gdje je $\bar{A}$ matrica uz poremećajnu varijablu $\hat{x}$ u jednadžbi stanja, I je jedinična matrica, a λ su korijeni karakteristične jednadžbe.

Letjelica je stabilna ako su u izrazu (110) negativni svi realni korijeni λ_i i svi realni dijelovi kompleksnih korijena. Neutralno kritično stanje nastaje ako se samo jedan realni korijen svede na nulu, ili ako se samo jedan realni dio kompleksnog korijena svede na nulu, a svi ostali su negativni. Neko je zadano stanje ravnoteže ili stanje ustaljenog gibanja stabilno ako utjecaj ili odziv, zbog nametnutog poremećajnog impulsa ili opterećenja koje djeluje u konačnom intervalu vremena, postaje definitivno zanemariv. Stoga je stabilnost svojstvo ustaljenog gibanja nakon što prestanu djelovati poremećajna opterećenja. Pri tom se mora imati u vidu i to da je stabilnost pojam vezan ili uvjetovan konačnim posljedicama nastalim djelovanjem malog i kratkotrajnog poremećaja na tijelo u gibanju. To, međutim, vrijedi za letjelicu bez uređaja za upravljanje i stabilizaciju. Ako se letjelica promatra zajedno s uređajima autopilota, onda se govori o *sintetičkoj stabilnosti*.

Mehanika leta daje samo potrebne podatke i modele ponašanja letjelice, da bi se ona s uređajima i pilotom, dakle kao cjelina, mogla tretirati na sintetički način metodama teorije sustava i automatskog upravljanja, odnosno stabilizacije.

LIT.: *W. J. Duncan*, Control and stability of aircraft. University Press, Cambridge 1952. — *С. А. Горбатенко*, Механика нолета. Машинос роение, Москва 1969. — *M. Momirski*, Raketodinamika i konstrukcija vođenih projektila. Tehnički školski centar JNA, Zagreb 1971. — *E. Roberson*, Lectures on rotational dynamics of orbiting gyrostats. International Centre for Mechanical Sciences Udine, Dubrovnik 1971. — *M. Nenadović*, Stabilnost i upravljivost letelica. Mašinski fakultet Univerziteta Beograd, Beograd 1972. — *M. Momirski*, Opšte jednačine kretanja rakete s jednim parametrom promenjive geometrije. Radovi Tehničke vojne akademije br. 9, Zagreb 1976. — *M. Vukobratović*, Dinamika robota. Institut Mihailo Pupin, Beograd 1977. — *А. М. Мхитарян*, Динамика полета. Машиностроение, Москва 1978.

M. Momirski

MEHANIKA TLA, grana mehanike koja proučava ponašanje diskontinuiranog materijala, sastavljenog od dijelova raspadnutih stijena (u slučajnom rasporedu koji se među sobom dodiruju, ali nisu vezani), od vode i plinova između tih dijelova, pri djelovanju sila na obodu ili unutar toga materijala. Primjenjuje se za određivanje granične otpornosti i deformacije tla opterećenog temeljima građevina, sila što djeluju na potporne konstrukcije, te graničnog i stabilnog nagiba prirodnih kosina, kosina nasipa i brana.

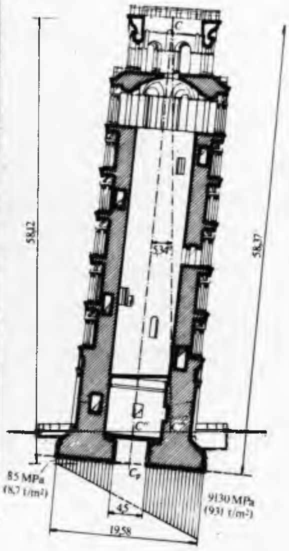
Graditelji starih epoha rješavali su zadatke koje je nametalo tlo kao prirodna podloga. Njihove metode vrednovanja tla i povratne veze između građevine i tla danas nisu poznate, ali ostaci građevina govore da se tražilo pogodno tlo. Vjerojatno je da su tradicija ceha i osobno iskustvo bili osnova. Stari spomenici koji još traju svjedoče o mnogim uspjelim rješenjima. Ima i nekoliko primjera neuspjeha (Pisa, 1180, sl. 1 i 2), ali je većina neuspjeha, jer su građevine propale zbog slabih temelja, nestala u zaboravu prošlosti.

Racionalna mehanika tla počinje 1773. god. kad je Ch. A. Coulomb (1736—1809), francuski vojni inženjer, objavio Esej o primjeni teorije maksimuma i minimuma na neke probleme u arhitekturi. U tom je radu riješen problem aktivnog tlaka i pasivnog otpora. Istodobno je eksperimentirao s uzorcima tla i postavio zakon otpornosti tla na smicanje, koji je i danas jedan od osnovnih zakona mehanike tla. W. J. Rankine (1820—1872) analitički je riješio problem graničnih stanja ravnoteže mase bez kohezije u neizmjernom poluprostoru pri vodoravnom rastezanju ili zbijanju i odredio orijentaciju ploha sloma (to se naziva aktivno, odnosno pasivno Rankineovo stanje). J. Resal je kasnije (1910) analitički riješio taj zadatak za masu s kohezijom s vodoravnom i nagnutom površinom. K. E. Pettersson i S. Hultin prvi su analizirali (1916) stabilnost terenskog skoka s pretpostavljenom kružnom plohom sloma, što je dalje razradio W. Fellenius (1927).

Do prvih desetljeća XX stoljeća prevladavaju u graditeljskoj praksi analitičke analize tlaka na potporne konstrukcije prema veoma jednostavnom fizičkom modelu zrnastog tla i Coulombovu zakonu linearne zavisnosti $\tau_f = c + \sigma_n \tan\varphi$. Smatralo se da su c i φ konstante svake vrste tla. Nije bilo teorije za proračun kritičnog opterećenja tla pod temeljima. To je područje ostalo u empirijskoj procjeni dopuštenog opterećenja na temelju prijašnjeg iskustva s veoma ograničenim podacima o svojstvima nevezanih i vezanih vrsta tla.

Teorijsku osnovu za proračun deformacija opterećenog prostora postavio je 1865. J. Boussinesq analitičkim rješenjem raspodjele naprezanja unutar elastičnoga, homogenoga, izotropnoga poluprostora opterećenog koncentriranom silom na površini. Iako je taj fizički model neprikladan za tlo koje nije ni elastično ni homogeno, a većinom ni izotropno, primjena je tog rješenja bila ograničena još i činjenicom da dugo nije postojala metoda ispitivanja kojom bi se mogli ustanoviti *elastični parametri* tla. Kao palijativ služilo je probno opterećenje tla, koje iz mnogo razloga ne može biti model za prototip opterećenja građevinom. Tek su eksperimentalni i teorijski radovi K. Terzaghija dvadesetih godina našeg stoljeća dali nove fizičke konkretne osnove za pouzdaniju spoznaju o ponašanju tla pod građevinama i tla kao građevnog materijala.

Sl. 1. Kosi toranj u Pisi — posljedica pogrešne procjene svojstava tla



Sl. 2. Presjek kroz kosi toranj u Pisi s dijagramom naprezanja u tlu

U djelu Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage (1925) K. Terzaghi je postavio osnove nove znanstvene grane — *mehanike tla*. To je otvorilo nov put rješavanju složenih zadataka građenja na tlu i u tlu u doba kad je razvitak mehaničkih pomagala omogućivao izvođenje sve većih i složenijih zahvata u tlu. Tako se nova znanstvena grana brzo proširila, a danas je predmet temeljnog obrazovanja svakog graditelja.

Klasična mehanika tla (tako se nazivaju teorijska rješenja iz XIX stoljeća) osniva se na dvije idealizacije realnog tla: *a*) pretpostavlja se da je tlo kruto plastično tijelo kad se razmatra problem sloma, odnosno graničnog opterećenja, *b*) pretpostavlja se da je tlo elastično tijelo kad se razmatra problem deformacija. Ta su dva modela u određenim granicama prikladna za analitičko rješenje više tipičnih zadataka, jer se karakteristike materijala određuju jednostavnim eksperimentima na uzorcima tla u laboratoriju. Baš su ti eksperimenti i teorijska razrada rezultata osnova za napredak mehanike tla. Realno tlo, naime, ne odgovara ni jednome od dva modela, jer je to diskontinuirani nelinearno elastični materijal s malim povratnim deformacijama pri rasterećenju i s viskoznim deformacijama.

