajevima i konačnih) elemenata u originalu i u projekciji budu jednaki ili u stalnom međusobnom odnosu; *ekvidistantne projekcije* zbog glavnog uvjeta za određivanje njihovih osnovnih formula, a to je jednakost duljina originala i projekcije u nekom određenom smjeru.

No, pri određivanju osnovnih formula za preslikavanje mogu se postaviti i drugačiji uvjeti, kojih može biti i nekoliko, i naravno da oni svi ne mogu biti dominantni. Tada nastaju uvjetne projekcije u općem smislu.

Tissotova kompenzativna projekcija ide u grupu uvjetnih projekcija, jer se odnos između geografskih koordinata φ i λ na elipsoidu i pravokutnih koordinata u ravnini x i y određuju uz posebne uvjete. Ona je pogodna za prikazivanje relativno manjih dijelova Zemljine površine u koordinatnom sustavu sa što manjim deformacijama dužina i kutova. Mjesto funkcija f_1 i f_2, koje određuju odnos između koordinata na elipsoidu i na ravnini,

$$x = f_1(\varphi, \lambda) \text{ i } y = f_2(\varphi, \lambda), \tag{279}$$

Tissot uvodi ove redove:

$$x = a_1 + a_2 s + a_3 t + a_4 s^2 + a_5 st + a_6 t^2 + \ldots, \tag{280}$$

$$y = b_1 + b_2 s + b_3 t + b_4 s^2 + b_5 st + b_6 t^2 + \ldots. \tag{281}$$

U tim su redovima s i t također geografske koordinate na elipsoidu, samo se odnose na lokalni koordinatni sustav kojemu je ishodište u srednjoj točki područja preslikavanja. Približne koordinate toga središta određene su izrazima:

$$\varphi_0 = \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \text{ i } \lambda_0 = \tfrac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2), \tag{282}$$

gdje je φ_1 geografska širina najjužnije točke, a φ_2 geografska širina najsjevernije točke područja preslikavanja, λ_1 geografska duljina najzapadnije i λ_2 geografska duljina najistočnije točke istog područja; a_1, $a_2 \ldots b_1$, $b_2 \ldots$ su koeficijenti koji se određuju ovim uvjetima: *1*) koordinatni početak pravokutnih koordinata na ravnini nalazi se u središnjoj točki područja preslikavanja, a koordinatne osi tog sustava su tangente srednjeg meridijana i paralele u koordinatnom početku; *2*) u koordinatnom početku, odnosno u središnjoj točki područja preslikavanja ne postoje deformacije duljina, kutova i površina, što znači da odgovarajuća linearna mjerila moraju biti jednaka jedinici, a razlika između kutova na elipsoidu i na ravnini je nula; *3*) linearne deformacije u smjeru meridijana $(1 - m)$ i u smjeru paralela $(1 - n)$ ne smiju imati članove prvih potencija od s i t, a mogu se međusobno razlikovati samo za članove trećih potencija od s i t; *4*) kut između meridijana i paralela Θ na ravnini projekcije može se razlikovati od pravog kuta za iznos članova trećih i viših potencija od s i t.

Pri ispunjenju tih uvjeta prethodni redovi moraju dobiti ovaj oblik:

$$x = s + \frac{\sin\varphi_0}{2r_0} t^2 + \ldots; \qquad y = \frac{r}{r_0} t + \ldots; \tag{283}$$

Ovi izrazi ne daju potrebnu točnost, pa je Tissot uveo još članove trećih potencija od s i t, u kojima se opet javljaju neodređeni koeficijenti:

$$x = s + \frac{\sin\varphi_0}{2r_0} t^2 + \frac{A}{3} s^3 - Bs^2 t + \frac{C}{3} t^3, \tag{284}$$

$$y = \frac{r}{r_0} t + \frac{A'}{3} s^3 + B' s^2 t - C' s t^2 + \frac{D'}{3} t^3. \tag{285}$$

Koeficijenti A, A', B, $B' \ldots$ određuju se ovim naknadnim uvjetima: razlika $(m - n)$ ne smije ovisiti o članovima drugih potencija od s i t, odnosno linearna mjerila u smjeru meridijana m i u smjeru paralela n moraju se podudarati u članovima drugih potencija do s i t; deformacije kutova $\varepsilon = 90° - \Theta$, između meridijana i paralela ne smiju ovisiti o članovima drugih potencija s i t.

Ovim naknadnim uvjetima zadovoljavaju formule za računanje pravokutnih koordinata u obliku:

$$x = s + \frac{\sin\varphi_0}{2r_0} t^2 + \frac{A}{3} s^3 - Bs^2 t + Cst^2 + \frac{B}{3} t^3, \tag{286}$$

$$y = \frac{r}{r_0} t + \frac{B}{3} s^3 + As^2 t - Bst^2 + \frac{C}{3} t^3, \tag{287}$$

$$m = n = 1 + As^2 + 2Bst + \left(\frac{1}{2} - A\right) t^2. \tag{288}$$

Jednadžba koja određuje linearno mjerilo m u smjeru meridijana i n u smjeru paralela može se pisati i u obliku:

$$As^2 + 2Bst + \left(\frac{1}{2} - A\right) t^2 - (m - 1) = 0. \tag{289}$$

To je jednadžba središnje elipse kojoj osi zatvaraju s koordinatnim osima s i t kut $\omega/2$. On je određen formulom

$$\tan\omega = \frac{B}{A - \frac{1}{4}}. \tag{290}$$

Jednadžba te elipse u koordinatnom sustavu u i v, koji sa koordinatnim sustavom s i t zatvara kut $\omega/2$, ima ovaj oblik:

$$u^2 F + v^2 \left(\frac{1}{2} - F\right) - (m - 1) = 0, \qquad 0 < F < \frac{1}{2}. \tag{291}$$

Između parametara iste elipse, samo u dva koordinatna sustava koji međusobno zatvaraju kut $\omega/2$, postoje ovi odnosi:

$$F - \frac{1}{4} = \left(A - \frac{1}{4}\right) \sec\omega; \qquad A - \frac{1}{4} = \left(F - \frac{1}{4}\right) \cos\omega, \tag{292}$$

$$B = \left(A - \frac{1}{4}\right) \tan\omega = \left(F - \frac{1}{4}\right) \sin\omega, \tag{293}$$

$$C = \frac{\cos 2\varphi_0}{2\cos^2\varphi_0} - A = \frac{1}{2} - A - \frac{\tan^2\varphi_0}{2}. \tag{294}$$

Ta elipsa u koordinatnom sustavu uv ima ova važna svojstva: četvrtina na kvadrat onog promjera elipse koji s osima u i v zatvara kut od 45° jednaka je linearnoj deformaciji ove projekcije, tj.

$$\left(\frac{\varrho_{45°}}{4}\right)^2 = m - 1; \tag{295}$$

kvadrati poluosi ove elipse obrnuto su razmjerni veličini $F/(\frac{1}{2} - F)$, odnosno

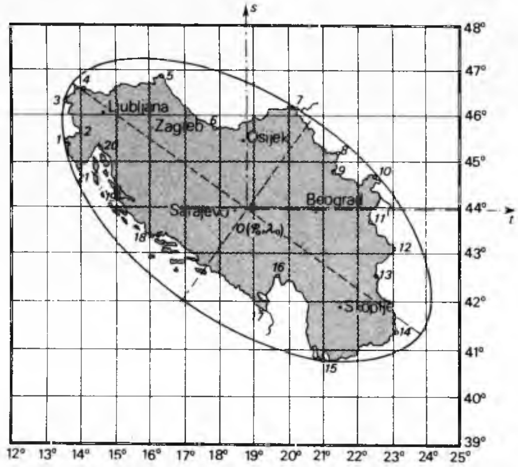
$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{\frac{1}{2} - F}{F}, \tag{296}$$

$$F = \frac{b^2}{2(a^2 + b^2)}. \tag{297}$$

Ta svojstva te elipse iskorišćuju se za određivanje koeficijenata A, B i C na ovaj način: za područje preslikavanja konstruira se pomoćna karta u koordinatnom sustavu s i t ili se uzme neka već izrađena karta u koju se ucrta koordinatni sustav st. Na prozirnom papiru konstruira se nekoliko elipsa i traži takva koja će se najbolje prilagoditi graničnoj liniji područja preslikavanja, a da joj promjer koji s njezinim osima zatvara kut od 45° bude što manji (sl. 53). Kad se to postigne,

Sl. 53. Odnos promjera elipse deformacija koji s njezinim osima zatvara kut od 45°

onda se na toj pomoćnoj karti očitaju geografske koordinate φ_0 i λ_0 središta elipse i kut zaokreta $\omega/2$ osi elipse prema koordinatnim osima s, t. Točka kojoj su koordinate φ_0 i λ_0 jest kartografsko središte područja preslikavanja i koordinatni početak pravokutnoga koordinatnog sustava Tissotove kompenzativne projekcije (sl. 54).



Sl. 54. Elipsa najmanjih deformacija i kartografsko središte O (φ_0, λ_0) Jugoslavije

Kako ta elipsa ima i najmanji promjer koji s osima elipse zatvara kut od 45°, to se neposredno dobije:

$$m - 1 = \left(\frac{\varrho_{45^\circ}}{4}\right)^2, \tag{298}$$

i vrijednosti $\frac{\omega}{2}$, φ_0, λ_0, a i b.

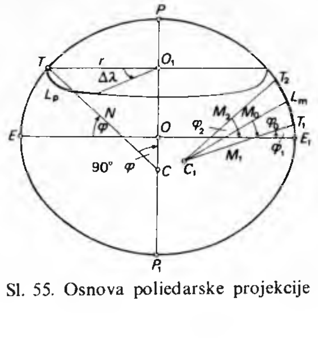
Iz ovih se podataka izračuna veličina F, a zatim i koeficijenti A, B i C. Sada su potpuno određeni koeficijenti u formulama za računanje pravokutnih koordinata x i y u Tissotovoj kompenzativnoj projekciji. Koordinate s i t obično se izražavaju s poluosi a Zemljina elipsoida kao jedinicom. Označi li se duljina luka meridijana sa l_m, a paralele sa l_p, onda je

$$s = \frac{l_m}{s}, \quad t = \frac{l_{p_0}}{a}, \tag{299}$$

gdje je l_{p_0} duljina luka paralele kojoj je geografska širina φ. Ta je projekcija teoretski i praktički veoma važna, jer se primjenom granične elipse neposredno doznaje kolike linearne deformacije treba očekivati ako se neko područje želi prikazati u koordinatnom sustavu. To područje bit će obuhvaćeno graničnom elipsom unutar koje će i deformacije duljina i kutova, pa prema tome i površina, biti najmanje.

Poliedarska projekcija

Jedna od najjednostavnijih projekcija, a koja je donedavno imala široku primjenu u izradbi karata krupnijih mjerila, jest poliedarska projekcija. Ona se bitno razlikuje od svih već navedenih projekcija, jer površinu Zemljinog elipsoida preslikava na više ravnina. Površina Zemljinog elipsoida zamišlja se s povučenim meridijanima i paralelama koji čine elipsoidne trapeze. Ako se svaki pojedini trapez projicira na ravninu položenu kroz njegove vrhove, onda će sve ravnine na koje se projiciraju ovi elipsoidni trapezi činiti poliedar upisan u Zemljin elipsoid (sl. 55). Elipsoidni trapezi mogu se projicirati i na



Sl. 55. Osnova poliedarske projekcije

ravnine koje ih dodiruju u srednjoj točki. Tada sve te tangentne ravnine daju tangentni poliedar. Strane tetivnih ili tangentnih trapeza predstavljaju se kao pravci, kojima su duljine jednake duljinama ispruženih lukova odgovarajućih meridijana i paralela.

Primjenu ove projekcije predložio je Müffling (1821), a kasnije (za međunarodnu kartu svijeta mjerila 1:1000000) predlagao ju je F. K. A. Penck.

Kao što se vidi, to je projekcija posebnih ravnina, odnosno listova, a kad se pojavi potreba za sastavljanjem više listova u jednu cjelinu, neizostavno će se javiti rascjepi, kojima će veličina ovisiti o mjerilu karte i broju listova koji se sastavljaju.

Veličina strana pojedinih trapeza za karte istog mjerila i za isti broj stupanja ili minuta geografske širine ili duljine ovisit će o geografskoj širini.

Duljina luka meridijana računa se prema formuli:

$$L_m = \frac{M_0 \Delta\varphi''}{\varrho''}, \tag{300}$$

ili

$$L_m = \frac{M_0 \Delta\varphi''}{\varrho''} \frac{100}{\mathrm{Mj}}. \tag{301}$$

U posljednjoj formuli duljina meridijana izražena je u centimetrima u nekom određenom mjerilu.

Pojedine oznake u ovoj formuli znače: L_m je duljina luka meridijana, M_0 je polumjer meridijana za srednju geografsku širinu φ_0, gdje je

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}; \tag{302}$$

$\Delta\varphi'' = (\varphi_2 - \varphi_1)''$ je razlika geografskih širina u sekundama; Mj je mjerilo karte.

Duljina luka paralele izražena u centimetrima u nekom mjerilu računa se prema formuli

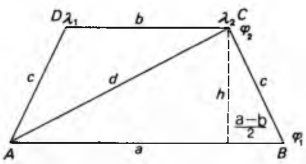
$$L_p = \frac{N \Delta\lambda'' \cos\varphi}{\varrho''} \frac{100}{\mathrm{Mj}}, \tag{303}$$

gdje je L_p duljina luka paralele, $\Delta\lambda'' = (\lambda_2 - \lambda_1)''$ razlika geografskih duljina u sekundama, a N polumjer prvog vertikala.