Eksperimentalno proučavanje odnosa između naprezanja i deformacija uzoraka tla omogućilo je definiranje veza između stanja tla, promjena naprezanja, deformacija i vremena koje znatno vjernije opisuju njegova svojstva. Rezultati eksperimentalnih radova ne bi međutim imali većeg značenja za inženjersku praksu bez suvremenog razvitka numeričkog računa i elektroničkih računala. Rješenja više nisu ograničena mogućnostima analitičkog računa, pa se mogu primijeniti modeli nelinearno elastičnog materijala s viskoznim elementima koji traže znatno složenije proračune. S tim se postupcima može proučavati ponašanje tla, i to od malih dodatnih opterećenja, kad se ono ponaša približno kao elastično tijelo, pa do opterećenja koja uzrokuju veliki prirast deformacija uz mali prirast naprezanja, kad se ono ponaša približno kao plastično tijelo. Osnovna proturječnost da se u matematičkim modelima diskontinuirani materijal zamjenjuje kontinuumom s pogodnim konstitutivnim vezama nije još prevladana. Ona ima manje posljedice kad se promatra ponašanje sitnozrnatog tla s veoma mnogo vrlo sitnih čestica u jedinici volumena. Kad se proučava materijal krupnih zrna (krupan šljunak, kameni nasipi, stijenske mase) model kontinuuma sve nepotpunije opisuje svojstva i ponašanje materijala što su fragmenti veći. R. J. Marsal (1977) je sa uspjehom uveo stohastičke i statističke metode da bi dobio prikladniji model za diskontinuirani materijal sastavljen od krupnih fragmenata.

Suvremena teorija mehanike tla omogućuje da se i praktični zadaci rješavaju potpunije i pouzdanije nego što je to bilo moguće klasičnim dualističkim pristupom. Detaljnije istraživanje na terenu, složenije ispitivanje uzoraka u laboratoriju i primjena kompleksnih programa za elektronička računala uvjeti su za uspješnija rješenja.

Primjena tih kompleksnih metoda potrebna je za sigurno projektiranje velikih, složenih i osjetljivih građevina. Ostaje otvoreno pitanje do kojeg stupnja treba u praksi primjenjivati produbljenu teoriju na materijal koji je po svom postanku veoma heterogen, puno više nego što se u razumnim granicama može obuhvatiti računskim modelima.

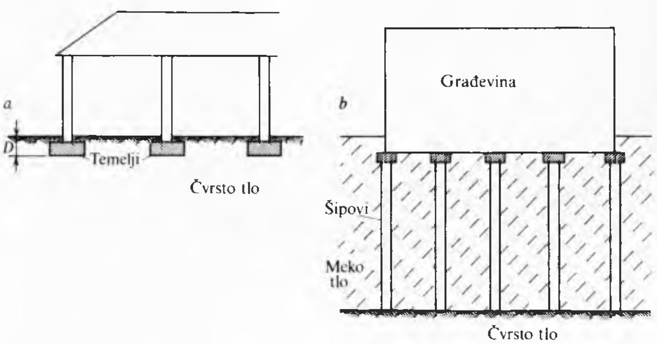
Sigurno je da će se klasična rješenja na dualističkoj koncepciji svojstava materijala još dugo primjenjivati za rješavanje standardnih zadataka.

Zbog toga će se izložiti ta rješenja, a samo će se skicirati nove mogućnosti koje su upravo počele davati rezultate.

Primjena mehanike tla u graditeljstvu veoma je važna. Teret svake građevine prenosi se na tlo preko temelja i uzrokuje u njemu promjene naprezanja i deformacije. One su to veće što je tlo jače stišljivo a njegova čvrstoća manja. Izbor i dimenzije temelja na određenom tlu ovise o ukupnoj vrijednosti sila i o deformacijama koje građevina može podnijeti, a metode i parametre za takve proračune daje mehanika tla. Dvije ekstremne koncepcije temelja vidi se na sl. 3: laganija zgrada na čvrstom tlu (sl. 3a), konstruktivni elementi stoje na pojedinačnim temeljima; teška zgrada na slabom tlu (sl. 3b), konstruktivni elementi stoje na stopama pod kojima su šipovi zabijeni ili izrađeni u tlu do dubljeg, dovoljno čvrstog sloja. Silos za žito u riječkoj luci (sl. 4), težine 60000 tona, trebalo je postaviti na bunare koji bi se oslanjali na čvrstu vapnenačku stijenu. Bunare je trebalo ukopati kroz sloj nasutog kamena i srednje zbijenoga prašinastog pijeska debljine 13 do 27 m. Sloj kamenog nasipa onemogućio je spuštanje bunara do stijene, pa je nakon ponovne provjere svojstava sloja pijeska silos postavljen na ploču. Izračunato je da će slijeganje ploče iznositi 25⋯45 cm, što je uzeto u obzir pri postavljanju potrebnih priključaka (pruga, rampe, toranj s dizalicama). Izračunata su slijeganja premašena za ~ 5 cm, ali silos radi bez poteškoća. Nejednako slijeganje može prouzročiti teškoće kad tlo nije jednolično uslojeno; tako se npr. stambena zgrada u Zagrebu (sl. 5) nagnula, pa su temelji na strani većeg slijeganja naknadno poduhvaćeni da se spriječi dalje naginjanje.

Na mekom tlu velike debljine može se primijeniti kompenzirano ili plutajuće temeljenje. Razina temelja postavi se tako duboko da se težina tla u dovoljnoj mjeri zamijeni znatno lakšim volumenom podrumskih katova (sl. 6).

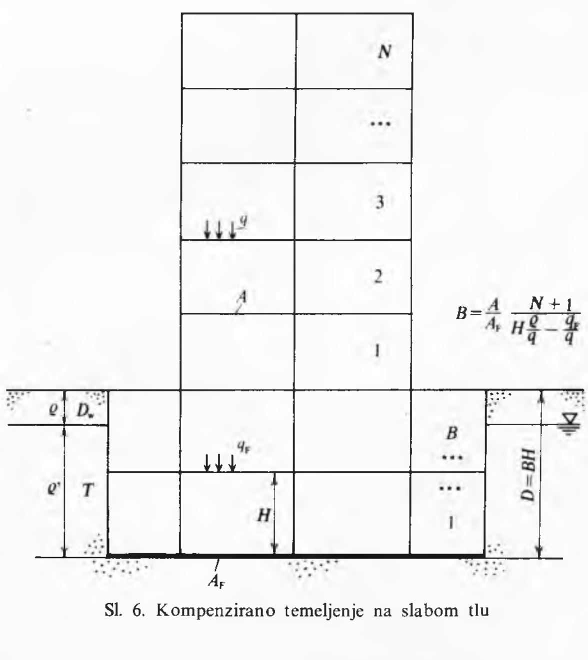
Tlo je veoma često građevni materijal od kojeg su izgrađene velike građevine kao što su nasipi za različite namjene (ceste,



Sl. 3. Primjeri temelja građevina. *a* plitki temelj, čvrsto tlo, lagana građevina, *b* meko tlo, teška građevina

Sl. 4. Silos za žito u riječkoj luci

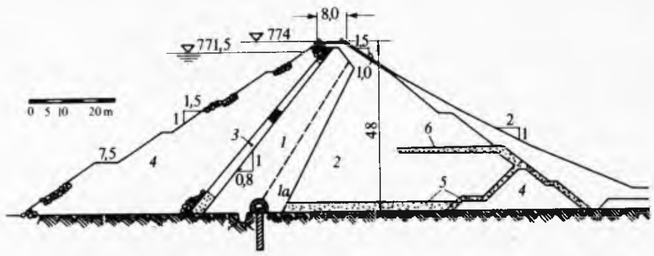
Sl. 5. Nagnuta stambena zgrada u Zagrebu



Sl. 6. Kompenzirano temeljenje na slabom tlu

željeznice, obrana od poplava i sl.) i velike nasute brane za stvaranje umjetnih jezera (opskrba vodom, proizvodnja električne energije, zadržavanje vode za smanjenje opasnosti od poplave i sl.). Brana Lokvarka u Gorskom kotaru (sl. 7 i 8) jedan je od primjera upotrebe tla kao građevnog materijala.

Racionalno projektiranje i sigurnost takvih građevina zahtijeva opsežna proučavanja vrsta i svojstava zemljanog materijala za nasipanje građevine i tla ispod nje. Najpovoljniji raspored materijala u presjeku brane, siguran nagib kosina za sve uvjete pogona (naprezanje nakon dovršenja građenja, uz puno jezero i na brzo pražnjenje jezera, djelovanje potresa), ukupni iznos slijeganja brane i tl na kojemu brana leži od tereta brane i usporene vode u jezeru, neki su od problema koji se rješavaju metodama mehanike tla.



Sl. 7. Poprečni presjek nasute brane Lokvarka. *1* glina, *2, 3, 4* kamen, *5, 6* drenovi

Sl. 8. Nasuta brana Lokvarka za vrijeme gradnje

Sve nagnute površine terena u osjetljivoj su ravnoteži, pa i male promjene prirodnih uvjeta mogu pokrenuti manje ili veće mase. To su prirodne pojave koje su djelovale kroz geološka razdoblja i sudjelovale u oblikovanju današnjih terenskih oblika, a aktivne su i danas. Zato i svaki ljudski zahvat na nagnutom terenu može poremetiti ravnotežu i uzrokovati deformacije i klizanje (te su pojave veoma česte npr. na usjecima novih cesta).