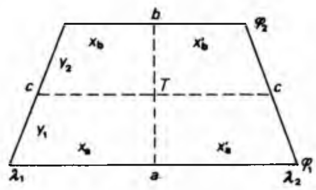
Duljina dijagonala jednog trapeza računa se prema formuli:

$$d = \sqrt{ab + c^2}. \tag{304}$$

Oznake u formuli označuju pojedine stranice trapeza, kako je to prikazano na sl. 56. Prema izračunatim stranicama trapeza a, b, c i duljini dijagonale d konstruira se trapez na uobičajeni način.



Sl. 56. Projekcija elipsoidnog trapeza na ravninu poliedarske projekcije



Sl. 57. Odsječci na stranicama trapeza poliedarske projekcije

Kad su dane geografske koordinate točke T (sl. 57), onda se ta točka nanosi u trapez lista na taj način što se odrede odsječci x_a, x'_a, x_b, x'_b, y_1 i y_2 na stranama trapeza kako je to prikazano na sl. 57.

Spajajući odgovarajuće odsječke na stranicama trapeza dobije se presjek dviju linija, koji određuje položaj točke T.

Prema oznakama na prednjoj slici jest

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda, \quad \lambda_T - \lambda_1 = \Delta\lambda_1, \quad \lambda_2 - \lambda_T = \Delta\lambda_2,$$
$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2, \tag{305}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi, \quad \varphi_T - \varphi_1 = \Delta\varphi_1, \quad \varphi_2 - \varphi_T = \Delta\varphi_2,$$
$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2. \tag{306}$$

Prema ovim oznakama mogu se postaviti odnosi:

$$x_a : a = \Delta\lambda_1 : \Delta\lambda, \qquad x_b : b = \Delta\lambda_1 : \Delta\lambda,$$
$$x'_a : a = \Delta\lambda_2 : \Delta\lambda, \qquad x'_b : b = \Delta\lambda_2 : \Delta\lambda, \tag{307}$$
$$y_1 : c = \Delta\varphi_1 : \Delta\varphi, \qquad y_2 : c = \Delta\varphi_2 : \Delta\varphi,$$

a odatle je

$$x_a = \frac{a\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}, \qquad x_b = \frac{b\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda},$$
$$x'_a = \frac{a\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda}, \qquad x'_b = \frac{b\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda}, \tag{308}$$
$$y_1 = \frac{c\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi}, \qquad y_2 = \frac{c\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi}.$$

Za kontrolu računanja treba da bude

$$a = x_a + x'_a,$$
$$b = x_b + x'_b, \tag{309}$$
$$c = y_1 + y_2.$$

Sve ove veličine računaju se u stotinkama milimetra.

Projekcije međunarodnih karata

Projekcija međunarodne karte svijeta u mjerilu 1:1 000 000. Tu projekciju često nazivaju i međunarodnom projekcijom zbog toga što je predložena 1909. za izradbu karte čitavog svijeta u mjerilu 1:1 000 000.

Tada je usvojen i način označivanja listova, kako za listove karte toga mjerila tako i listove karata krupnijih mjerila. Prema odluci Kongresa veličine strana trapeza pojedinih listova određene su prema tablici:

Mjerilo karte	Veličine strane lista po meridijanu	po paraleli
1:1 000 000	4°	6°
1: 500 000	2°	3°
1: 200 000	40′	1°
1: 100 000	20′	30′
1: 50 000	10′	15′

Svaki list karte mjerila 1:1 000 000 ima svoju oznaku. List nosi oznaku reda i kolone u kojoj se nalazi, računajući redove od ekvatora prema polovima, a kolone od meridijana s duljinom 180° od Greenwicha, idući u smjeru protivno od kazaljke na satu.

Ta je projekcija, zapravo, jedna vrsta polikonusne projekcije zasebnih listova s ovim svojstvima: *1*) paralele se preslikavaju kao lukovi ekscentričnih kružnica kojima je polumjer $\varrho = N\cot\varphi$, a središta tih krugova leže na srednjem meridijanu lista; *2*) linearni modul u smjeru paralela na dvjema krajnjim (najsjevernija i najjužnija) paralelama lista jednak je jedinici, tj. te se paralele preslikavaju bez linearnih deformacija; *3*) linearni moduli na meridijanima, kojima se geografske duljine razlikuju za $\pm 2°$ od geografske duljine srednjeg meridijana lista, jednaki su jedinici, odnosno ta se dva meridijana preslikavaju bez linearnih deformacija; *4*) svi se meridijani na listu preslikavaju kao pravci; *5*) mreža meridijana i paralela računa se za svaki stupanj po geografskoj duljini i širini.

Duljina luka meridijana od 4° (to je veličina strane jednog lista) izražena u milimetrima u mjerilu 1:1 000 000 iznosi $\Delta L_m = 444{,}482 - 2{,}231\cos 2\varphi_0 + 0{,}005\cos 4\varphi_0$, gdje je φ_0 širina srednje paralele pojedinog lista. Linearni modul u smjeru meridijana određen je izrazom

$$m = 1 + 0{,}0001523(\lambda^2 - 4°)\cos^2\varphi. \tag{310}$$

Na srednjem meridijanu je $\lambda = 0$, pa je

$$m_0 = 1 - 0{,}0006092\cos^2\varphi_0. \tag{311}$$

Prema tome, srednji meridijan je kraći od ostalih za iznos

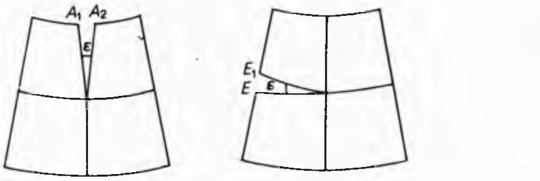
$$s = 0{,}0006092\,\Delta L_m \cos^2\varphi_0, \tag{312}$$

ili u milimetrima

$$s = 0{,}271\cos^2\varphi_0, \tag{313}$$

jer je $\Delta L_m = 444$ mm u mjerilu 1:1 000 000.

Pri upotrebi karte mjerila 1:1 000 000 često se mora slagati list do lista. Ako se listovi slažu po meridijanima, nastat će rascjep po paralelama i obrnuto, kako je to prikazano na sl. 58.



Sl. 58. Rascjep po meridijanu, odnosno po paraleli Međunarodne karte svijeta

Kako su svi meridijani pravci, očevidno je da srednja paralela mora biti kraće od svoje stvarne duljine.

Za kartu mjerila 1:500 000 može se primijeniti ista projekcija kao i u karti mjerila 1:1 000 000. Prema tome, sve ono što vrijedi za kartu mjerila 1:1 000 000 vrijedi i za kartu mjerila 1:500 000, uz uvjet da su strane trapeza jednog lista u ovom mjerilu po širini 2°, a po duljini 3°.

Danas se redovno preporučuje za izradbu karata mjerila 1:500 000 neka od konformnih konusnih ili cilindričnih projekcija, a najčešće Gauss-Krügerova projekcija.

Kako usvojenim uvjetima nije povoljno riješeno pitanje preslikavanja sjevernijih i južnijih predjela, a posebno polarnih oblasti, to je 1962. u Bonnu preporučeno da se uz ovu projekciju može primijeniti Lambertova konformna konusna projekcija sa dvije paralele nultih deformacija (standardne), koje se razlikuju za +40′ od najjužnije geografske širine i za −40′ najsjevernije geografske širine paralele lista.

Ta projekcija ima povoljne linearne deformacije pa se može preporučiti i za izradbu karata drugih mjerila. Za kartu svijeta u mjerilu 1:1 000 000 preporučuje se od polova do 84° sjeverne i 80° južne geografske širine polarna stereografska projekcija.

Karta svijeta u mjerilu 1:2 500 000. O izradbi karte svijeta u mjerilu 1:2 500 000 govorilo se 1956. godine na sjednici Ekonomsko-socijalnog savjeta Ujedinjenih nacija. Nije došlo do nekih konkretnih zaključaka, jer je svjetska organizacija bila zauzeta radom na karti svijeta u mjerilu 1:1 000 000. Međuvremeno su kartografske službe Bugarske, Čehoslovačke, DR Njemačke, Madžarske, Poljske, Rumunjske i Sovjetskog Saveza preuzele na sebe da izrade tu kartu. Zaključeno je da to bude opća geografska karta slična po sadržaju i načinu prikazivanja karti svijeta u mjerilu 1:1 000 000.

Površina Zemlje razdijeljena je u 6 zona (tri sjeverno, a tri južno od ekvatora): između 0 i ±24° geografske širine je prva zona, druga između ±24° i ±60° i treća između ±60° i ±90°. Karta ima u svemu 244 lista i u 1976. godini je potpuno završena.

Svi listovi imaju okvire od 12° po geografskoj širini, a po duljini se razlikuju već prema zoni u kojoj se list nalazi. Tako u prvoj i drugoj zoni do 48° geografske širine listovi imaju po 18° po geografskoj duljini, od 48° do 60° geografske širine imaju 24° po geografskoj duljini, od 60° do 72° imaju 36° po geografskoj duljini i najzad od 72° do 84° geografske širine 72° po geografskoj duljini. Listovi oko polova imaju kružni oblik s promjerom od 12° po geografskoj širini i duljini. Pored takve podjele na listove, predviđeni su dopunski listovi uzduž graničnih paralela. Dimenzije tih listova razlikuju se od dimenzija listova u osnovnoj podjeli.

U prvoj i drugoj zoni primijenjene su ekvidistantne konusne projekcije sa dvije paralele nultih deformacija. U prvoj zoni, to su paralele sa geografskim širinama $\varphi_1 = \pm 4°$ i $\varphi_2 = \pm 21°$. U drugoj zoni, to su paralele čije su geografske širine ±32° i ±64°.

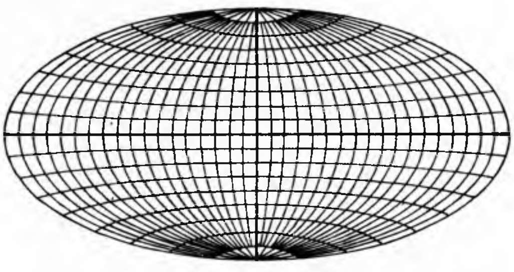
U drugoj zoni konus siječe Zemljin elipsoid izvan područja preslikavanja. Polarna područja su preslikana u polarnoj ekvidistantnoj azimutnoj projekciji u kojoj je linearni modul uzduž meridijana $m = 0{,}99$. Tada ne postoje linearne deformacije na paralelama sa širinom $\varphi = \pm 76°$.

Ta je karta veliki doprinos kartografiji kao znanstvenoj disciplini i djelatnosti; to je po prvi put da je čitava površina Zemlje prikazana u tako relativno krupnom mjerilu. Karta može da posluži, osim prvog zadatka, i kao podloga za izradbu svih vrsta tematskih karata.

Neke projekcije karata sitnih mjerila

Aitovljeva projekcija je izvedena iz poprečne azimutne ekvidistantne projekcije, tako da je svaka ordinata y pomnožena sa 2, dok apscisa x ostaje u istom obliku. Meridijanska se kružnica preslikava kao elipsa.

Linearni modul u smjeru lukova velikih kružnica, koje se sijeku u polu poprečnog, sfernog koordinatnog sustava, određen je izrazom $c_1 = 1$; u smjeru kružnica okomitih na ove lukove određen je izrazom $c_2 = \frac{z}{\sin z}$, gdje je z sferna udaljenost od pola koordinatnog sustava (sl. 59).



Sl. 59. Mreža meridijana i paralela u Aitovljevoj projekciji

Površinski modul računa se prema formuli

$$p = c_1 c_2 = \frac{z}{\sin z}. \tag{314}$$

Srednji meridijan i ekvator preslikavaju se kao pravci, uz uvjet da je projekcija ekvatora dva puta dulja od projekcije srednjeg meridijana.

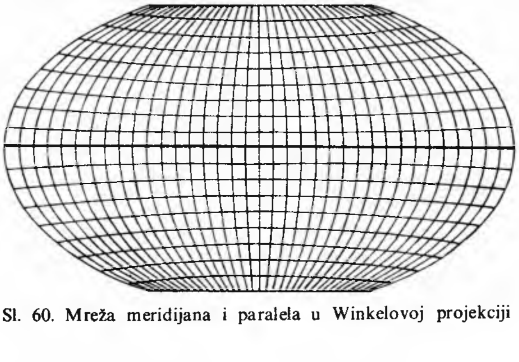
Postoji i *modificirana Aitovljeva projekcija*, u kojoj se pol prikazuje kao kriva linija.

Aitov-Hammerova projekcija je ekvivalentna, a ima sličnosti s ekvivalentnim azimutnim projekcijama, jer se u njoj meridijanska kružnica preslikava kao elipsa. Velika os ove elipse je dva puta veća od male. Njezina je kartografska mreža slična Aitovljevoj.

Postoji nekoliko varijanti Aitov-Hammerove projekcije koje se međusobno razlikuju odnosom između velike i male osi elipse koja je projekcija meridijana. Označi li se taj odnos sa h, onda je $h = a/b$.

Jednu varijantu, u kojoj je $h = 1{,}6$, usvojili su sovjetski učenjaci. Ta varijanta ima manje linearne i kutne deformacije, a i neka područja Zemljine površine prikazuju se znatno vjernije nego u Aitov-Hammerovoj projekciji sa $h = 2$.