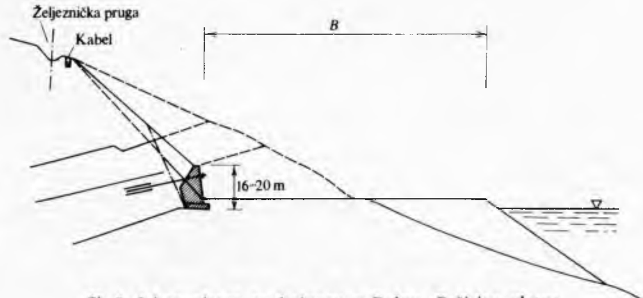
Za plato koksare u Bakru trebalo je izvesti zasjek dubine do 60 m u geološki nepovoljno uslojenom i razlomljenom vapnencu s prostranim zonama djelomično trošnih siltita. Za osiguranje stabilne padine valjalo je izgraditi masivan potporni betonski zid visok do 20 m, usidren u stijenu čeličnim zategama (sl. 9 i 10). Dozvoljena strmina nagiba, potrebna visina i dimenzije zida proizašle su iz proračuna ravnoteže metodama mehanike tla.

Podupiranje strmih ili vertikalnih iskopa u terenu čest je zadatak graditelja. Dimenzije potpornih zidova, zagatnih stijena ili dijafragma proračunavaju se iz graničnog stanja aktivne i pasivne ravnoteže s parametrima čvrstoće tla.

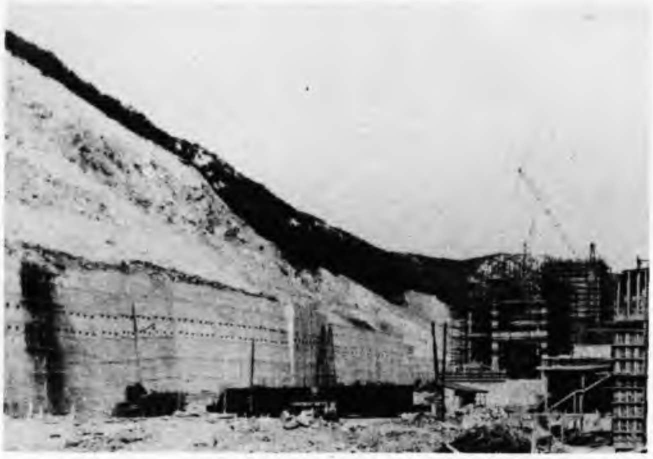
Deformacije tla mogu nastati i bez promjene naprezanja. Promjena volumena tla zbog promjene vlažnosti osobito se pojavljuje u nekim vrstama prekonsolidirane gline. Pri smanjenom naprezanju (npr. ispod dubokih iskopa, u potkopima i sl.) tlo može primiti veće količine vode (neposredno ili higroskopski) pri čemu ono buja, a čvrstoća mu se smanjuje, što valja uzeti u obzir u projektu i proračunu konstruktivnih elemenata.

Sadržaj vlage u većem obujmu tla može se smanjiti i bez promjene opterećenja. Velika stabla u vegetacijskom razdoblju izvlače vlagu iz tla, a volumen se pri tom smanjuje. To je češće uzrokovalo na oko neobjašnjivo oštećenje zgrada u blizini drvoreda kad su stabla narasla.

Smrzavanje vode u porama tla uzrokuje lokalna vlačna naprezanja i kapilarno upijanje vode iz dubine. Tako se voda u tim zonama koncentrira u lećama leda. Za vrijeme duge zime površina se na tim mjestima podigne i do 30 cm. Kad se led otopi, voda ostaje na mjestu leća. Gnječenje pri opterećenju i rasterećenju pretvara na tim mjestima čvrsto tlo u blatnu kašu. To je mehanizam koji npr. oštećuje kolnik cesta u rano proljeće.



Sl. 9. Iskop platoa za koksaru u Bakru. *B* širina platoa



Sl. 10. Potporni zid na platou koksare u Bakru

Racionalno rješenje takvih i sličnih problema pri graditeljskim ostvarenjima ne bi bilo moguće bez primjene spoznaja i metoda mehanike tla.

SVOJSTVA I KLASIFIKACIJA TLA

Svojstva tla znatno se razlikuju od svojstava homogena materijala zbog njegove zrnate strukture. Sila na konturi prenosi se u homogenom materijalu kontinuirano promjenljivim tenzorom naprezanja bez promjene strukture. Sila na konturi prenosi se unutar prostora koji zauzima zrnata masa pojedinačnim silama na kontaktima između susjednih čestica. Te sile drobe, pomiču, ili savijaju čestice, sile se među česticama i pri konstantnom opterećenju mijenjaju s vremenom u nekoj vrsti difuzijskog procesa. R. J. Marsal (1973) mjerenjem je pokazao kako broj kontakata po zrnu ovisi o veličini zrna, zbijenosti i granulaciji uzorka. Prosječno ima oko 6 točaka dodira na svakom zrnu u tipičnoj šljunčanoj smjesi koja se sastoji od

Tablica 1

VRIJEDNOSTI KONTAKTNIH SILA NA KONTAKTIMA ZRNA ZRNATE STRUKTURE

	Promjer zrna mm	*Prosječna kontaktna sila N za naprezanje* kN/m²		
		10	100	1 000
Šljunak	60	21	210	2 100
Pijesak	2	0,02	0,21	2,1
Prah	0,06	$2{,}1\cdot10^{-5}$	$2{,}1\cdot10^{-4}$	$2{,}1\cdot10^{-3}$
Glina	0,002	$2{,}1\cdot10^{-8}$	$2{,}1\cdot10^{-7}$	$2{,}1\cdot10^{-6}$

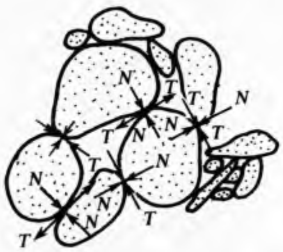
zrna s promjerom od 1···200 mm i od zrna promjera 18···37 mm. Specifičan broj kontakata po jedinici volumena uzorka ovisi o veličini zrna, a sile na kontaktima pri zadanom prosječnom naprezanju rastu s veličinom zrna.

Tipične vrijednosti kontaktnih sila vide se u tabl. 1.

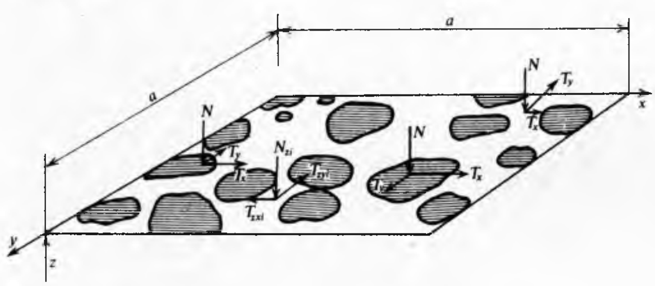
Naprezanje u zrnatoj masi nije hemogeno raspodijeljeno po plohi presjeka, nego je rezultanta pojedinačnih koncentriranih sila koje prenose reakcije vanjskog opterećenja normalnim N i tangencijalnim silama T u točkama dodira među česticama (sl. 11). Naprezanje u tlu statički je pojam koji se u ravnini, x, y na razini z, (sl. 12) može izraziti relacijama:

$$\sigma_z = \frac{1}{a^2}\sum_{i=1}^{n} N_{zi}, \quad \tau_{xz} = \frac{1}{a^2}\sum_{i=1}^{n} T_{zxi}, \quad \tau_{yz} = \frac{1}{a^2}\sum_{i=1}^{n} T_{zyi} \tag{1}$$

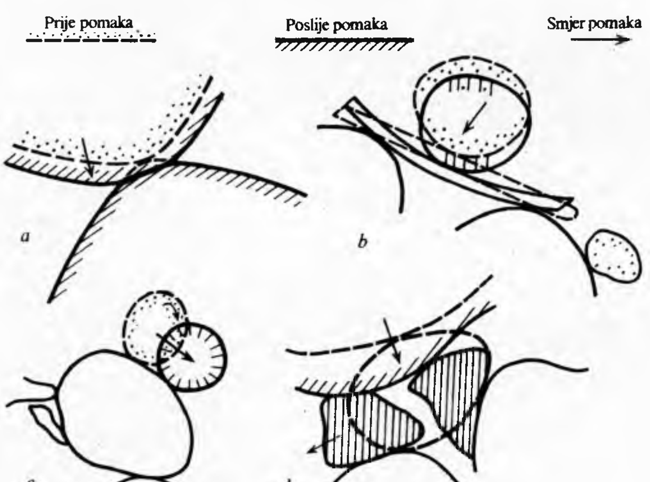
gdje su N_{zi}, T_{zxi} i T_{zyi} komponente sila na kontaktima zrna na razini z, odnosno na presjecima kroz zrna koje ona siječe. Naprezanje je zbroj komponenata sila među zrnima po jedinici plohe. Intenzitet naprezanja varira od točke do točke iako je u promatranom predjelu naprezanje konstantno.