Winkelova projekcija. Pravokutne koordinate x i y na ravnini ove projekcije računaju se prema formulama koje se dobiju kao aritmetička sredina iz formula za računanje tih koordinata



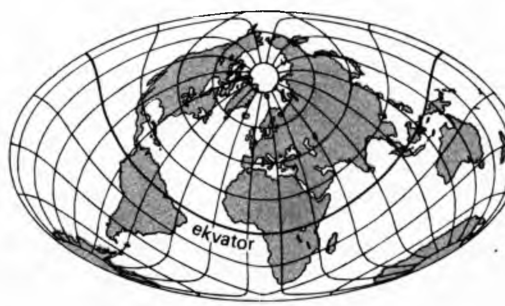
Sl. 60. Mreža meridijana i paralela u Winkelovoj projekciji

u Aitovljevoj uspravnoj ekvidistantnoj cilindričnoj projekciji sa dvije (ekvidistantne) paralele nultih deformacija.

Mreža meridijana i paralela u Winkelovoj projekciji prikazana je na sl. 60.

Ova projekcija je uvjetna, jer nije ni konformna ni ekvivalentna. Meridijani i paralele su krive crte, osim ekvatora i srednjeg meridijana, koji se preslikavaju kao pravci. Pol se preslikava kao ravna crta kojoj je duljina oko polovice duljine ekvatora. Ako je $\varphi_k = 0$ (gdje je φ_k geografska širina paralela uzduž koje je linearni modul $n = 1$), tada je duljina crte pola jednaka polovici duljine ekvatora.

Briesmeisterova projekcija je ekvivalentna, a po svojim svojstvima nalazi se negdje između Mollweideove i Aitov-Hammerove. Meridijanska kružnica preslikava se kao elipsa. Odnos između velike i male osi te elipse jest $h = 1{,}75$.



Sl. 61. Mreža meridijana i paralela u Briesmeisterovoj projekciji

Ova projekcija je vrlo prikladna za grupno prikazivanje većih dijelova Zemljine površine. Pogodnim izborom pola kosog koordinatnog sustava mogu se prikazati oni dijelovi Zemljine površine koji su u danom slučaju posebno važni (sl. 61).

OPĆA KARTOGRAFIJA

Karta je umanjeni, uopćeni, objašnjeni i po matematički izraženim uvjetima deformirani grafički prikaz na ravnini stvarnog stanja (konfiguracije, flore, prirodnih i izgrađenih objekata) te pojava (prirodnih i društvenih) u nekom prostoru i vremenu.

I veoma mali dio površine Zemlje mora se umanjiti da bi se mogao prikazati na karti. Uopćeni prikaz ne sadrži sve objekte i pojave stvarnosti, a u prikazanim objektima izostavljene su manje važne pojedinosti. Da bi se prikazani objekti mogli identificirati, potrebno je da budu popraćeni svojim nazivima i drugim objašnjenjima (tumač znakova).

U kartografiji se redovno smatra da je oblik Zemlje elipsoid ili kugla. Plohe tih tijela tako su zakrivljene da se ne mogu razviti, a prema tome ni prikazati (preslikati) na ravnini bez nabiranja ili rascjepa. Stvaranje jedne cjeline na kojoj neće biti rascjepa i preklapanja, što se redovno obavlja pod određenim uvjetima izraženim matematičkim izrazima, dovodi do točno određenog, ali deformiranog prikaza.

Kartografski prikaz je karakterističan po svojem načinu prikazivanja (grafički) i sredstvima prikazivanja (kartografski znaci).

Podjela karata

Karte se općenito svrstavaju na karte nebeskih tijela i astronomske karte, te na karte površine Zemlje ili geografske karte. Geografske karte mogu biti opće geografske karte i tematske geografske karte.

Opće geografske karte su topografske karte i planovi, pregledne topografske karte i korografske (geografske) karte.

Tematske geografske karte su fizičkogeografske karte, socijalno-ekonomske karte i tehničke karte.

Opće geografske karte imaju za glavni sadržaj prirodne i izgrađene objekte na fizičkoj površini Zemlje. Te se karte obično svrstavaju prema veličini prikazanog dijela Zemljine površine i prema mjerilu (umanjenju prikazanih linearnih veličina).

Prema veličini prikazanog dijela Zemljine površine postoje opće geografske karte, kao npr.: karte cijelog svijeta, karte Zemljinih polukugli, karte kopna, karte oceana i mora, karte kontinenata i njihovih dijelova, karte grupe država i pojedinih država, karte dijelova jedne države (republika, pokrajina, oblasti), te karte gradova i prigradskih područja.

Prema mjerilu (umanjenju), o kojem ovisi količina i vjernost prikaza sadržaja općih geografskih karata, postoje: topografske karte, pregledne topografske i korografske (geografske) karte.

Topografske karte (grč. *τόποσ* topos *mjesto*, *γράφειν* grafein *pisati, opisati, crtati*) iscrpnije prikazuju oblike i objekte na površini Zemlje i obično su izrađene na osnovi neposrednih mjerenja terena, pa se tada nazivaju i *izvornim* ili *osnovnim kartama.*

Pregledne topografske karte izrađene su na osnovi topografskih karata, pa su to *izvedene karte.* Sadržaj karata je donekle uopćen, s više kartografskih znakova.

Korografske (geografske) karte (grč. *χωρα* hora *zemlja, kraj*) omogućuju da se dobije slika o većim dijelovima, pa i cijele Zemlje. Sadržaj karata je znatno uopćen, a prikazan je (s obzirom na veličinu i položaj većih objekata) u okvirima grafičke točnosti.

Prema mjerilu (umanjenju) karata postoje: karte krupnih mjerila (malih umanjenja), karte srednjih mjerila (srednjih umanjenja) i karte sitnih mjerila (velikih umanjenja).

Karte krupnih mjerila (malih umanjenja) ubuhvaćaju sve karte kojima je mjerilo krupnije od 1:200000; to je grupa topografskih karata.

Karte srednjih mjerila (umanjenja) jesu sve karte od umanjenja 1:200000 do 1:1000000, uključujući i oba ova granična umanjenja; to je grupa preglednih topografskih karata.

Karte sitnih mjerila s umanjenjem od 1:1000000 nadalje jesu korografske (geografske) karte.

Za topografske karte do mjerila 1:5000 često se upotrebljava naziv *plan* ili *mapa* (stariji naziv). U novije doba taj se naziv rjeđe primjenjuje i govori se o topografskim kartama krupnijih mjerila (malih umanjenja).

Uz opće geografske karte sve su važnije *tematske geografske karte*, koje prikazuju posebna stanja i pojave vezane uz geografske elemente.

Atlasi su zbirke sustavno sabranih i poredanih karata, koje po sadržaju, namjeni i načinu prikazivanja čine jedinstvene cjeline.

Analogno kartama postoje *atlasi nebeskih tijela* (astronomski) i *geografski atlasi*, koji pak mogu biti opći i tematski.

Geografski atlasi su obično zbirke geografskih karata koje prikazuju cijeli svijet.

Opći geografski i tematski atlasi razvrstavaju se prema veličini teritorija, sadržaju i namjeni.

S obzirom na veličinu prikazanog područja postoje: *atlasi svijeta, nacionalni* i *regionalni* (oblasni) atlasi.

Prema sadržaju atlasi mogu biti općegeografski, tematski i kompleksni (sadrže opće geografske i tematske karte).

Prema namjeni atlasi mogu biti priručni, školski, džepni i drugi.

Uz zbirku karata u atlasima nalazi se opis i objašnjenje prikazanog sadržaja na kartama, različite tablice sa statističkim podacima i abecedni popis naziva prikazanih geografskih objekata, obično samo naseljenih mjesta.

Elementi geografske karte

Geografsku kartu sačinjavaju tri kategorije osnovnih elemenata: matematički, geografski i dopunski.

Matematički elementi karte, u procesu sastavljanja karata, čine matematičku osnovu, koja služi za nanašanje i sastavljanje prikupljenih podataka o veličini i izgledu geografskih objekata, stanja i pojava na površini Zemlje. Ti su elementi važni u upotrebi i održavanju karata, u kartometrijskim radovima i u unašanju dopunskih i novih podataka. U te elemente spadaju: kartografska mreža (konstruirana u nekoj kartografskoj projekciji), mjerilo (umanjenje) karte, osnovne geodetske točke i okvir karte.

Geografski i tematski elementi karte čine osnovni, glavni sadržaj karte. Tu su svi prirodni i izgrađeni objekti, različita stanja, pojave i činjenice na fizičkoj površini Zemlje. Sastavni dio prikazanog sadržaja jesu i nazivi objekata, stanja i pojava.

Dopunski elementi karte treba da posluže kao pomoćno sredstvo za bolje razumijevanje i upotrebu karte. Tu spadaju: naziv karte, podatak o mjerilu, legenda (objašnjenje znakova), podaci o izradbi karte i ostali izvanokvirni sadržaj karte.

Prikazivanje geografskih elemenata na kartama

Glavni sadržaj općih geografskih karata čine: hidrografija, prikaz zemljišnih oblika (orografija) naselja i komunikacije, prikaz vegetacije i neplodnih zemljišta i prikaz različitih granica.

Hidrografija u kartografiji je prikaz voda na kartama, a to su vodeni tokovi, vodene površine, objekti za vodu i močvarna zemljišta.

Vodeni tokovi su rijeke, potoci i kanali, koji se obično prikazuju jednostrukim i dvostrukim linijama u plavoj boji. U načelu svi vodotoci, kojima širina u mjerilu karte iznosi 0,5 mm i više, prikazuju se sa dvije linije. Površina između prikazanih obalskih linija obično je obojena tonom plave boje. Ostali vodeni tokovi prikazuju se na karti jednom linijom koja se postepeno podebljava od izvornog dijela prema ušću.

Rijeke, potoci i kanali, koji u toku godine samo povremeno imaju vodu, prikazuju se isprekidanom linijom.

Prilikom uopćenja obično se na kartama prikazuju svi vodotoci kojima je duljina veća od 1 cm u mjerilu karte.

Vodene površine čine mora, jezera, ribnjaci, bare i lokve. U prikazu vodenih površina na kartama treba nastojati da se što točnije i vjernije prikažu njihove obalne linije i istaknu njihove površine da bi bile uočljive na prvi pogled.

Na suvremenim se kartama obalne linije obično prikazuju u crnoj ili plavoj boji, a vodene površine jednim ili više tonova plave boje prema nekoj dubinskoj skali boja, s izobatama i dubinskim kotama.

Najmanja površina kojom može biti prikazana neka vodena površina na karti iznosi $1 \cdots 2\,mm^2$, ali ponekad se prikazuju i manje vodene površine važnijih objekata.

Objekti za vodu jesu svi prirodni i izgrađeni objekti iz kojih se ili pomoću kojih se dobiva voda za piće i za ostale potrebe, a to su: izvori, česme, bunari, cisterne, rezervoari, vodovodi, tuneli za vodu, akvadukti, crpke, bazeni za vodu itd.

Sve oznake ovih objekata prikazane su obično u boji ostale hidrografije, s vrlo malo izuzetaka.

Močvarna zemljišta su muljevite ili plitkom vodom pokrivene površine. To su i tresetišta i rižina polja. Ta se zemljišta prikazuje na kartama posebnim oznakama, najčešće u boji hidrografije.

Zemljišni oblici vrlo se često nazivaju samo reljef ili reljef Zemljine površine. Općenito rečeno, zemljišne oblike čine uzvišenja, udubljenja i ravnice. Značenje zemljišnih oblika je u tome što oni u znatnoj mjeri uvjetuju mnoge fizičkogeografske, privrednogeografske i antropogeografske odnose i pojave (klima, raspored biljnih formacija, naseljenost, prometne veze itd.).

Prikaz zemljišnih oblika je veoma složen problem, jer je riječ o prikazu na karti, tj. u ravnini, trodimenzionalnih objekata u prirodi. Visinski prikaz zemljišnih oblika temelji se na nadmorskim (apsolutnim) visinama pojedinih karakterističnih točaka.

Visinski odnosi zemljišnih oblika prikazuju se visinskim točkama, crticama (šrafama), sjenčenjem, slojnicama (izohipsama) i visinskom skalom boja.

Visinska točka na zemljištu jest neka karakteristična točka u visinskom pogledu, a na karti je označena odgovarajućim znakom i brojem njene nadmorske visine. To su točke triangulacije, poligonske točke i nivelirski reperi.

Točke triangulacije, poligonske točke i nivelmanski reperi obilježeni su na zemljištu odgovarajućim oznakama, jer služe kao temeljne točke pri premjeru.

Na kartama se ne koriste same visinske točke za visinski prikaz zemljišta, nego uvijek u kombinaciji sa još nekim načinom prikazivanja.

Crtice, svojim pravcima, debljinom i međusobnim razmacima pokazuju pravac pada zemljišta i prostorno prikazuju zemljišne oblike. Crtice je teoretski obradio i njihovu primjenu objasnio saksonski topograf Lehmann 1799, podvrgavajući matematičkim zakonima odnos između njihove debljine i međusobnih razmaka (tabl. 1). Osnovna je zamisao da će pri vertikalnom osvjetljenju neke horizontalne plohe pasti na nju najviše svjetla. Lehmann je predložio skalu crtica, podijelivši nagibe od 0°···45° na devet grupa od po 5°, a desetu grupu čine svi nagibi zemljišta iznad 45°.