Sl. 11. Sile na dodirima zrna unutar zrnate mase



Sl. 12. Kontaktne sile u elementu ravnine xy

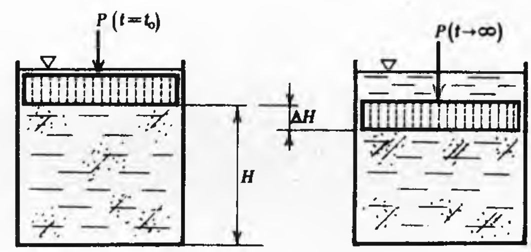


Sl. 13. Deformacije u zrnatoj masi. *a* deformacija na kontaktima zrna, *b* savijanje pločastih zrna, *c* klizanje i rotacija, *d* drobljenje zrna

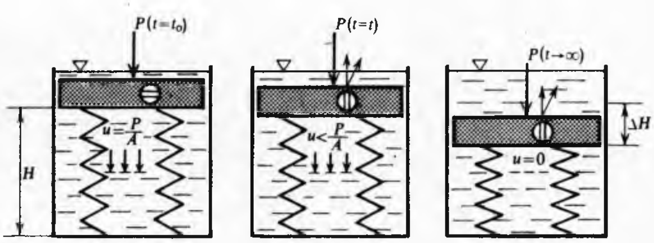
Promjena naprezanja uzrokuje deformacije koje nastaju djelovanjem više pojava u zrnatoj masi: deformacije zrna od sila na kontaktima, klizanje i rotacija susjednih zrna, savijanje pločastih tankih zrna, drobljenje i promjena rasporeda zrna, kako je to shematski prikazano na sl. 13. Djelovanjem tih pojava smanjuje se volumen pora među česticama pri povećanju opterećenja.

Energija akumulirana pri elastičnoj deformaciji i savijanju pojedinih zrna uzrokuje nakon smanjenja naprezanja povratno povećanje volumena, ali to je samo manji dio promjene, jer klizanje, rotacija i drobljenje zrna uzrokuju veći, nepovratan dio promjene. Ponašanje takvog materijala pri promjeni naprezanja bitno određuje medij u porama: zrak ili voda, odnosno zrak i voda.

Deformacije nastaju uz svladavanje otpora na kontaktima. Ako je u porama zrak u kojem male promjene volumena ne uzrokuju znatniju promjenu tlaka, stišljivost je pora znatno veća od stišljivosti zrnatog skeleta. Odnosi su znatno drukčiji ako su pore ispunjene vodom, jer je stišljivost vode znatno manja od stišljivosti skeleta zrnate mase. Promjene volumena tada su moguće samo kad se iz pora evakuira dio vode. Taj je proces polagan, to polaganiji što su pore sitnije, što je skelet više stišljiv i što je veće područje zahvaćeno promjenom naprezanja. Tada valja istisnuti više vode na veću udaljenost, a za to treba više vremena. U času promjene opterećenja preuzet će voda u porama veći dio dodatne sile, pa na skeletna zrna otpada manji dio te sile. Tlo zasićeno vodom može se shematski prikazati pomoću nepropusne posude napunjene zrnatim materijalom s poroznom pločom koja raspodjeljuje silu P na cijelu površinu (sl. 14). S povećanom silom P povećava se naprezanje za $\sigma = P/A$, što uzrokuje deformaciju ΔH i pokazuje za koliko će se smanjiti visina uzorka kad zrna preuzmu cijelu silu P. Sl. 15 pokazuje mehanički model u kojem je zrnato tlo zamijenjeno elastičnim perima visine H koja podupiru ploču. Prije opterećenja silom P zatvori se ventil u stapu.



Sl. 14. Smanjenje obujma vodom zasićenog tla



Sl. 15. Mehanički model zasićenog tla sa tri faze deformacije

Ako se u trenutku $t = t_0$ ploča optereti silom P, visina H pera neće se promijeniti, jer voda ne može istjecati iz posude, a ravnotežu sili P održavat će tlak u vodi

$$u = \frac{P}{A}, \tag{2}$$

gdje je A površina presjeka posude. Kad se otvori ventil, voda će početi istjecati, a pera će se postepeno stiskati uzimajući sve veći dio sile P. Na kraju će pera uzeti cijelu silu, pa će se skratiti za

$$\Delta H = \frac{P}{nK}, \tag{3}$$

gdje je n broj jednakih pera, a K konstanta pera. Za ravnotežno stezanje sustava u svakom trenutku vrijedi

$$nP_p + uA = P, \tag{4}$$

gdje je P_p sila koja djeluje na jedno od pera. Prema tome, za $t=0$ vrijedi relacija (2) jer je $P_p=0$, za $t\to\infty$ dobiva se $u=0$, pa je $nP_p=P$, jer pera nose cijelu silu (sl. 16)

Za zrnato tlo prosječno ukupno normalno naprezanje na ravnini okomitoj na silu iznosi

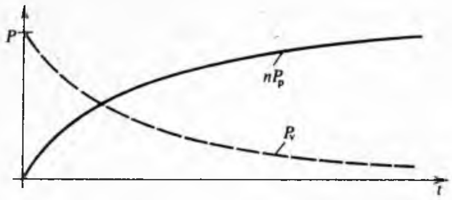
$$\sigma=\frac{P}{A}, \tag{5}$$

pa se može, u skladu s jednadžbom (4), napisati da je

$$\sigma=\sigma'+u \tag{6}$$

gdje je σ' efektivno prosječno naprezanje među česticama tla, a u tlak vode u porama.

Pojava da se s vremenom smanjuje sila koju preuzima voda, a povećava sila koju preuzimaju pera, odnosno zrnato tlo, po fizikalnim je svojstvima difuzijski proces.



Sl. 16. Dijagram promjene sile u vodi P_v i perima P_p s vremenom u modelu na sl. 15

Specifična promjena volumena po jedinici površine ($\Delta V/A$) za promjenu naprezanja ($\Delta\sigma=\Delta P/A$) izračunava se iz izraza

$$\frac{\Delta V}{A}=\frac{\Delta\sigma H}{M}, \tag{7}$$

gdje je M modul stišljivosti, a H debljina sloja. Brzina je istjecanja vode (prema Darcyjevu zakonu)

$$v=k\frac{\Delta\sigma}{H}, \tag{8}$$

gdje je k propusnost sloja. Budući da je specifična promjena volumena jednaka količini vode koja istječe po jedinici površine, ta je specifična promjena volumena također jednaka produktu brzine istjecanja vode i vremenu, pa je

$$\frac{\Delta V}{A}=vt. \tag{9}$$

Odatle se dobiva vrijeme

$$t=\frac{H^2}{Mk}. \tag{10}$$

Prema tome, trajanje prijenosa sile s vode na skelet tla proporcionalno je kvadratu debljine sloja, a obrnuto proporcionalno modulu stišljivosti M i propusnosti sloja k.

Proces konsolidacije. Postepeno prenošenje naprezanja s vode u porama na skelet tla zove se *proces konsolidacije*, koji je prvi obradio Terzaghi (1925).

U zrnatom tlu s krupnim zrnima propusnost i modul stišljivosti imaju veliku vrijednost pa je trajanje konsolidacije kratko. U sitnozrnatom tlu vrijeme potrebno za konsolidaciju je dugo jer je tada modul stišljivosti za red veličine manji, a propusnost za 4···6 redova veličine manja, pa je trajanje konsolidacije za 5···7 redova veličine dulje nego u pijesku. Kad je sloj vrlo debeo, konsolidacija može trajati i stotine godina nakon promjena opterećenja.

Svojstva zrnate mase kao što su stišljivost i bujanje, propusnost za vodu, čvrstoća itd., ovise o nekim karakteristikama koje se mogu samo opisati i o nekim koje se definiraju mjerljivim parametrima.

Npr., mineraloški sastav čestica, oblik i svojstva površine zrna, čvrstoća minerala skeleta i slično mogu se samo opisati.

Da se odredi druga vrsta svojstava, potrebno je poznavati karakteristične parametre tla. Oni se računaju iz volumena uzorka V, mase vlažnog uzorka W i mase W_d nakon sušenja u toku 24 sata na temperaturi od 105 °C. Masa vode u uzorku jest $W_w=W-W_d$, volumen čestica u tlu $V_c=W_d/\varrho_s$, a volumen pora $V_p=V-V_c$. Svojstva tla jesu:

$$\text{gustoća zrna tla: } \varrho_s=\frac{W_d}{V_c}, \tag{11}$$

$$\text{relativna poroznost: } n=\frac{V_p}{V}, \tag{12}$$

$$\text{koeficijent pora: } e=\frac{V_p}{V_c}, \tag{13}$$

$$\text{zasićenost: } S_r=\frac{V_w}{V_p}, \tag{14}$$

$$\text{vlažnost: } w=\frac{W_w}{W_d}\cdot 100\%, \tag{15}$$

gdje je V_w volumen vode. Iz tih svojstava dobivaju se omjeri

$$n=\frac{e}{1+e};\qquad e=\frac{n}{1-n}. \tag{16}$$

Pomoću navedenih svojstava dobivaju se nova:

$$\text{gustoća tla: } \varrho=(1-n)\varrho_s+n\varrho_w, \tag{17}$$

$$\text{gustoća suhog tla: } \varrho_d=(1-n)\varrho_s, \tag{18}$$

$$\text{gustoća uronjenog tla: } \varrho'=(1-n)(\varrho_s-\varrho_w), \tag{19}$$

gdje je ϱ_w gustoća vode.

Najčešće su vrijednosti gustoća:

gustoća zrna tla: $\varrho_s=2500\cdots2800\ \mathrm{kg/m^3}$,

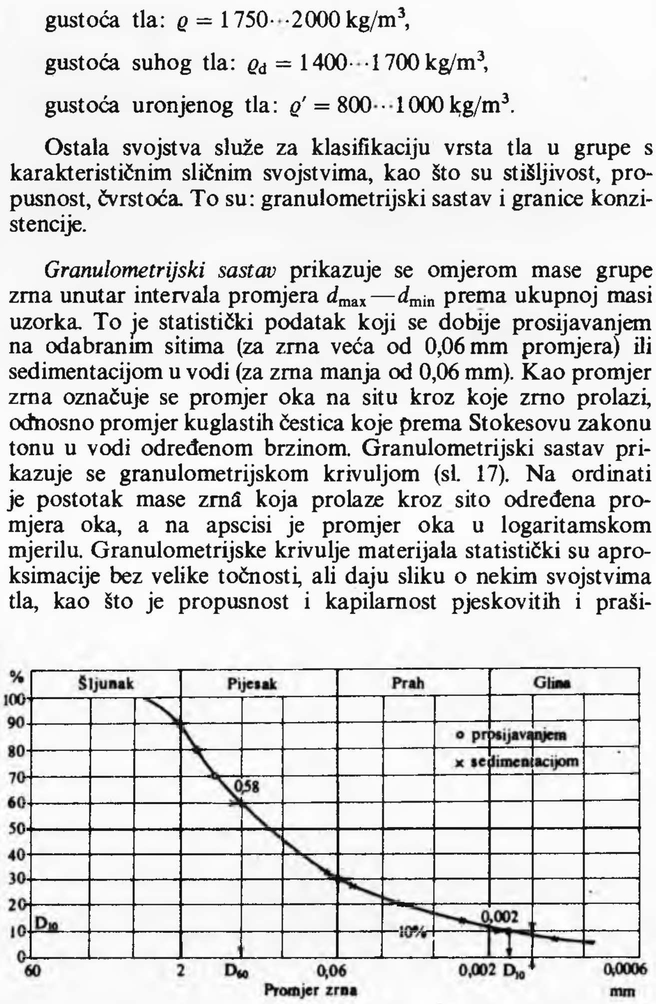
gustoća tla: $\varrho=1750\cdots2000\ \mathrm{kg/m^3}$,

gustoća suhog tla: $\varrho_d=1400\cdots1700\ \mathrm{kg/m^3}$,

gustoća uronjenog tla: $\varrho'=800\cdots1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

Ostala svojstva služe za klasifikaciju vrsta tla u grupe s karakterističnim sličnim svojstvima, kao što su stišljivost, propusnost, čvrstoća. To su: granulometrijski sastav i granice konzistencije.

Granulometrijski sastav prikazuje se omjerom mase grupe zrna unutar intervala promjera d_{max}—d_{min} prema ukupnoj masi uzorka. To je statistički podatak koji se dobije prosijavanjem na odabranim sitima (za zrna veća od 0,06 mm promjera) ili sedimentacijom u vodi (za zrna manja od 0,06 mm). Kao promjer zrna označuje se promjer oka na situ kroz koje zrno prolazi, odnosno promjer kuglastih čestica koje prema Stokesovu zakonu tonu u vodi određenom brzinom. Granulometrijski sastav prikazuje se granulometrijskom krivuljom (sl. 17). Na ordinati je postotak mase zrnâ koja prolaze kroz sito određena promjera oka, a na apscisi je promjer oka u logaritamskom mjerilu. Granulometrijske krivulje materijala statistički su aproksimacije bez velike točnosti, ali daju sliku o nekim svojstvima tla, kao što je propusnost i kapilarnost pjeskovitih i praši-



Sl. 17. Grafički prikaz granulometrijskog sastava zrnate mase. D_{10} promjer efektivnog zrna, D_{60} promjer dominantnog zrna, $C_u=D_{60}:D_{10}$ koeficijent jednoličnosti

nastih materijala. Potrebne su za projektiranje filtarskih slojeva za zaštitu nasipa i brana od erozije i sl.

Svojstva glinovitih materijala znatno više ovise o mineraloškom sastavu zrna, geološkoj prošlosti i strukturi nego o veličini čestica.

Atterbergove granice i indeksi koji se iz njih izvode znatno bolje karakteriziraju svojstva sitnozrnata tla. Sitnozrnato tlo nalazi se u jednom od četiri konzistentna stanja, već prema sadržaju vode; ono je *čvrsto* kad je suho, a gnječenjem s vodom prelazi u *polučvrsto*, u *plastično* i u *tekuće* stanje. Vlažnost na granici među tim stanjima definira granicu stezanja w_s, granicu plastičnosti w_p i granicu tečenja w_l.

Granica stezanja w_s određuje se sušenjem uzorka propisanih dimenzija kao vlažnost pri kojoj prestaje smanjivanje volumena. *Granica* je *plastičnosti* w_p vlažnost pri kojoj se valjčići promjera od 3 mm pri daljem valjanju počinju drobiti. *Granica* je *tečenja* w_l vlažnost pri kojoj se žlijeb propisanih dimenzija, urezan u uzorku razmazanom u zdjelici propisana oblika i dimenzija, zatvara nakon 25 udaraca u standardnoj treskalici. Pobliži opis pokusa može se naći u udžbenicima mehanike tla i u JUS U.B1.020. S granicama konzistencije definiraju se indeksi:

$$\text{plastičnosti } IP = w_l - w_p, \tag{20}$$

$$\text{konzistencije } IK = \frac{w_l - w_o}{w_l - w_p}, \tag{21}$$

gdje je w_o prirodna vlažnost tla.

Grubu mineralošku klasifikaciju glinenih tala, o kojoj također ovise njihova svojstva, daje aktivnost gline. To je omjer:

$$A = \frac{IP}{W_{0,002}}, \tag{22}$$

u kojem je $W_{0,002}$ postotak čestica promjera manjeg od 0,002 mm u masi uzorka. A. W. Skemptonova klasifikacija minerala prema omjeru (22) vidi se u tabl. 2.

Jedinstvena klasifikacija razlikuje dvije osnovne grupe tla; nekoherentno i koherentno tlo s pet grupa navedenih u tabl. 3.

Tablica 2
AKTIVNOST GLINE

Kvarc Kalcit Muskovit Kaolinit	0 0,18 0,23 0,35	Ilit Ca-montmorilonit Na-montmorilonit	0,90 1,50 7,20

Tablica 3
KLASIFIKACIJA TLA

	Promjer zrnaca mm	*Oznaka*
Šljunak	60···2	G
Pijesak	2···0,06	S
Prah	0,06···0,002	M
Glina	0,002	C
Organsko tlo	0,06···0,002	O

Tablica 4
OZNAKE NEKOHERENTNIH MATERIJALA

Dobro graduiran, široko granulometrijsko područje	W
Dobro graduiran s dovoljno glinenih veziva da veže krupna zrna	C
Slabo graduiran, usko granulometrijsko područje	P
Slabo graduiran s mnogo prašinastih čestica	F_s
Slabo graduiran s mnogo glinenih čestica	F_c
Jednolično graduiran, malo sitnih čestica	U

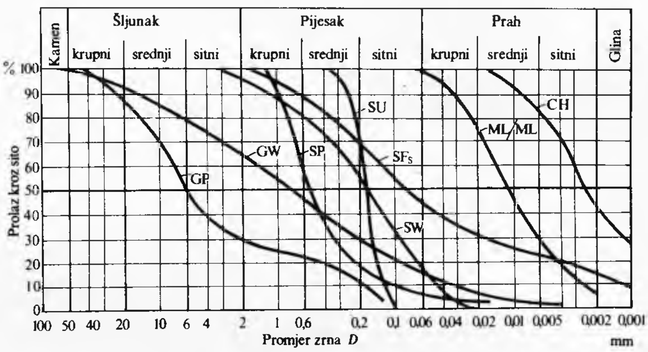
Tlo je u prirodi redovno smjesa dviju ili više grupa tla. Šljunak i pijesak su nekoherentni materijali. Čine šest podgrupa što se označuju dodavanjem drugog slova osnovnom simbolu (tabl. 4). Šljunak i pijesak svrstavaju se u grupe prema tabl. 5.