Tablica 1
LEHMANNOVA SKALA

Nagib zemljišta	*Odnos između debljine i razmaka crtica*
0°··· 5°	0:9
5°··· 10°	1:8
10°··· 15°	2:7
15°··· 20°	3:6
20°··· 25°	4:5
25°··· 30°	5:4
30°··· 35°	6:3
35°··· 40°	7:2
40°··· 45°	8:1
45°··· 90°	9:0 sve crno

Dobre strane crtica su u tome što vjerno prikazuju zemljišne oblike i što svojim debljinama i razmacima pružaju uvid o približnoj veličini nagiba zemljišta. Ozbiljniji nedostaci crtica su što je njihova izradba spora i skupa, što ne pružaju mogućnost određivanja nadmorskih visina točaka i što čine kartu nepreglednom.

Sjenčenje je postupak za prikazivanje reljefnosti terena, a temelji se na principu raspodjele svjetlosti koja iz određenog pravca pada na površinu terena. Na različitim nagibima zemljišnih oblika pada različita količina svjetla, pa se površine različitih osvijetljenosti osjenče tonovima jedne boje proporcionalno osvijetljenosti.

Sjenči se obično pri zamišljenom kosom osvjetljenju zemljišta. Pri kosom osvjetljenju postiže se bolji utisak prostornosti, jer se pravac promatranja zemljišnih oblika na karti ne poklapa sa zamišljenim pravcem svjetlosti koja ih osvjetljuje. Prostornost prikaza zemljišnih oblika povećava se s povećanjem kontrasta između osvijetljenih i neosvijetljenih njihovih površina. To se postiže kada osvjetljenje pada okomito na pravac prostiranja zemljišnih oblika (planinskih lanaca, kosa itd.). Tako je za prikaz zemljišnih oblika Jugoslavije najpogodniji sjeveroistočni pravac osvjetljenja, jer je taj pravac okomit na opći pravac prostiranja planina cijelog Dinarskog sustava.

Sjenčenje se danas primjenjuje kao dopunski način u prikazu zemljišnih oblika u visinskom pogledu. Razlog je tome što ono ne pruža podatke o nadmorskim visinama zemljišta, pa se ne može zaključiti da li je neki zemljišni oblik viši ili niži od drugoga. Posebna poteškoća je u tome što sjenčenje može valjano izvršiti samo stručnjak umjetničkih sklonosti.

Slojnica (horizontala, izohipsa) je zamišljena crta na zemljištu, ali stvarna na karti, koja spaja točke istih nadmorskih visina.

Primjena slojnica uvedena je relativno kasno za prikaz zemljišnih oblika. Francuz J. L. Dupain-Triel izradio je 1791. kartu na kojoj su zemljišni oblici prikazani slojnicama. Prije ove karte, u maloj publikaciji, Francuz Du Carla (1777) izradio je prvu kartu sa slojnicama da bi se pokazala njihova prikladnost za visinski prikaz zemljišnih oblika.

U prikazu zemljišnih oblika slojnicama važna je njihova *ekvidistancija*, tj. visinska razlika između *osnovnih (glavnih) slojnica* na kartama.

Veća gustoća slojnica stvara utisak prostornosti u promatranju zemljišnih oblika na kartama zbog čega bi bilo poželjno da slojnice budu gušće, tj. ekvidistancija što manja. No, u tome pogledu ima ograničenja, jer ekvidistancija ovisi o reljefu zemljišnih oblika, uglavnom o nagibu terena, o mjerilu i namjeni karata i o tome da li će zemljišni oblici biti prikazani samo slojnicama ili u kombinaciji s nekim drugim načinom prikaza zemljišnih oblika u visinskom pogledu.

Ekvidistancija se određuje na osnovi nekog prosječnog kuta nagiba, vodeći računa da slojnice radi preglednosti karte ne budu suviše guste.

Uvijek se nastoji da ekvidistancija na jednoj karti na svim njezinim listovima bude ista. Da bi se postigla što veća vjernost u visinskom prikazu zemljišnih oblika, uvode se *pomoćne slojnice*. Cilj je pomoćnih slojnica da se pomoću njih izraze mjestimično karakteristične visinske promjene zemljišta između osnovnih slojnica.

Pomoćne slojnice interpoliraju se na polovici ili četvrtini ekvidistancije. One na polovici ekvidistancije iscrtavaju se isprekidano, a one na četvrtini ekvidistancije točkasto.

Radi preglednosti i lakšeg određivanja visina, obično svaka peta ili deseta slojnica iscrtava se nešto debljom crtom i označuje se njena nadmorska visina u metrima.

Dobro svojstvo slojnica jest lako određivanje nadmorskih visina i visinskih razlika te kutova nagiba strana zemljišnih oblika, pa se pomoću karte mogu planirati i rješavati mnogi tehnički zadaci.

Nedostatak karte sa slojnicama jest slaba uočljivost prostornosti u prikazu zemljišnih oblika i što se s njima ne mogu uvijek izraziti oštriji prijelomi u nagibima zemljišnih oblika, kao ni manji terenski oblici (jaruge, mala uzvišenja itd.).

Izobate su crte na karti koje spajaju točke istih dubina.

Izobate su prethodile slojnicama; njih je primijenio Nizozemac S. Cruquius (1729) u izradbi karte rijeke Merwede, nazvavši ih *crte istih sonda*.

Izobate imaju sva svojstva slojnica, a primjenjuju se u prikazu podvodnih dubina i oblika dna. Redovno se iscrtavaju u plavoj boji, tj. u boji hidrografije.

Hipsometrijska skala pomoću boja (obično se naziva hipsometrijska skala boja) primjenjuje tonove jedne ili više boja za visinski prikaz zemljišnih oblika. Teoretsku osnovu za nju dao je K. Peucker 1898. godine.

Pojedini tonovi jedne ili više boja pokrivaju površinu između dviju susjednih slojnica, zbog čega ekvidistancija u ovom slučaju mora biti veća.

Boje visinske skale biraju se tako da budu zadovoljeni slijedeći zahtjevi: boje i njihovi tonovi moraju se međusobno dobro razlikovati da bi se uočavali visinski odnosi između pojedinih pojasa; boje i njihovi tonovi treba da čine jedan harmoničan niz da bi se očuvala cjelina prikaza zemljišnih oblika; boje i njihovi tonovi poredani u niz treba da pruže što bolji utisak prostornosti prikazanih zemljišnih oblika; boje ne smiju biti tamne da ne uguše ostali sadržaj karte.

Treba nastojati da boje budu u skladu s namjenom karte, da bude što manje bojâ i da što bolje odgovaraju određenim visinskim pojasima u prirodi.

Najjednostavnija i najlogičnija je jednobojna visinska skala, u kojoj su tonovi boja sve tamniji kako se povećavaju nadmorske visine. Takva jednobojna skala sa smeđom bojom ima široku primjenu u izradbi karata. Prednost tog načina prikaza visinskih odnosa zemljišnih oblika jest u tome što on najpreglednije prikazuje zemljišne oblike u cjelini.

U izradbi karata obično se primjenjuju i kombinacije svih načina prikaza zemljišnih oblika.

Naseljena mjesta ili naselja su područja na kojima su izgrađene kuće, zgrade, ulice, putovi i svi ostali objekti potrebni za život i rad čovjeka.

Naselja se prikazuju u horizontalnoj projekciji, jer se na taj način najbolje ističu bitne karakteristike svakog naselja s obzirom na oblik, površinu, strukturu i točnost položaja, kako čitave cjeline tako i pojedinih objekata. Prikaz detalja naselja ovisi o mjerilu karte, imajući u vidu da je najmanja usvojena duljina nekog znaka na karti 0,5mm, što odgovara u stvarnosti duljini od 50m prikazanoj na karti u mjerilu 1:100000. U sitnijim mjerilima za prikaz naselja potrebno je uvesti znakove u obliku geometrijskih figura, držeći se načela da se ipak prikažu u mjerilu karte sva naselja čija površina na karti iznosi 2···4mm^2.

Kako je iz površinskih znakova ponekad teško zaključiti da li je neko naselje grad ili selo, uobičajeno je da se *nazivi* *gradova ispisuju velikim slovima, a nazivi sela malim slovima.* Dimenzijama slova, prema nekom usvojenom ključu, moguće je približno pokazati broj stanovnika naselja. Izbor pogodne skale i ključa za ovaj prikaz vrlo je složen, pogotovo ako je riječ o prikazu većih dijelova Zemljine površine i na više listova s različitom gustoćom stanovništva.

Komunikacije su objekti (putovi) koji služe za transport i međusobnu vezu između naselja i drugih središta ljudske djelatnosti. Komunikacije mogu biti kopnene (željeznice, auto-ceste kolski putovi i staze), vodene (pomorski, riječni, kanalski) i zračne.

Za označivanje komunikacija na kartama svih vrsta postoje topografski znakovi, koji za istu komunikaciju mogu biti različiti prema vrsti karte. Obično se oznake putova objašnjavaju legendom.

Nazivi su vlastita imena geografskih objekata i veoma su važan element svake karte. Nazivi su u prvom redu važni za upoznavanje sadržaja karte, pronalaženja objekata i orijentaciju na karti i pomoću karte. Zbog toga bilo bi poželjno da bude što više naziva na karti. Međutim, to je neostvarljivo, jer nazivi pokrivaju i prekidaju mnoge linije i detalje elemenata sadržaja karte, pa bi mogli smanjiti preglednost, čitljivost i estetski izgled karte.

Veličina slova pokazuje razlike u veličinama objekata i pojava, polazeći od najmanje veličine slova (po visini) 0,8···1 mm. Da bi razlike u visinama slova bile lako uočljive, one treba da iznose 0,2···0,3 mm. Primjena samo malih slova, osim početnog, i primjena samo velikih slova u ispisivanju naziva pokazuju na razlike u veličinama objekata iste kategorije (selo, grad).

U izboru slova za nazive treba paziti na širinu slova i debljinu linija koje ih sačinjavaju, tako da nazivi budu u skladu s ostalim grafičkim elementima sadržaja karte. Tipovi slova razlikuju se po obliku, a za što širu gradaciju u primjeni naziva primjenjuju se različita slova za raznovrsne geografske elemente sadržaja karata.

Prema obliku, podrijetlu i doba nastanka razlikuju se ovi tipovi slova: rimska (romanska), talijanska (italik), grotesk ili blok, rond i moderniji stilizirani rond, antikva (svjetlolikorimska), memfis i kaligrafska (ingliš).

Svi navedeni tipovi slova mogu prema širini biti široka, normalna i uska, prema debljini linija svjetlolika, normalna, polumasna i masna, a prema nagibu uspravna, nagnuta naprijed (kurziv) i nagnuta nazad (obratno).

Od kartografskih slova se traži: da su jednostavnog oblika radi lakšeg čitanja, da ne zauzimaju mnogo prostora, da su pogodna za fotografiranje, kopiranje i tiskanje, te da su lijepog izgleda.

Boja naziva (nazivi napisani u različitim bojama) također pokazuje na različite kategorije objekata. Primjenom naziva u bojama moguće je smanjiti broj tipova slova na karti, jer se isti tip slova može upotrijebiti za nazive različitih kategorija objekata ili pojava. Pored crne, najčešće se primjenjuje plava boja za nazive u hidrografiji, a ostale boje obično se primjenjuju na specijalnim i tematskim kartama.

Skraćivanje naziva obavlja se kad je potrebno smanjiti opterećenost karte. Skraćuju se nazivi koji su sastavljeni od dviju ili više riječi, te riječi koje predstavljaju opći naziv objekta (planina, brdo, rijeka itd.), ili riječi koje pobliže opisuju objekt (npr. pridjevi: gornji, donji, veliki, mali itd.).

Razmještaj naziva na kartama treba da zadovolji ove zahtjeve: da budu tako postavljeni da se bez dvoumljenja može zaključiti na koje objekte se odnose, da ne pokrivaju, a po mogućnosti i ne prekidaju linije koje čine prikaz jednog objekta, da se mogu čitati, a da se karta ne zaokreće i da se međusobno ne sijeku.

Kad naziv dolazi uz neki kartografski znak, naziv se obično stavlja s desne strane znaka, u smjeru zapad-istok.

Ako znak može da stane unutar površine nekog objekta, redovno se tamo i stavlja. Nazivi vodenih tokova, komunikacija i drugih linijskih objekata stavljaju se uzduž prikazanih objekata.

Vjernost i točnost naziva na kartama posebno su važni. Nazivi na kartama služe kao izvor mnogim znanostima za donošenje pravilnih zaključaka i utvrđivanje znanstvene istine. Lingvisti, na osnovi naziva, mogu ustanoviti granice između jezičnih dijalekata, antropogeografi mogu pravilnije donositi zaključke o migracijama stanovništva itd.

Prikupljanje naziva vrlo je složen posao, iako to na prvi pogled tako ne izgleda.

Transkripcije naziva, u kartografskom smislu, način je ispisivanja geografskih naziva sa drugih jezika i pisama na jezik i pismo korisnika karte.

Postoje različiti načini transkripcije.

Ortografski način sastoji se u ispisivanju geografskih naziva onako kako se oni pišu na stranom jeziku (npr. Wien je originalan ispis naziva za grad Beč).

Fonetski način je ispisivanje naziva prema njihovom izgovoru (npr. Vin je fonetski za Wien).

Transliteracija je način ispisivanja naziva zamjenom slova jednog pisma odgovarajućim slovima drugog pisma, bez obzira na njihov izgovor (npr. Vien je latinicom, Виен ćirilicom, napisan naziv za Wien).

Tradicionalni način pisanja naziva nastao je dugom tradicijom, iako nema stvarne podloge u rođenom jeziku (npr. Beč je u nas usvojen naziv za Wien).

Prijevodni način je ispisivanje naziva onako kako oni treba da glase prevedeni sa stranog jezika (npr. Wiener Neustadt je u nas Bečko Novo Mjesto).