Od tih se 12 grupa u tabl. 5 može 10 identificirati prostim okom, dok su za razlikovanje SF_s i SF_c potrebni identifikacijski pokusi. Neke karakteristične granulometrijske krivulje nekoherentnih materijala prikazane su na sl. 18.

Sitnozrnato-koherentno tlo čini tri podvrste prema plastičnosti (tabl. 6).

Tablica 5
KLASIFIKACIJA ŠLJUNKA I PIJESKA

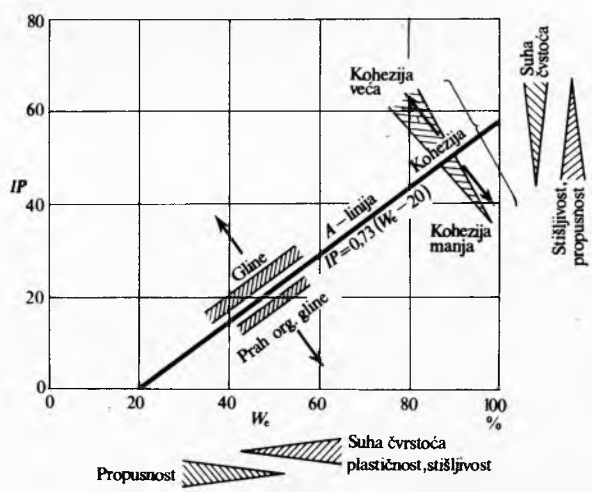
	Šljunak	*Pijesak*
Dobro graduiran, nevezan	GW	SW
Pjeskovit s glinenim vezivom	GC	SC
Slabo graduiran, čist, manjkaju neke grupe zrna	GP	SP
Jednoličan, uskog granulometrijskog sastava	GU	SU
Pjeskovit, s mnogo praha, smanjena stabilnost krupnih zrna	GF_s	SF_s
Pjeskovit, s mnogo glinenih veziva	GF_c	SF_c



Sl. 18. Tipične granulometrijske krivulje tla

Tablica 6
PODVRSTE SITNOZRNATOG TLA

	Granica tečenja %	*Oznaka*
Niska plastičnost	$w_e < 35$	L
Srednja plastičnost	$35 < w_e < 50$	I
Visoka plastičnost	$w_e > 50$	H



Sl. 19. Dijagram plastičnosti

Razlikuju se prah, glina i organsko tlo niske, srednje i visoke plastičnosti, koji se označavaju simbolima: ML, MI i MH za prah, CL, CI i CH za glinu, OL, OI, OH za organsko tlo. Treset ima oznaku Pt. Svega, dakle, 10 skupina.

Prema toj klasifikaciji ima 22 karakteristične skupine materijala. U prirodi su materijali često na granici između dviju skupina. Takvo se tlo označuje sa dva simbola, npr. CL/CH za glinu na granici između niske i visoke plastičnosti, ili CL/SC za mršavu pjeskovitu glinu i sl. Dijagram plastičnosti s indeksom plastičnosti (IP) i granicom tečenja (w_l) na koordinatnim osima (sl. 19) pokazuje područja takvih vrsta koherentnog tla.

Uzorci tla lako se klasificiraju u jednu od 22 grupe jednostavnim pokusima na terenu bez posebna pribora, a granulometrijski sastav i Atterbergove granice određene u laboratoriju daju podatke za sigurnu klasifikaciju.

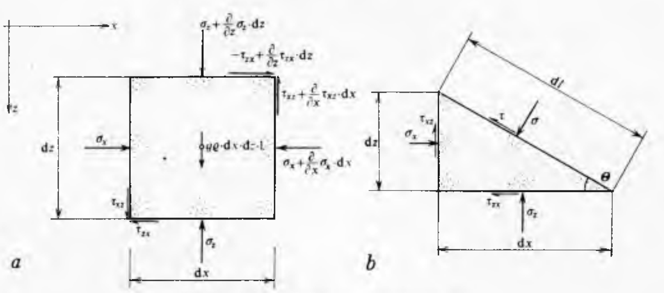
Klasifikacijom se razvrstavaju uzorci iz različitih sonda i dubina u grupe materijala jednakih ili sličnih svojstava, povezuju se slojevi među susjednim bušotinama i približno se ocjenjuju njihova svojstva. Klasifikacijski podaci dopunjuju se još konzistentnim stanjem koherentnih materijala u tlu (žitko, lako, lako/teško, teško gnječivo i kruto) te mjerenjem otpora prodiranju alata u nekoherentne slojeve (penetracijski pokusi).

Ravnoteža sila na elementu tla. U zemljinu gravitacijskom polju tangencijalna su naprezanja na vodoravnim ravninama u tlu s vodoravnom površinom jednaka nuli. To vrijedi zbog uvjeta ravnoteže i za uspravne ravnine. Normalna naprezanja djeluju okomito na te ravnine i one se nazivaju ravninama glavnih naprezanja, jer su ta naprezanja glavna naprezanja. Za element tla dx dz na sl. 20 s tenzorom naprezanja u gravitacijskom polju izvode se iz ravnoteže sila i momenta oko središta elementa relacije

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \qquad (23)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + g\varrho = 0 \qquad (24)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}. \qquad (25)$$



Sl. 20. Naprezanje na elementu tla

Naprezanja na ravnini pod kutom ϑ prema osi x (sl. 20b) određuju se iz uvjeta ravnoteže sila, uz $\mathrm{d}z = \mathrm{d}x \tan\vartheta$, $\mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}x}{\cos\vartheta}$.

Kad se sredi, dobiva se

$$\sigma = \sigma_x \sin^2\vartheta + \sigma_z \cos^2\vartheta + 2\tau_{xz}\sin\vartheta\cos\vartheta \qquad (26)$$

$$\tau = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\sin 2\vartheta - \tau_{xz}\cos 2\vartheta. \qquad (27)$$

Nagib ravnine ($\vartheta = \alpha$) na kojoj je $\tau = 0$ glavni napon σ nalazi se iz jednadžbe (27)

$$\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\sin 2\alpha - \tau_{xz}\cos 2\alpha = 0, \qquad (28)$$

pa je

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_z - \sigma_x}. \qquad (29)$$

Ako se uvrsti kut α iz gornjeg izraza (29) u jednadžbu (28), dobiva se intenzitet glavnih naprezanja

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}. \qquad (30)$$

Iz poznatih se glavnih naprezanja izračunaju naponi na ravnini koja je nagnuta za kut ϑ prema prvoj glavnoj ravnini iz relacija:

$$\sigma = \sigma_3 \sin^2\vartheta + \sigma_1 \cos^2\vartheta = \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)\cos^2\vartheta \qquad (31)$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)\sin\vartheta\cos\vartheta. \qquad (32)$$

Izrazi (31) i (32) mogu se prikazati tzv. Mohrovom kružnicom u ravnini $\tau\sigma$ (sl. 21a) (v. *Nauka o čvrstoći*).

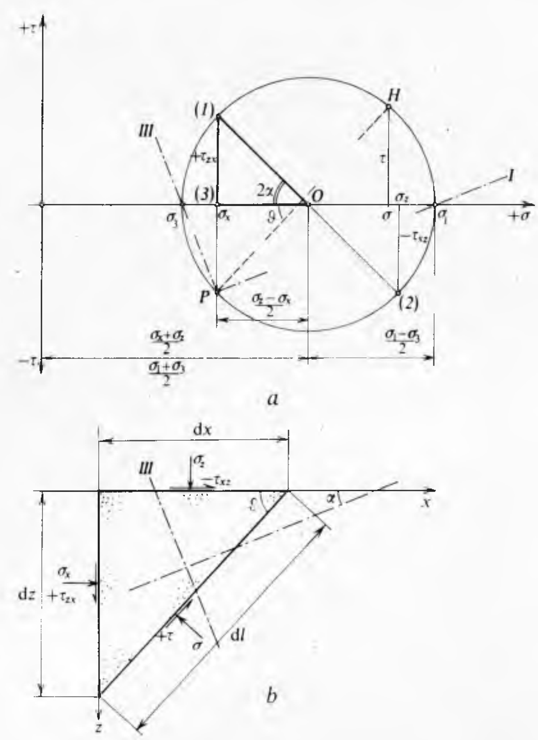
Naprezanjima σ_z i τ_{xz} na ravnini x određena je točka *1*, a naprezanjima σ_x i τ_{zx} na ravnini z točka *2* u koordinatnom sustavu $\sigma\tau$ (sl. 21a). Te dvije točke leže na polumjeru kružnice, pa su koordinate središta kružnice O, $(\sigma_x + \sigma_z)/2$. Sjecištima kružnice s osi apscisa određena su glavna naprezanja σ_1 i σ_3. Iz trokuta *013* (sl. 21a) dobiva se

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2, \qquad (33)$$

pa je za $\tau_{zx} = 0$

$$\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \qquad (34)$$

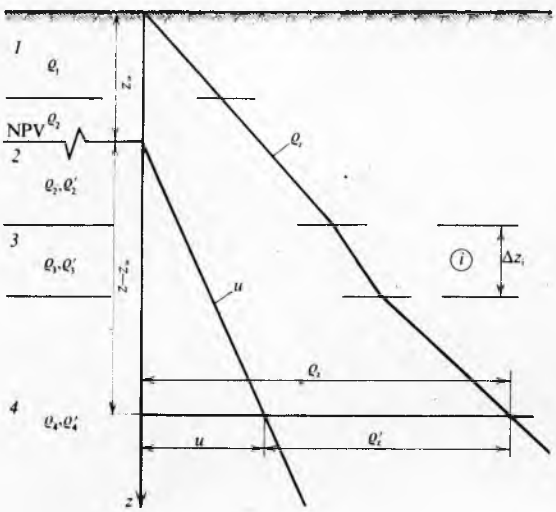
To pokazuje da je zadovoljena jednadžba (30), jer se zbrajanje dviju jednadžbi s različitim predznacima pred korijenom dobiva upravo (34). Kut što ga polumjer kroz točku *1* zatvara s osi apscisa jednak je kutu 2α koji je određen relacijom (29). Kružnicom sa spomenutim koordinatama središta koja prolazi točkama *1* i *2* određena su naprezanja σ i τ u bilo kojoj točki u ravnini xz.



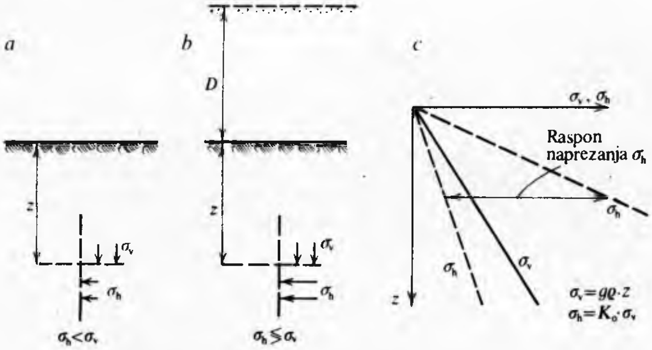
Sl. 21. Mohrova kružnica (*a*), naprezanje na ravninama klina (*b*)

Smjer tih ravnina naći će se ako se na kružnici odredi točka P, koja se zove pol ravnina. Paralela s odnosnom ravninom siječe kružnicu u točki kojom su određena naprezanja σ i τ (npr. točka H na sl. 21a). Ako naprezanja σ_x i τ_{zx} djeluju na ravninu x elementa, paralela s tom ravninom kroz točku I siječe kružnicu u točki P. Analogno se može naći točka P, polazeći iz točke 2 kojom su određena naprezanja σ_z i τ_{xz} na ravnini z. Pravcima I i III koji prolaze kroz P i naprezanjima σ_1 i σ_3 koja su na apscisi određeni su smjerovi ravnina glavnih naprezanja σ_1 i σ_3 (sl. 21 b).

Gravitacijska naprezanja. U prostoru ispod vodoravne površine gravitacija djeluje okomito na površinu, pa su naprezanja na vodoravnim ravninama ispod te površine okomita na te ravnine. To su dakle, glavna naprezanja. Također će naprezanja na vertikalne ravnine djelovati vodoravno, pa su i to glavna naprezanja. Iz uvjeta ravnoteže vertikalna su naprezanja $\sigma_{zv} = g\varrho z$, dok se vodoravna naprezanja ne mogu odrediti iz uvjeta ravnoteže. Ona naime ovise o pojavama pri postanku slojeva, a mogu biti manja ili veća od vertikalnog naprezanja u toj dubini. Općenito za vodoravna naprezanja vrijedi da je $\sigma_{zh} = K_0 g \varrho z$, gdje je K_0 koeficijent tlaka mirovanja, koji ima vrijednost koja je između vrijednosti aktivnoga i pasivnog tlaka, $K_a < K_0 < K_p$. J. Jaky je predložio da se koeficijent tlaka mirovanja izračuna pomoću kuta čvrstoće φ na smicanje prema relaciji $K_0 = 1 - \sin\varphi$. Stvarna vrijednost koeficijenta K_0 ovisi, osim o načinu postanka slojeva, i o deformaciji u horizontalnom smjeru koja se pojavila nakon postanka sloja.



Sl. 22. Gravitacijska naprezanja u tlu



Sl. 23. Odnosi između uspravnih i vodoravnih naprezanja u tlu

Takvi jednostavni odnosi vrijede približno i za horizontalno uslojeno tlo s vodoravnom površinom. Ukupna vertikalna naprezanja u uslojenom tlu s razinom podzemne vode na dubini z_w prikazuje sl. 22. Prosječno naprezanje koje djeluje među česticama tla, efektivno naprezanje, dobiva se kad se od ukupnog naprezanja odbije hidrostatski tlak u dubini z.

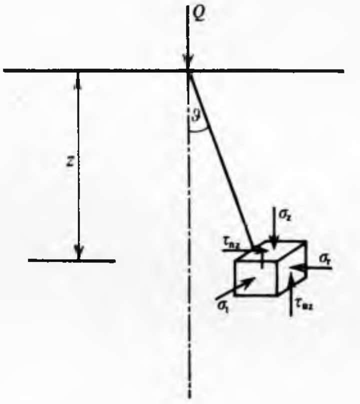
Efektivno naprezanje iznosi:

$$\sigma'_{zv} = g \sum_{i=1}^{z} \varrho_i \Delta z_i - (z - z_w) g \varrho_w, \tag{35}$$

gdje je i redni broj sloja, ϱ_i gustoća, a Δz_i debljina sloja homogenog materijala; z je dubina za koju se određuje naprezanje, z_w dubina razine podzemne vode a ϱ_w gustoća vode.

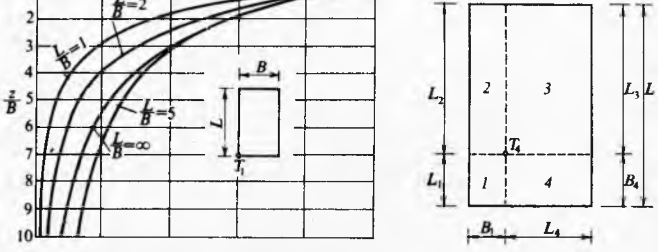
Na sl. 23 prikazan je utjecaj promjena na površini na horizontalno naprezanje. Na sl. 23a tlo je nastalo taloženjem do današnje razine površine, bez tektonskih deformacija u vodoravnom smjeru, pa je vjerojatni koeficijent tlaka mirovanja $K_0 < 1$; na sl. 23b tlo je taloženo do razine za D m iznad današnje površine. Prije nego što je sloj debljine D uklonjen (erozija, ljudska djelatnost), vertikalno naprezanje u dubini z bilo je veće nego danas, pa je i bočno naprezanje bilo veće. Zbog toga bočno naprezanje može danas biti veće od vertikalnoga $K_0 > 1$. Na sl. 23c vidi se raspon mogućih vrijednosti koeficijenta K_0 i vjerojatne vrijednosti za prilike na sl. 23a i 23b.

Naprezanje od opterećenja na površini tla. Pri proračunu dodatnih naprezanja od opterećenja na površini tla pretpostavlja se da je tlo linearno elastični, homogeni i izotropni medij. J. Boussinesq izračunao je naprezanje za koncentriranu silu Q na površini poluprostora. Zadovoljenjem uvjeta ravnoteže i kompatibilnosti deformacija te graničnih uvjeta određene su četiri komponente tenzora naprezanja u bilo kojoj točki (sl. 24). Tenzor naprezanja u nekoj točki od opterećenja s više sila Q_i na površini dobiva se zbrajanjem parcijalnih udjela pojedinih sila. Ako na dijelu površine djeluje raspodijeljeno opterećenje, dobiva se promjena tenzora naprezanja u pojedinoj točki integracijom prinosa sila što djeluju na infinitezimalnim dijelovima opterećene površine $\mathrm{d}Q(x,y) = q(x,y)\mathrm{d}A$, što je i za jednostavni slučaj zamašan rad, pa se u praksi upotrebljavaju dijagrami ili u složenim slučajevima programi za elektroničko računalo.