Konvencionalni način je pisanje geografskih naziva prema nekom međunarodnom dogovoru, obično u graničnim predjelima dviju država.

Transkripcija je tako važan problem da je u Ujedinjenim nacijama osnovano posebno radno tijelo za standardizaciju geografskih naziva.

Vegetacija i neplodna zemljišta. Vegetaciju čine šume, voćnjaci, vinogradi, parkovi, livade, pašnjaci (utrine), površine pod žitaricama, grupe drveća i usamljeno drveće, žbunje i živice. Većina od ovih vrsta vegetacije prikazuje se površinskim znakovima, a neki od njih kartografskim znakovima koji nisu u mjerilu karte. Neplodna zemljišta su velike pješčane pustinje, kamenjari i područja pod vječitim snijegom i ledom. Pješčane pustinje prikazuju se obično svijetložutom bojom, kamenjari se perspektivno iscrtavaju smeđom bojom, a predjeli pod vječnim snijegom i ledom prikazuju se svijetlosivom, skoro bijelom bojom.

Kartografski znakovi

Kartografski znakovi su grafički elementi pomoću kojih se prikazuje sadržaj karte kojima je značenje na karti utvrđeno dogovorom ili posebnim objašnjenjem (legendom). Ovi znakovi primijenjeni na topografskim kartama zovu se još i *topografski znakovi*, a u odnosu na sve karte uopće, ponekad se nazivaju i *uvjetnim znakovima.*

Kartografski znakovi mogu biti površinski (konturni), geometrijski, slikovni (u obliku slika i simbola) i alfanumerički.

Površinski kartografski znakovi prikazuju stanje i pojave koji se mogu prikazati u mjerilu karte. To su ograničene površine na karti unutar kojih su dodane neke oznake (znakovi) ili boja koji pokazuju na određenu vrstu objekata.

Geometrijski kartografski znakovi sastavljeni su od geometrijskih elemenata koje čine: točke, crte (prave i krive), crtice, pravilni geometrijski likovi (trokut, kvadrat, krug i dr.) i njihove međusobne kombinacije. Osnovna karakteristika ovih znakova jest da nisu u mjerilu karte.

Slikovni kartografski znakovi i simboli primjenjuju se za prikaz onih objekata koji se zbog svojih malih dimenzija ne mogu prikazati u mjerilu karte. Nastoji se da ti znakovi svojim izgledom budu što sličniji objektima koje prikazuju. Mogu biti tlocrtni (znak za most, kuću), nacrtni (znak za drvo, tvornički dimnjak) i površinski (znak za neodređenu šumu, pustinju itd.).

Simboli sa svojim znakom podsjećaju na funkciju objekta koji prikazuju (križ na bogomoljama, izlomljena strelica kao znak za elektroenergetski objekt ili predstavljaju objekte i pojave koji su objašnjeni u legendi.

Alfanumerički kartografski znakovi (slova i brojke i njihove kombinacije) posebno su važni na kartama. Opis geografskih elemenata i objekata najčešće je stvarni njihov naziv. Nazivi na karti i drugi opisi na kartama ispisuju se posebnim kartografskim slovima.

Pri izboru kartografskih znakova nastoji se da znakovi budu što jednostavniji po obliku radi lakšeg crtanja ili graviranja, da su što sličniji objektu koji prikazuju, da se što lakše pamte, da zauzimaju što manje prostora, da su pogodni za fotografiranje, kopiranje i tiskanje, te da su estetski oblikovani.

Kartografski znakovi i njihovo proučavanje dio su posebne discipline — *semiotike* — i sve više se isprepleću i dopunjuju s ostalim vrstama grafičkih znakova, osobito u izradbi tematskih karata.

Boje i bojila u kartografiji

Boje i bojila te njihova primjena u kartografiji imaju posebno značenje. Autor karte treba poznavati kemijska i fizička svojstva bojila, te osnove fiziološkog i psihičkog učinka boje na promatrača i korisnika karte.

U izradbi karata, boje služe da se po nekom redu izlože, raščlane i istaknu razlike u suprotnosti, a kad je riječ o upotrebi karata, da se olakša preglednost i čitljivost karte i obogati estetska strana karte.

U izradbi topografskih i geografskih karata dominiraju ove boje: *crna*, za prikazivanje svih izgrađenih i prirodnih objekata (naselja, komunikacija, svih opisa); *plava*, za prikazivanje voda i njima pripadajućih objekata; *crvenosmeđa*, za slojnice i prikazivanje stijena i stjenjaka; *zelena*, za prikazivanje vegetacije; *siva* za sjenčenje i kao podloga za cijelu kartu; *žuta*, za prikazivanje svijetlih površina i kao podloga za cijelu kartu.

U izradbi tematskih i specijalnih karata dolaze do izražaja sve moguće boje, a primjenjuju se s posebnim osvrtom na simboliku boja.

Osnovno je pravilo u primjeni boja da treba nastojati održati sličnost ili simboličnu ovisnost boja na kartama o bojama objekata i pojava u prirodi, uzimajući što svjetlije tonove odgovarajućih boja.

Na kartama mogu biti obojene točke, linije, različiti znakovi i površine. Višebojna karta, gdje se pazilo na skladnost boja, veliko je dostignuće kartografske djelatnosti.

Kartografsko uopćavanje (generalizacija)

Kartografsko uopćavanje je sadržajno i grafičko pojednostavnjenje kartografskog prikazivanja objektivne stvarnosti. To je, zapravo, selekcija detalja i elemenata koji se mogu prikazati na karti odabranog mjerila. Pri tome se primjenjuju pojedine radnje.

Izbor objekata, koji se prikazuju na karti, sastoji se u odabiranju važnih, odnosno u izostavljanju nevažnih objekata s obzirom na namjenu i mjerilo karte.

Pojednostavnjenje linija, kojima je prikazano neko stanje ili neki objekt, jest postupak koji se obavlja na objektima koji se označuju na karti, ali se ne mogu prikazati sa svim svojim detaljima. Nastoje se istaknuti samo karakteristične pojedinosti.

Smanjivanje kvantitativnih razlika srodnih objekata i pojava. Taj se postupak vidi npr. u razvrstavanju naseljenih mjesta prema broju stanovnika.

Ako se naseljena mjesta do 5000 stanovnika uvrste u jednu, a od 5000 do 10000 u drugu grupu, dobit će se dva puta više grupa nego da su sva naseljena mjesta svrstana u jednu grupu do 10000 stanovnika.

Smanjivanje kvalitativnih karakteristika srodnih objekata i pojava. Ako se različite močvare (prolazne, teško prolazne i neprolazne) uopćenjem svrstavaju samo u jednu grupu pod nazivom močvare, smanjuju se kvalitetne razlike srodnih objekata.

Prikaz u jednoj cjelini više rascjepkanih i odvojenih manjih objekata ili manjih grupa objekata iste vrste. Najbolji je primjer za ovaj postupak prikaz naseljenih mjesta na kartama različitih mjerila. Zgrade u gradovima na topografskim kartama prikazuju se pojedinačno, na preglednim topografskim kartama prikazuju se blokovima, da bi se daljim smanjivanjem mjerila čitavo naselje prikazalo kartografskim znakom u obliku kružića.

Prisilno premještanje pojedinih objekata nerado se obavlja u izradbi karata, jer načelno svaki objekt treba da dođe na svoje određeno mjesto na karti. Međutim, na kartama sitnijih mjerila vrlo često nije moguće u usku dolinu smjestiti rijeku, željezničku prugu i auto-cestu, bez nekih premještanja. Načelno se rijeka i objekti u njoj prikazuju na svojim pravim položajima, a ostali objekti se premještaju za toliko da bi mogli biti pravilno prikazani svojim kartografskim znakovima.

B. Borčić

AUTOMATIZACIJA U KARTOGRAFIJI

Pod automatizacijom u kartografiji razumijeva se primjena elektroničkih računala i drugih automatskih uređaja (digitalizatori, ploteri, optički pokazivači) radi izradbe, održavanja i umnožavanja karata. Ciljevi su automatizacije: brža i jednostavnija izradba, reprodukcija i održavanje karata te poboljšavanje kvalitete karata. Pored toga, danas postoji potreba za sve više raznovrsnih karata, koju dosadašnjim metodama izradbe nije moguće zadovoljiti.

Automatizacija u kartografiji primjenjuje se danas pri izradbi kompjutorskih tematskih karata i pri izradbi automatskih karata.

Kompjutorske tematske karte (kompjutorske karte) jesu karte u kojima je određena tema obrađena u kompjutoru, a kartografski prikaz izveden preko izlaznog štampača. Za kartografski prikaz mogu služiti svi znakovi (26 slova engleske abecede, brojke i posebni znakovi) koji se nalaze na štampačima i znaci koji se dobiju višestrukim tiskanjem jednih znakova preko drugih. Zbog ograničenih mogućnosti takve kompjutorske grafike ne mogu se kompjutorske tematske karte po grafičkom izgledu uspoređivati s tematskim kartama izrađenim dosad uobičajenim metodama. Međutim, za potrebe planiranja, za različite analize i sl., kompjutorske su karte prikladne i u svijetu prihvaćene. Za izradbu takvih karata postoje gotovi programi, od kojih je najpoznatiji SYMAP (SYnagraphic MApping Program).

Automatski izrađene karte, za razliku od kompjutorskih karata, ne razlikuju se ni po grafičkom izgledu, ni po točnosti, ni po sadržaju od postojećih karata. Jedino su izrađene automatski pomoću elektroničkih računala, automatskih čitača koordinata, optičkih pokazivača i automatskih koordinatnih crtača.

Da bi se automatizacija mogla provesti i u kartografiji, potrebno je, među ostalim, riješiti ove zadatke: automatizirati pretvaranje informacija iz analognog (grafičkog) oblika, danog na karti, u digitalan oblik (niz brojčanih koordinata) prikladan za obradu na elektroničkim računalima (taj se proces naziva automatsko čitanje koordinata ili digitalizacija); izraditi sve potrebne programe za obradu kratografskih podataka elektroničkim računalima (prijelaz iz projekcije u projekciju, generalizacija i sl.); nakon obrade elektroničkim računalima automatizirati pretvaranje informacije iz digitalnog oblika u grafički oblik, tj. automatizirati crtanje karte. Za tu su svrhu, osim elektroničkih računala, potrebni i automatski čitači koordinata (digitalizatori), automatski koordinatni crtači (ploteri) i optički pokazivači (ekrani).

Automatski čitač koordinata (digitalizator; engl. digitizer), jest instrument za mjerenje (čitanje) koordinata, njihovo pretvaranje u digitalan oblik i registraciju na nosioce pogodne za kompjutorsku obradu. Glavni dijelovi digitalizatora jesu ploha za digitalizaciju s mjernom markom i sustavom za mjerenje, elektronički uređaj za obradu i kontrolu, sprava za registraciju koordinata i upravljački pult s tastaturom. Mjerna marka navodi se na točku ili vodi uzduž linije koja se digitalizira. Sustav za mjerenje omogućuje mjerenje koordinatnih udaljenosti položaja mjerne marke od definiranog koordinatnog ishodišta. Najčešće se primjenjuje sustav ravnih pravokutnih koordinata (y, x). Sustav za mjerenje pretvara izmjerene udaljenosti u električne impulse, broji ih i pretvara u digitalne vrijednosti. Tako dobivene vrijednosti koordinata registriraju se na nosioce pogodne za dalju automatsku obradu. Najčešće su to magnetske vrpce. Preko tastature upravljačkog pulta mogu se unositi šifre elemenata koji se digitaliziraju (sl. 62).

Sl. 62. Digitalizator CF (D-MAC)

Automatski koordinatni crtač ili ploter (engl. plotter, *crtač*) jest instrument koji podatke dane u digitalnom obliku programirano crta na papiru, plastičnoj foliji ili materijalu osjetljivom na svjetlo. Ima tri glavna dijela: uređaj za ulaz podataka, kontrolni uređaj i uređaj za crtanje (ploha za crtanje, sustav za pozicioniranje glave i glava za crtanje). Najpogodnije je ako podaci ulaze preko magnetske vrpce. Kontrolni uređaj prima koordinate (digitalne podatke) i pretvara ih u signale za pokretanje glave za crtanje i ujedno kontrolira čitav proces. Ploha za crtanje može biti ravna ili valjkasta. Optimalna veličina ravne plohe jest oko $1{,}2 \times 1{,}5$m. Crtači s valjkastom plohom imaju kompaktniju formu i dopuštaju jednostavnija mehanička rješenja pa su jeftiniji, ali točnost im je manja. U kartografiji se gotovo isključivo upotrebljavaju crtači s ravnom plohom za crtanje (sl. 63).

Sl. 63. Automatski koordinatni crtač Coradomat (Coradi)

Prema načinu crtanja postoje dva tipa plotera: rasterski i linijski. Crtači rasterskog tipa mogu se upotrijebiti jedino u kombinaciji s istovrsnim digitalizatorima i zbog toga se u praksi malo primjenjuju.

U crtačima linijskog tipa glava za crtanje kreće se uzduž linija određenih očitanim koordinatama. Uređaj za pozicioniranje vodi glavu za crtanje prema analognim signalima koje prima od kontrolnog uređaja.

Crtač može biti direktno povezan s računalom (engl. on-line) ili, što je mnogo češće, bez direktne veze s njime (engl. off-line). Prema točnosti, crtači linijskog tipa mogu biti crtači male, srednje i visoke točnosti. Crtači male točnosti imaju točnost $\sim \pm 0{,}3$mm. Korak im je 0,05mm ili veći. Rezultat je slaba grafička kvaliteta i vidljiva nazubljenost linija. U kartografiji se mogu upotrebljavati za kontrolu digitalizacije i u istraživačkim radovima za analiziranje dobivenih rezultata. Crtači srednje točnosti imaju točnost $0{,}1 \cdots 0{,}2$mm. Korak im je $\sim 0{,}02$mm. Točnost crtača velike točnosti često je veća od 0,1mm, a korak im je manji od 0,01mm.

Optički pokazivač (engl. cathode ray tube, display unit, graphic display) jest kompjutorski upravljani uređaj koji se upotrebljava za vizuelnu predodžbu alfanumeričkih i grafičkih informacija dobivenih iz digitalnih podataka. Poput crtača, ima jedinicu za ulaz podataka, kontrolni i crtaći dio (u većini tipova ekran katodne cijevi). Kontrolni uređaj sadržava analognodigitalni pretvarač. Doda li se takvu uređaju upravljački pult, položajni pokazivač (engl. position pointer) i odgovarajući program za obradu, dobiva se interaktivni sustav koji omogućuje direktno upravljanje podacima na ekranu. Istodobnim pokazivanjem položaja na ekranu i unošenjem odgovavarajuće naredbe programa preko tastature upravljačkog pulta nepotrebni podaci mogu se brisati s ekrana ili se na ekran mogu unositi novi podaci. Usporedo s time mijenjaju se i podaci u memoriji. Za pokazivanje položaja na ekranu služi kompjutorski formirana mjerna markica (svijetleći križić). Postoje različiti načini kako se upravlja kretanjem mjerne markice na ekranu. Vodeće (svjetlosno) pero drži se u ruci direktno iznad mjerne markice na ekranu. Pomicanjem pera pomiče se i mjerna markica. Za određivanje položaja mjerne markice na ekranu i za upravljanje njome može se upotrijebiti i linijski digitalizator. Koordinate položaja mjerne markice digitalizatora unesu se u kompjutor, koji potom formira mjernu markicu na odgovarajućem mjestu ekrana.

Da bi sadržaj karte, memoriran u digitalnom obliku, mogao biti vidljiv na ekranu, opisani interaktivni sustav mora raspolagati i odgovarajućim programom za crtanje. Kartografski znaci i slova, memorirani u digitalnoj obliku, mogu se programski pozvati i smještati na odgovarajuća mjesta ekrana. Pomoću posebnog kopirnog uređaja, priključenog na optički pokazivač, može se odmah dobiti kopija slike s ekrana.

Iz opisanih svojstava optičkih pokazivača (ekrana) vidljiva je mogućnost njihove svestrane primjene u kartografiji.

Digitalizacija je pretvaranje informacija iz grafičkog oblika, danog na karti, fotografskom snimku i sl., u digitalan oblik (niz koordinata) pogodan za obradu elektroničkim računalima. Digitalizacija uključuje tri aktivnosti: pripremu materijala, unošenje oznaka (šifara) za identifikaciju i mjerenje.

Pri digitalizaciji sadržaja karte treba pojedinim elementima sadržaja (vode, prometnice, zemljišni oblici) pridružiti šifre. Šifre treba da omoguće izdvajanje pojedinih elemenata sadržaja karte iz digitaliziranih podataka radi njihove dalje automatske obrade (generalizacije i sl.). Šifra mora sadržavati dovoljno informacija za dalju obradu. Pri digitalizaciji pojedinih elemenata sadržaja karte primjenjuje se i slijedeći princip: digitalizacija točke unutar određenog kvadratnog polja znači određenu šifru. Za tu svrhu na posebnom papiru iscrta se mreža kvadrata i u svaki kvadrat nacrta se znak ili napiše naziv elementa čija se šifra dobije digitalizacijom točke unutar tog polja. Pretvaranje koordinata digitalizirane točke unutar određenog polja u odgovarajuću šifru postiže se posebnim kompjutorskim programom. Prema tome, pri digitalizaciji određenih elemenata sadržaja karte rukovalac prvo digitalizira točku unutar polja predviđenog za taj element, a zatim digitalizira element sadržaja karte.

Brzina digitalizacije ne smije ovisiti o brzini sprave za registraciju. Ako je to osigurano, brzina digitalizacije ovisit će o složenosti sadržaja karte i vještini rukovaoca. Ubrzavanje digitalizacije može se postići kombinacijom digitalizacije točku po točku i linijskog načina. Odsječci pravaca brže će se digitalizirati ako im se digitaliziraju samo krajnje točke nego ako se digitaliziraju linijskim načinom. U kartografskim znakovima digitalizirat će se samo položaj i orijentacija, a crtanje znakova ostvaruje se posebnim potprogramima ili, pri fotooptičkom načinu crtanja, projiciranjem preko odgovarajućih šablona. Dobra kontrola onoga što je digitalizirano postiže se iscrtavanjem pomoću jeftinijeg crtača manje točnosti ili, još bolje, upotrebom optičkog pokazivača. Svi digitalizirani elementi sadržaja karte mogu se dobiti vidljivi na ekranu, pa je lako uočiti eventualno ispuštene linije, nepravilno digitalizirane i druge neispravnosti.

Točnost digitalizacije ovisi, osim o točnosti digitalizatora, i o pažljivosti rukovaoca pri radu. Digitalizacija točku po točku mnogo je točnija od digitalizacije vođenjem mjerne kartice uzduž linije. Jedan od izvora pogrešaka jest deformacija materijala koji služi za digitalizaciju. Da bi se te deformacije uklonile, treba, uz sadržaj karte, digitalizirati i određeni broj točaka kartografske mreže. Na temelju tih digitaliziranih koordinata i teoretskih koordinata mogu se dobiti koeficijenti za transformaciju iz deformiranoga u teoretski okvir.

Automatska obrada kartografskih podataka i crtanje. Programi za obradu mogu biti sastavljeni (kodirani) u simboličkim strojno orijentiranim jezicima (npr. u Assembleru i sl.) ili u višim programskim jezicima (npr. u Fortranu, Algolu i dr.). Ako je na raspolaganju računalo s manjom memorijom, bolje je programirati u spomenutom simboličkom jeziku, jer prevodioci (kompilatori) za više programske jezike oduzimaju mnogo memorije.

Automatizacija u kartografiji može se primijeniti u punoj mjeri jedino u vezi s odgovarajućom bankom podataka. *Kartografska banka podataka* skup je različitih datoteka (skup podataka ujedinjenih nekom zajedničkom značajkom i registriranih na odgovarajućem nosiocu) sa svima potrebnim kartografskim podacima organiziranim tako da se mogu lako održavati i da je traženje podataka prema različitim kriterijima što je moguće lakše i brže. Svrha je automatizacije u kartografiji stvaranje automatskih kartografskih sustava, tj. potrebne instrumentalne opreme i svih programa za potpunu automatsku izradbu karata. Zbog mnogih još nepremostivih teškoća takvi sustavi do danas ne postoje. Stvoreni su, međutim, specijalizirani sustavi za izradbu karata određenog tipa, po sadržaju jednostavnih, kao što su npr. zrakoplovne, sinoptičke, prognostičke i sl. karte.

Pri automatskoj izradbi karata najteže je automatizirati generalizaciju (uopćavanje), jer su svi procesi generalizacije usko međusobno povezani. Jedan od procesa uopćavanja jest i pojednostavnjenje linija kojima su na karti prikazani pojedini objekti. Linije kojima se na karti prikazuju rijeke, ceste, granice, izolinije (npr. slojnice, izobate) i sl., ne mogu se u svim mjerilima prikazati sa svim detaljima, već ih pri prijelazu na karte sitnijih mjerila treba pojednostavniti. Zavijuci manji od nekih zadanih minimalnih veličina mogu se izostaviti, samo što pri tom postoji opasnost da se izgube karakteristična svojstva objekta koji se generalizira (npr. tip obalne crte). Da bi se to izbjeglo, treba uvesti i neke dodatne kriterije.

Posebno značenje ima automatizacija u prikazivanju reljefa slojnicama i izobatama. Za automatski prikaz reljefa slojnicama predložena su raznovrsna rješenja. Polazeći od proizvoljno raspoređenih točaka Zemljine površine sa zadanim prostornim koordinatama, predložena rješenja mogu se svrstati u dvije grupe. U prvoj grupi, interpolira se direktno između zadanih točaka povezanih u trokute. U drugoj grupi, prvo se metodom predikacije (interpolacijom i ekstrapolacijom) iz visina određenog broja susjednih točaka odrede visine u vrhovima mreže kvadrata zadane veličine (tj. u točkama presjeka mreže koordinatnih linija) zamišljene preko čitavog područja. Interpolacijom između vrhova kvadrata dobivaju se potom slojnice, koje se na temelju dobivenih koordinata crtačem automatski iscrtaju.

U posljednje vrijeme i među kartografima vlada sve veći interes za prikaze zemljišnih oblika koji daju utisak prostornosti. Postoje mnoge metode za izradbu takvih prikaza, a neke od njih prikladne su za automatizaciju, npr. metoda paralelnih kosih presjeka, metoda *plastičnih slojnica* i sl. Za automatizaciju tih metoda potrebni su podaci o reljefu u digitalnom obliku (kao i pri automatskoj izradbi izolinija), što vodi stvaranju digitalnih modela reljefa.

Digitalni model reljefa je digitalni prikaz reljefa Zemljine površine pogodan za kompjutorsku obradu. Osim pravokutnih koordinata y, x, z (zadanih direktno ili indirektno) određenog broja izabranih točaka, on uključuje i pripadne kompjutorske programe. Tim programima dobivaju se, među ostalim, i svi potrebni podaci za automatski grafički prikaz.

N. Frančula

PRAKTIČNA KARTOGRAFIJA

Izradba karata. Karte se izrađuju složenim postupcima, u kojima se više različitih operacija mora uskladiti u jednu cjelinu. Iako je proces izradbe svake karte specifičan, ipak ima dosta sličnosti i podudarnosti u tim procesima. Procesi se mijenjaju ne samo prema vrsti karata nego i prema materijalu i tehničkoj opremi kojima se raspolaže.

U procesu izradbe karte postoje osnovne etape: pripremni radovi, izradba montažnog originala, izradba kartografskog originala, izradba izdavačkih originala, izradba reprodukcijskih originala, tiskanje (umnožavanje) karte.

U pripremnim radovima razmatra se: naziv i namjena karte, matematička osnova (izbor najpovoljnijeg Zemljinog elipsoida, izbor početnog meridijana, izbor projekcije s njenim deformacijama, mjerilo, tj. umanjenje), podjela na listove i konstruktivna i kartometrijska točnost, područje kartiranja, sadržaj karte, prikupljanje, podjela i izbor izvornih podataka (kartografskog materijala) za izradbu karte i način prikazivanja elemenata sadržaja karte (kartografski znakovi, vrste slova, izbor boja), principi uopćenja i geografske karakteristike područja kartiranja.

Izbor najpovoljnijih dimenzija Zemljinog elipsoida i početnog meridijana redovno se obavlja u toku izvođenja osnovnih geodetskih radova.

Izbor projekcije, mjerila (umanjenja) i veličine listova rješava se istovremeno, jer su oni tijesno međusobno povezani.

U izboru projekcije posebno se pazi na vrstu projekcije s obzirom na njena svojstva preslikavanja i na namjenu karte. Ako je riječ o nekoj statističkoj karti gdje se treba sačuvati konstantan odnos površina na elipsoidu i karti, izabire se neka ekvivalentna projekcija.

Mjerilo (umanjenje) je jedan od najvažnijih faktora u izradbi karte, jer utječe na točnost, potpunost i sadržaj karte. Pri izboru mjerila treba paziti na mjerila već postojećih karata sličnih namjena, da bi se iskoristila iskustva s obzirom na izbor kartografskih znakova, slova, boja i ostalih tehničkih rješenja pogodnih za određeno mjerilo.

Najvažniji dio u pripremnim radovima jest izradba redaktorskih uputa i tehnološkog plana.

Redaktorske upute su sastavni dio redakcijskog plana u kojem je navedeno sve ono što je pripremnim radovima razmatrano i zaključeno.

Tehnološki plan određuje način rada u pojedinim etapama od sastavljanja do umnožavanja karte, a u prvom redu obuhvaća uputu i norme za izvršenje slijedećih radova: dobivanje plavih otisaka, fotografiranje originala, način odvajanja boja, izradbu matrica za tiskanje karte, izradbu posebnih otisaka i sustav korektura, te umnožavanje (tiskanje) karte.

Izvorni podaci (kartografski materijal) su svi izvorni materijali koji služe za sastavljanje karte. Razlikuju se: računski kartografski materijal, grafički i opisni.

U računske kartografske izvore (materijale) ubrajaju se katalozi i spiskovi koordinata geodetskih točaka i stabiliziranih visinskih točaka — repera.

U grafičke kartografske izvore spadaju sve vrste karata, aerofotogrametrijski i drugi fotografski snimci, skice itd.

U opisne kartografske izvore spadaju raznovrsna geografska literatura, statistički podaci, raznovrsne znanstveno-tehničke publikacije itd.

Sav pogodan materijal, koji dolazi u obzir pri sastavljanju karte, prema svojem značenju može biti osnovni, dopunski i pomoćni.

Montažni materijal uzima se kad je kartografski grafički materijal raznolik (po mjerilu, projekciji, sadržaju), pa iziskuje posebne pripreme da bi mogao poslužiti za izradbu kartografskog originala.

Kartografski original je rukom izrađen uzorak buduće karte s potpunim sadržajem, sa svim elementima sadržaja karte, osim naziva koji je predviđen redakcijskim planom. Nazivi su dani na posebnom, obično providnom plastičnom listu, sposobnom za dalju upotrebu.

Nekada se može mimoići izradba kartografskog originala. To je u prvom redu onda kada je riječ o izradbi karata krupnih mjerila, koje za osnovni grafički kartografski materijal imaju terenski original u istom ili nešto krupnijem mjerilu.

Isto tako može se izbjeći izradba kartografskog originala ako je sadržaj karte takav da je s montažnog originala moguća izradba izdavačkih originala.

Kartografski original izrađuje se slijedećim redom: *a*) prema izračunatim pravokutnim koordinatama presjeka meridijana i paralela u izabranoj projekciji i u izabranom mjerilu nanosi se kartografska mreža i okvir svakog pojedinog lista karte. Te točke i geodetske točke koje služe za povezivanje detalja nanose se preciznim pravokutnim koordinatografom; *b*) dovodi se osnovni kartografski materijal u mjerilo kartografskog originala; *c*) sastavlja se (montira) kartografski original na pripremljenu podlogu, pa se tako dobiva montažni original; *d*) iscrtava se sadržaj kartografskog originala u predviđenim bojama prema utvrđenom redakcijskom planu. To je najodgovorniji dio posla u sastavljanju i oblikovanju karte. Iscrtavanje ne mora biti na zavidnoj tehničkoj visini. Uopćenje i primjena kartografskih znakova iziskuju puno poznavanje postavljenog zadatka. Izradba kartografskog materijala završava se pregledom redaktora.

Mjerilo kartografskog originala može biti isto kao i ono u kojem će se karta tiskati. To je najbolje rješenje, pogotovo ako se primjenjuje graviranje umjesto crtanja. Kad se primjenjuje crtanje na plavim otiscima, onda se preporučuje da mjerilo crtanja kartografskog originala bude krupnije za 25% od mjerila karte.

Dovođenje osnovnog kartografskog materijala u mjerilo kartografskog (ili izdavačkog) originala može biti na više načina, od kojih su najpoznatiji fotomehanički, pantografski, precrtavački, uz pomoć različitih pomoćnih mreža i geometrijskih konstrukcija.

Fotomehanički način prenošenja sadržaja s kartografskih izvora (kartografskog osnovnog materijala) na montažni original jest najtočniji i najekonomičniji.

Taj način pretpostavlja i traži sličnost likova na kartografskom materijalu i montažnom originalu, odnosno srodnost njihovih kartografskih projekcija.

S obzirom na svojstva kartografskog materijala i tehničku opremu kojom se raspolaže, fotomehanički način može se izvršiti primjenom nekoliko varijanata, i to uvijek pripremanjem osnovnog kartografskog materijala za fotografiranje, fotografiranjem materijala i izradbom plavih otisaka.

Pripremanje kartografskog materijala za fotografiranje sastoji se iz niza operacija kojima je cilj da se na montažnom originalu dobiju svi elementi i objekti vezani za sadržaj buduće karte. Obično se pojačavaju sve linije koje zbog svojih dimenzija ili boje (plava, ljubičasta, siva) ne bi se pokazale dovoljno jasno na dobivenom snimku. Istodobno se pokrivaju bijelom bojom svi nepotrebni detalji da se ne pojave u daljem radu.

Fotografiranje materijala obavlja se reprodukcijskim fotografskim aparatom u mjerilu koje treba da ima original karte, odnosno u mjerilu kartografskog (montažnog) originala, prema čijim se dimenzijama daju fotografu što točnije duljine na astralonskoj traci. Prislanjanjem trake uz mutno staklo komore kontroliraju se dimenzije slike. Fotografski reprodukcijski aparati novijih konstrukcija imaju na tamnijoj strani mutnog stakla ugraviranu milimetarsku podjelu, koja znatno ubrzava postupak oko dovođenja snimka na određene dimenzije.

Fotografiranjem se dobiva negativ od kojeg se izrađuje plavi otisak ili svijetloplavi snimak (pozitiv) snimljenog sadržaja.

Plavi otisak je dobio naziv po jednom od načina kako se izrađuje. To je onda kada se negativ kopira na metalnu ploču s koje se vade otisci na tiskarskom stroju, obično na ručnoj preši. U novije vrijeme negativ se kopira neposredno na podlogu kartografskog originala, na nalijepljeni papir na metalnoj ploči, ili na prozirni plastični list, koji je prevučen posebnim slojem osjetljivim na svjetlo da bi se dobio svijetloplavi snimak.

Pantografiranje se primjenjuje kad postoji velika razlika između mjerila osnovnog grafičkog kartografskog materijala i kartografskog originala (odnos veći od 1:3), i kad su srodne kartografske projekcije osnovnog grafičkog kartografskog materijala i kartografskog originala. Obavlja se mehaničkim ili optičkim pantografom. Prilikom pantografiranja obavlja se kartografsko uopćenje, i to u prvom redu izbor sadržaja buduće karte.

Precrtavanjem se prenosi sadržaj s osnovnog grafičkog kartografskog materijala na podlogu kartografskog originala kad nije na raspolaganju tehnička oprema (reprodukcijski fotografski aparat i pantograf).

Taj se način primjenjuje i onda kada se kartografski original sastavlja od kartografskih materijala različite točnosti i različitih projekcija. Suština prenošenja sadržaja sastoji se u tome da se kartografski grafički materijal i podloge kartografskog originala dijele na jednak broj malih geometrijskih likova (kvadrata, pravokutnika), pa se u okvire likova kartografskog originala unosi sadržaj iz odgovarajućih likova na kartografskom materijalu.

Iscrtavanje plavih otisaka, ako su izrađeni od topografskih terenskih originala, ima obično slijedeći redoslijed: označuju se točke koje će biti kotirane; mjesto točke označuje se tušem, a nadmorske se visine ispisuju olovkom; iscrtava se plavim tušem hidrografija; postavljaju se, uopćavaju i iscrtavaju naseljena mjesta bez naziva; obrađuju se i iscrtavaju sve vrste komunikacija; obrađuje se i iscrtava visinski prikaz terena (slojnice) i kulture; postavljaju se nazivi i nadmorske visine (danas se rijetko ispisuju) lijepljenjem pripremljenih naziva na određena mjesta na posebnom listu plavog otiska.

Danas se sve više susreće izraz *sastavljački original*, što ima svoje opravdanje, pogotovo ako se ne izrađuje jedinstven prikaz svih elemenata sadržaja karte, osim naziva, na jednom listu.

Izdavački original sadrži iscrtane, danas obično izgravirane, sve elemente sadržaja karte koji će biti tiskani u jednoj boji. Dakle, jednom sastavljačkom, montažnom ili kartografskom originalu odgovara onoliko izdavačkih originala koliko će boja biti na karti. Izradbom izdavačkih originala, koji se mogu izvršiti na više načina, završen je proces sastavljanja i oblikovanja karte.

Od izdavačkih originala izrađuju se *reprodukcijski originali* ili *tiskarske forme*, što se opet može izvršiti na nekoliko načina. Najobičniji je put da se s izdavačkih originala fotografiranjem prenese sadržaj karte na reprodukcijske originale, tako da se opet dobiva prava slika (pozitiv) sadržaja. Reprodukcijski originali obično su na tankim metalnim pločama, ofsetnim pločama, s posebno obrađenom površinom na kojoj je sadržaj karte. Ta površina u procesu prolaza kroz tiskarski stroj prima masnu tiskarsku boju samo na onim mjestima gdje se nalaze grafički elementi. Prazna mjesta, dok su u vlažnom stanju, odbijaju boju. Reprodukcijski originali (tiskarske forme) omogućuju umnožavanje (tiskanje) karte.

Umnožavanje (tiskanje) karata obavlja se u ofsetnim prešama (engl. offset, ravni tisak) i ofsetnim tiskarskim strojevima.

Proces tiskanja može se ubrzati primjenom višebojnih ofsetnih strojeva, koji pri jednom prolasku papira kroz stroj tiskaju dvije, četiri ili šest boja.

TEMATSKA KARTOGRAFIJA

Tematske karte su nazvane po tome što svaka od njih prikazuje svoju tematiku, tj. sadržaj koji može biti predmet opisa i proučavanja zasebnih tema.

Tematske karte prikazuju na općoj geografskoj osnovi stanja, pojave i činjenice koje se ne prikazuju na općim geografskim kartama. Geografsku osnovu tematskih karata čine elementi topografske karte, koji geografski i prostorno određuju tematski sadržaj. Glavni sadržaj tematskih karata prikazuje se istaknuto, u prvom planu, dok se opći geografski sadržaj namjenski i planski prikazuje skromnije. Elementi topografske karte često imaju istu ulogu kao i tematski sadržaj; tako, npr. hidrografija i orografija na zrakoplovnim kartama imaju isto značenje u zračnom prometu kao i tematski sadržaj te karte.

Bitna je razlika između općih i tematskih geografskih karata u tome što na tematskim kartama mogu biti prikazane raznovrsne prirodne i društvene pojave koje nisu vidljive, ali su znanstveno dokazane i promatranjima utvrđene.

Prema sadržaju tematske karte se svrstavaju u tri grupe: fizičkogeografske karte, socijalno-ekonomske i tehničke.

U grupu *fizičkogeografskih* karata pripadaju: opće fizičkogeografske karte, geološke karte (stratigrafske, tektonske, litološke, hidrogeološke, petrografske, karte korisnih metala itd.), geofizičke karte (seizmološke, Zemljinog magnetizma, gravimetrijske, vulkanske itd.), karte atmosferskih pojava (meteorološke, klimatske itd.), karte zemljišnih oblika (geomorfološke, hipsometrijske), hidrološke karte (oceana i mora, rijeka i jezera), pedološke karte te biogeografske karte (botaničke, zoogeografske).

U grupu *socijalno-ekonomskih karata* pripadaju: etnografske karte (nacionalnog, starosnog, profesionalnog i spolnog sastava, rasa, nataliteta, mortaliteta, migracija itd.), karte naseljenosti (raspored i gustoća naselja i stanovnika), privredne karte (industrijske, poljoprivredne, šumarske, transportne, sredstava veze, trgovinske, ekonomske i dr.), karte kulturne djelatnosti, političkoadministrativne karte, historijske karte, prometne karte (auto-karte, željezničke, zračnog, pomorskog i riječnog prometa, turističke karte).

U grupu *tehničkih karata* pripadaju: karte različitih tehničkih istraživanja i projekata, karte i planovi za potrebe katastra i statističkih ustanova, pomorske i zrakoplovne karte, vojne (artiljerijske, tenkovske, tvrđavske itd.).

Ovim su obuhvaćene samo glavnije tematske karte, prema znanstvenim područjima kojima pripadaju.

Specijalne karte. Opće geografske i tematske karte mogu se javljati i kao specijalne karte. Specijalne su one na kojima je jedan (rjeđe dva) od elemenata sadržaja općih geografskih ili tematskih karata posebno obrađen i naglašeno prikazan.

Karakteristični primjeri specijalnih karata jesu: pomorske (oceanografske i nautičke) karte, turističke karte (na kojima su pored općeg geografskog sadržaja posebno istaknuto prikazane pojave, klima i objekti važni za turizam), orografske karte (na kojima su prikazana brda i doline) i hipsometrijske karte (na kojima su prikazani zemljišni oblici slojnicama i visinskom skalom u bojama).

Prema karakteru sadržaja tematske i specijalne karte mogu biti analitičke, sintetičke i kompleksne.

Analitičke karte prikazuju opažana ili mjerena stanja nekih pojava bez prethodne obrade. To su npr. karte temperatura zraka, na kojima su registrirane temperature određenog dana, mjeseca ili godine.

Sintetičke karte prikazuju pojave koje čine jednu cjelinu uzimajući u obzir više činilaca. Kao primjer za ovu vrstu karata mogu poslužiti karte srednjih temperatura za određeno vremensko razdoblje.

Kompleksne karte prikazuju dvije ili više različitih, ali tematski povezanih pojava i njihovu međusobnu povezanost. To su, npr., klimatske karte, na kojima je prikazan jedan element, klima, a koji je ovisan o više činilaca (temperaturi, padavini, vjetru, broju sunčanih dana u godini, vegetaciji).

Karte izobata prikazuju podvodne zemljišne oblike pomoću izobata i podvodnih (negativnih) kota.

Načini prikazivanja sadržaja tematskih karata

U prikazu glavnog tematskog sadržaja služe različiti načini kartografskog prikazivanja primjenom, kao i u sastavljanju općih geografskih karata, poznatih izražajnih sredstava (točkama, linijama, površinskim oznakama, geometrijskim oznakama, simbolima, bojama).

Nijedan način kartografskog prikazivanja nije ograničen na primjenu samo jednog izražajnog sredstva, ali je ipak svaki predodređen za ograničeni broj izražajnih sredstava.

Određene pojave i stanja prikazuju se svojim kvalitativnim ili kvantitativnim, ili istovremeno i jednim i drugim karakteristikama, pa se razlikuju ovi načini kartografskog prikazivanja: kvalitativni, gdje dolaze do izražaja način kvalitativnog rajoniranja i način odvojenih površina (areala); kvantitativni, gdje dominiraju način izolinija, način točaka i način kartograma; univerzalni, gdje se susreću način linije koje označuju kretanje, način slikovnih uvjetnih znakova, način kartodijagrama i način vektora.

Način kvalitativnog rajoniranja primjenjuje se za prikaz kvalitativnih karakteristika pojava koje se prostiru po cijelom području kartiranja. Taj se način upotrebljava u oblikovanju klimatskih, ekonomskih, pedoloških, geoloških i sličnih karata.

Kao sredstva kartografskog prikazivanja služe linije, jer svako rajoniranje počiva na određivanju granica rajona s različitim kvalitativnim karakteristikama: boje i različiti površinski znaci.

Način odvojenih površina razlikuje se od načina kvalitativnog rajoniranja u tome što se ovim načinom ne rajonira cijelo područje kartiranja, nego se izdvajaju površine koje se kvalitativno razlikuju od ostalih dijelova područja kartiranja.

Ponekad se taj način može primijeniti i za izdvajanje pojava i stanja koji se kvantitativno razlikuju. Taj je način pogodan za prikaz šumskih, poljoprivrednih i sličnih površina.

Kao izražajna sredstva kartografskog prikazivanja služe linije, boje, prosti geometrijski znakovi, brojčano-slovni (alfanumerički) i simbolični znakovi.

Način izolinija primjenjuje se za prikazivanje kvantitativnih karakteristika nekih stanja i pojava koje se neprekidno rasprostiru po cijelom području kartiranja. Izolinije spajaju točke istih kvantitativnih iznosa ili intenziteta nekog stanja ili pojave. Način izolinija je vrlo pogodan za prikazivanje fizičkogeografskih stanja na tematskim kartama (hipsometrijskim, klimatskim i drugim).

S obzirom na ono što prikazuju, postoje brojne različite izolinije od kojih su najglavnije: izobare (linije jednakih atmosferskih tlakova), izobate (linije jednakih dubina), izobite (linije jednakih slijeganja zemljišta), izogeoterme (linije ili plohe istih temperatura u unutrašnjosti Zemlje), izogone (linije jednakih magnetskih deklinacija), izodiname (linije jednake jačine Zemljinog magnetizma), izokline (linije jednakih magnetskih inklinacija), izokrime (linije istih temperatura u toku najhladnijih dana), izonafe (linije jednake oblačnosti), izoplete (linije jednake raspodjele ili iznosa nekog elementa), izorahije (linije na pomorskim kartama koje spajaju mjesta na kojima je u isto vrijeme plima), izoseiste (linije na geološkim kartama koje spajaju mjesta pogođena jednakom jakošću potresa), izotere (linije koje spajaju mjesta na površini Zemlje koja imaju istu srednju ljetnu temperaturu), izoterme (linije jednakih temperatura), izohigre (linije jednake vlažnosti), izohijete (linije koje spajaju mjesta u kojima pada godišnje podjednaka količina kiše), izohimene (linije koje spajaju mjesta s istom srednjom zimskom temperaturom), slojnice, izohipse ili horizontale (linije koje spajaju točke istih nadmorskih visina) itd.

Način točaka primjenjuje se za prikazivanje apsolutnih kvantitativnih karakteristika razasutih pojava i stanja. Raspored točaka na karti mora pokazati stvarni raspored, gustoću i rasprostiranje dane pojave. Pogodan izbor veličine točaka i vrijednost (količinski iznos) pojedine točke primarni je zadatak u primjeni ovog načina. Uobičajena je upotreba točaka iste veličine i boje (iste vrijednosti), iste boje a različite veličine (nejednake vrijednosti), višebojne jednakih veličina (ista vrijednost točke za različite objekte). Koja će se mogućnost upotrijebiti u prikazivanju, ovisi o tematskom sadržaju. Gustoća točaka određuje intenzitet pojave, a broj točaka pomnožen sa vrijednošću koju predstavlja jedna točka daje kvantitativne podatke nekog stanja. Način točaka odlikuje se očiglednošću i mjerljivošću, a nedostatak mu je mala mogućnost kombiniranja sa drugim načinima i što, uz ostali sadržaj karte, nepovoljno utječe na preglednost karte. Zbog svojih svojstava najviše je pogodan za ekonomske karte.

Način kartograma primjenjuje se za prikazivanje prosječnih veličina neke pojave ili stanja koji se rasprostiru na cijelom području kartiranja. Kao sredstvo prikazivanja primjenjuju se granične linije, unutar kojih boje svojom zasićenošću ili crtice svojom gustoćom pokazuju intenzitet pojava. Kartogramima se može prikazati prosječna gustoća naseljenosti izražena brojem stanovnika na 1 km^2, ili postotak površina obradivog zemljišta s obzirom na cjelokupnu površinu. Razlikuje se običan i neprekidan kartogram. Običan kartogram prikazuje samo kvantitativne karakteristike, a neprekidni kartogram pokazuje i kvalitativne karakteristike, zbog čega neprekidni kartogram spada među univerzalne načine kartografskog prikazivanja.

Prednost primjene kartograma, s obzirom na neki brojčani pregled danih prosječnih veličina nekog stanja ili pojave jest preglednost i mogućnost njihove usporedbe.

Način linijskih znakova i linija koje označuju kretanje može biti primijenjen na tematskim kartama dvojako: *a*) pokazivanje osnovnog pravca protezanja nekih objekata i pojava u vezi s njima; tako na karti plime i oseke mogu biti prikazane posebnim linijama visoke i niske vode; primijenjeni linijski znaci za takve i slične slučajeve mogu se razlikovati po crtežu, debljini i boji; *b*) za pokazivanje pravaca kretanja nekih pojava, kao npr. morskih struja, vjetrova i sl.

Kvalitativne karakteristike prikazuju se bojama, znakovima, slovima i brojevima. Kvantitativne karakteristike prikazuju se širinom linije, odnosno trake, koja karakterizira pravac kretanja. Taj način kartografskog prikazivanja najčešće se susreće na kartama željezničkog ili gradskog prometa, na kojima širine linijskog znaka stoje u nekom odnosu s količinom prevezenog tereta, odnosno putnika.

Način slikovnih znakova primjenjuje se za prikazivanje objekata i stanja pomoću siluete ili crteža prirodnog izgleda tih objekata i stanja. Tako na privrednoj karti automobilska industrija prikazuje se siluetom automobila, industrija traktora siluetom traktora i sl.

Taj način kartografskog prikazivanja posebno je pogodan za široki spektar tematskih karata, pa postoje čitavi sustavi simbola i slikovnih znakova, koji se znatno razlikuju od kartografskih znakova na općim geografskim kartama.

Način kartodijagrama primjenjuje različite dijagrame za prikazivanje apsolutnih veličina nekog objekta ili pojave unutar određenih jedinica neke teritorijalne podjele.

Raspoređeni na karti, dijagrami svojim različitim veličinama, koje su proporcionalne stvarnim veličinama nekog objekta ili stanja, preglednije pokazuju njihove stvarne veličine nego što to mogu pružiti statistički podaci.

Najpogodniji su dijagrami u obliku geometrijskih likova i tijela (pravokutnik, krug, kvadrat, kocka).

Taj je način pogodan i za prikazivanje kvalitativnih karakteristika s obzirom na sastav nekih stanja ili pojava, i to strukturnim kartodijagramima koji se dobivaju dijeljenjem dijagramnih znakova. Naročito su pogodni strukturni kružni dijagrami, u kojima su kružni sektori proporcionalni sastavnim dijelovima stanja ili pojave.

Način vektora primjenjuje se za prikazivanje kretanja neke mase na većem području ili cijelom području kartiranja (strujanje morskih ili zračnih masa). Taj način spada u univerzalne, jer se pored kvantitativnih mogu prikazati i kvalitativne karakteristike. Kvantitativne karakteristike kretanja prikazuju se dužinom linija i strelicom na jednom od krajeva linije. Dopunske, kvalitativne karakteristike mogu biti izražene bojama. Taj je način pogodan za prikazivanje kretanja masa u trodimenzionalnom prostoru, što je posebno važno u prikazivanju dinamičkih kretanja u atmosferi i hidrosferi. Protrebno je napomenuti da se broj tematskih karata povećava iz dana u dan. Stoga tematska kartografija postaje sve važnija u kartografiji kao znanstvenoj disciplini i kartografskoj djelatnosti.

METAKARTOGRAFIJA

Metakartografija je potpuno novo područje kartografije koje će bitno utjecati na shvaćanja o predmetu proučavanja kartografije i o vrstama i načinima kartografskog prikazivanja. Tako se, kad je riječ o kartografiji kao znanstvenoj disciplini, proširuje zadatak kartografije, pa se općenito kaže da kartografija kao znanstvena disciplina proučava i prikazuje stvarni uzajamni razmještaj materijalnih predmeta i pojava, prirodnih i društvenih, i promjene tog poretka u toku vremena. Prikazujući sadržaj konkretnog prostora i njegove promjene u nekom vremenu, kartografija razmatra i kartografski prikazuje strukturu prostora i zakonomjernosti složenih prostornih sustava koji povezuju predmete i pojave u prostoru.

Kartografija posjeduje poseban način, kartografski način prikazivanja, koji sačinjavaju posebni kartografski načini uspoređivanja, analize i sinteze, apstrahiranja i uopćenja.

Kartografija ima svoj specifični jezik, koji se naziva jezik karte, pomoću kojeg se ostvaruju kartografski oblici i znakovi koji sudjeluju u procesu kartografskog prikazivanja.

Kartografski način prikazivanja i jezik karte povezuju kartografiju s dijalektičkom logikom, semiologijom, teorijom informacija i kibernetikom.

Kartografija ima svoju opću teoriju koja, osim što povezuje pojedine njezine dijelove, određuje kartografiji ujedno mjesto među ostalim znanstvenim disciplinama. Suština kartografije ogleda se u njenom glavnom proizvodu, u brojnim vrstama karata, u njenoj sveukupnoj i bogatoj stručnoj i znanstvenoj literaturi, i u njenoj praktičnoj djelatnosti.

B. Borčić

LIT.: *B. Borčić,* Matematička kartografija. Tehnička knjiga, Zagreb 1955. — *A. Robinson,* Elements of cartography. John Wiley & Sons Inc., New York 1960. — *L. Bagrow, R. A. Skelton,* Meister der Kartographie. Safari-Verlag, Berlin 1963. — *E. Arnberger,* Handbuch der thematischen Kartographie. Deuticke Verlag, Wien 1966. — *E. Imhof,* Gelände und Karte, Eugen Rentsch Verlag, Erlenbach-Zürich 1968. — *R. Cuenin,* Cartographie générale. Éditions Eyrolles, Paris 1973. — *P. Štefanović,* Automated cartography. ITC, Enschede 1973. — *M. Peterca, N. Radošević, S. Milisavljević, F. Racetin,* Kartografija. Vojnogeografski institut, Beograd 1974. — *F. Töpfer,* Kartographische Generalisierung. VEB Hermann Haack. Gotha-Leipzig 1974. — *B. Borčić,* Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona. Liber, Zagreb 1976. — *G. Hake,* Kartographie I, II. Walter de Gruyter, Berlin-New York 1976. — *К. А. Салищев,* Картоведение. Издателъство Московского университета, Москва 1976. — *B. Borčić, I. Kreiziger, P. Lovrić, N. Frančula,* Višejezični kartografski rječnik. Geodetski fakultet, Zagreb 1977.

B. Borčić N. Frančula

KATALIZA, skup pojava pokretanja kemijskih reakcija, mijenjanja njihovih brzina i njihova usmjeravanja na određeni put djelovanjem tvari, zvanih katalizatorima, nepotrebnih za formulaciju ukupnih kemijskih pretvorbi koje su rezultati tih procesa.

Ta se pojava objašnjava postojanjem međureakcija, tj. time što reakcije često ne teku prividnim direktnim putovima prikazanim stehiometrijskim bruto-jednadžbama njihovih rezultata (kemijskih pretvorbi), nego nizom koraka (stadija), koji zbrojeni daju te bruto-jednadžbe, pa katalizatori u nekom stadiju sudjeluju u tvorbi labilnih međuprodukata, a ti u daljim stadijima reagiraju do tvorbe konačnih produkata i regeneracije katalizatora.

Tokom razvoja stvorene su različite definicije katalizatora i katalize. Prve, prema kojima su katalizatori supstancije sa sposobnošću mijenjanja brzina reakcija, ali ne i termodinamičkih obilježja njihovih ravnoteža, dali su već D. P. Konovalev (1884) i Wi. Ostwald (1888. i 1895). Kasnije (1902) je Ostwald dao još jednu definiciju, prema kojoj je katalizator svaka supstancija koja mijenja brzinu reakcije, ali sama zaostaje nepromijenjena na kraju tog procesa.

U daljem se istraživanju katalitičkih procesa ta definicija pokazala preuskom. Otkriveni su katalitički procesi u kojima se katalizatori, doduše ne u stehiometrijskim omjerima s reaktantima i produktima, ipak zamjetljivo mijenjaju u kemijskom pogledu. Također su otkrivene biokemijske reakcije koje uopće ne mogu teći bez katalizatora i usmjeravanje reakcija (*selektivnim*) *katalizatorima* na željeni put (*selektivna kataliza*).

Na temelju tih otkrića najprije je G. Bredig (1909) proširio definiciju katalize time što je među katalizatore ubrojio i tvari koje se, mijenjajući brzine reakcija, i same promijene, ali ne toliko da bi njihove promjene bile u stehiometrijskim omjerima s kemijski izmijenjenim količinama sudionika reakcije.

Čak i u toj definiciji izražena je težnja da se između katalizatora i reaktanata postave čvrste granice. Međutim, ni iz jedne od tih definicija nije proizlazilo da katalizatori ne sudjeluju u kemijskim reakcijama za vrijeme njihova toka, već samo da su, ako se to već događa, oni i reaktanti i produkti. Korak dalje u opisivanju uloge katalizatora u katalitičkim procesima učinio je E. Abel (1913) tvrdnjom da katalitičko