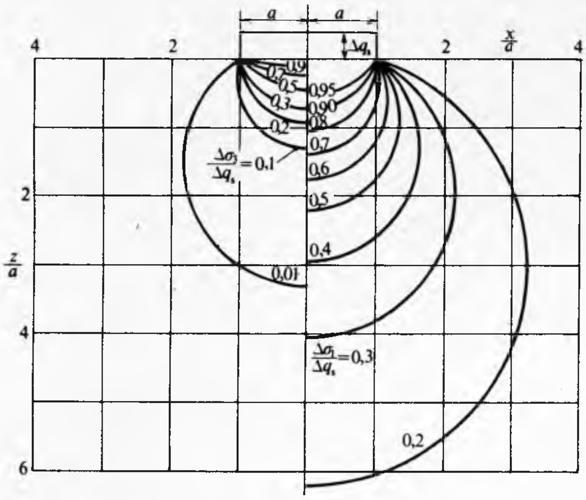


Sl. 24. Naprezanja od sile Q na granicama elementa tla u (z, ϑ) sustavu

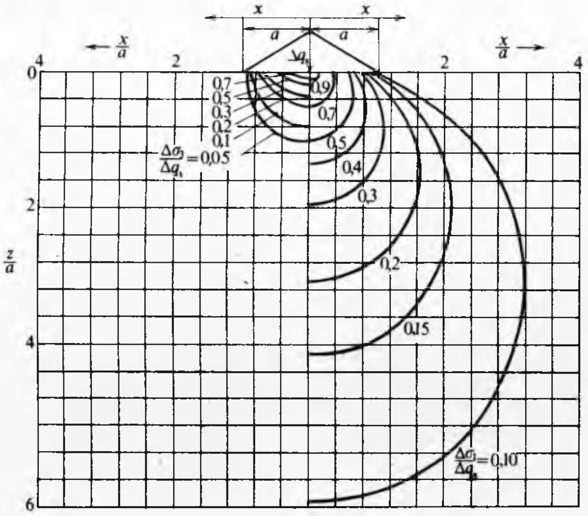
Na sl. 25 nalazi se dijagram (W. Steinbrenner) za vertikalno naprezanje σ_z od jednolično raspodijeljena opterećenja q na pravokutnu površinu BL ispod ugla T_1 u dubini z. Kombinacijom pačetvorina može se izračunati prirast naprezanja ispod točke unutar ili izvan opterećene površine. Na sl. 26 prikazani su u parametarskim omjerima prirasti većega i manjega glavnog naprezanja ispod neizmjerno duge jednolično opterećene trake, na sl. 27 ispod trokutno opterećene trake.



Sl. 25. Steinbrennerov dijagram i kombiniranje udjela ploha za napon ispod točke koja nije na uglu pačetvorine



Sl. 26. Prirast glavnih naprezanja od jednoličnog opterećenja trakom na površini tla

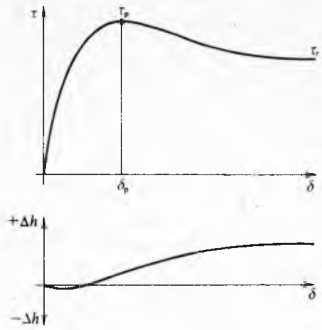


Sl. 27. Prirast glavnih naprezanja od trokutnog opterećenja trakom na površini tla

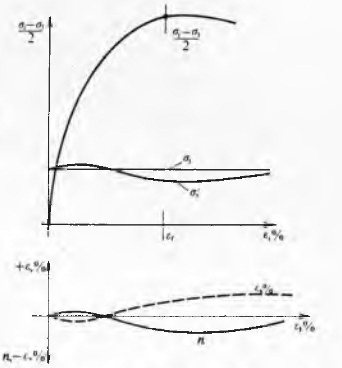
Rezultati takva računa teorijski nisu točni jer tlo nije ni homogeno ni linearno elastično. Ima teorijskih rješenja raspodjele naprezanja i za neke tipične primjere uslojenoga homogenoga elastičnog medija (D. M. Burmister, J. Sovinc, D. Milović) koja bolje aproksimiraju stvarna naprezanja. Točnije se raspodjela naprezanja može izračunati pomoću elektroničkog računala za nejednolično uslojeno, nelinearno elastično tlo. Dosadašnje je iskustvo međutim, pokazalo da je primjena teorije elastičnosti za praksu dovoljno točna ako se tenzori naprezanja ne približavaju previše granici čvrstoće materijala. Taj je uvjet većinom ispunjen za temelje građevina, za koje je faktor sigurnosti protiv sloma F_s uvijek veći od 2.

ODNOSI IZMEĐU NAPREZANJA I DEFORMACIJE

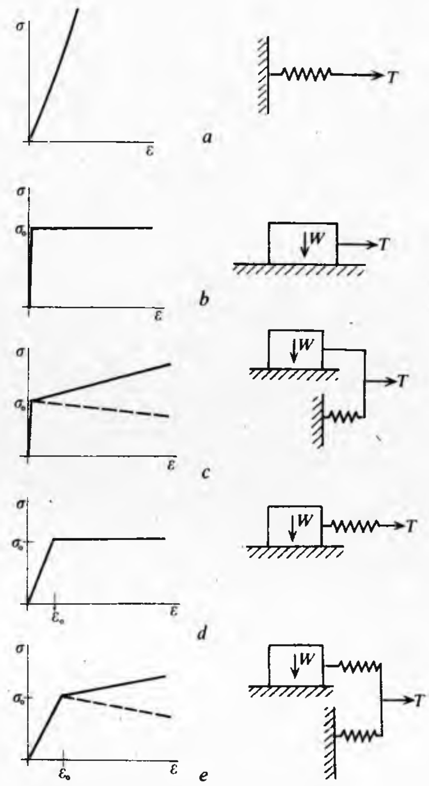
Da se pojednostavni matematička analiza svojstva se materijala idealiziraju i prikazuju jednostavnim analitičkim izrazima. Stvarna karakteristika deformacija pri smicanju vidi se na sl. 28, a pri aksijalno simetričnom opterećenju zemljanih materijala na sl. 29. Matematičko je formuliranje tih odnosa komplicirano bez idealizacije materijala. Najčešće idealizacije, primijenjene u teorijskim proučavanjima, prikazane su na sl. 30. Dijagram na sl. 30a pokazuje idealno elastični materijal na kojemu se temelji teorija elastičnosti. Dijagram na sl. 30b model je idealno plastičnog materijala na kojem se temelji teorija plastičnosti. Na dijagramima sl. 30c, d i e vide se kombinacije idealno plastičnog i idealno elastičnog materijala sa svojstvom očvršćivanja ili omekšavanja pri porastu deformacije. Uz dijagrame na sl. 30 prikazani su i tzv. dinamički modeli tih materijala s elementima pera za elastični i trenja za plastični prijenos sile u različitim kombinacijama.



Sl. 28. Promjena naprezanja τ i deformacije pri smicanju



Sl. 29. Promjena naprezanja, pornog tlaka i volumena s deformacijom u triaksijalnom pokusu



Sl. 30. Deformacijski i dinamički modeli tla

Najčešće se pri rješavanju problema klasične mehanike tla materijal idealizira kao kruto plastičan, prema shemi na sl. 30b. Model elastoplastičnog materijala omogućuje realističnije proučavanje deformacija koje nastaju prije konačnog plastičnog sloma.

Takvi se odnosi mogu izraziti jednostavnim analitičkim jednadžbama:

linearno elastični materijal (sl. 30a)

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{36}$$

idealno plastični materijal (sl. 30b)

$$\sigma < \sigma_0, \qquad \varepsilon = 0, \tag{37a}$$

$$\sigma = \sigma_0, \qquad \varepsilon \to \infty, \tag{37b}$$

idealno plastični materijal s očvršćivanjem ili omekšavanjem (sl. 30c)

$$\sigma \leqq \sigma_0, \qquad \varepsilon = 0, \tag{38a}$$

$$\sigma = \sigma_0 \pm E_1\varepsilon, \qquad \varepsilon > 0, \tag{38b}$$

linearno elastično-plastični materijal (sl. 30d)

$$\sigma = E\varepsilon \text{ za } \sigma < \sigma_0, \tag{39a}$$

$$\sigma = \sigma_0, \qquad \varepsilon \to \infty, \tag{39b}$$

linearno elastično-plastični materijal s očvršćivanjem i omekšavanjem (sl. 30e)

$$\sigma = E\varepsilon \text{ za } \sigma < \sigma_0, \tag{40a}$$

$$\sigma = \sigma_0 \pm E_1\varepsilon \text{ za } \varepsilon_0 > \varepsilon. \tag{40b}$$

Iz jednadžbi idealno plastičnog materijala (37) i (38a) vidi se da naprezanje nije određeno deformacijom do naprezanja popuštanja (sloma) nakon kojeg deformacija raste pri konstantnom naprezanju kao u (37), odnosno da naprezanje raste ili opada s deformacijom kao u (38a). Teorijom koja se osniva na idealno plastičnom materijalu nije, dakle definirana deformacija ovisna o naprezanju.

Kruto plastični model materijala najviše se u mehanici tla primjenjuje za rješavanje problema u vezi sa slomom. Tlo se prema tom modelu ponaša kao kruto nedeformabilno tijelo sve dok naprezanja u nekim točkama ne dosegnu granicu čvrstoće. Na tim mjestima dalje povećanje naprezanja nije moguće. Tada se povećava deformacija uz istodobni porast naprezanja s opterećenjem u područjima gdje još nije dostignuta granica čvrstoće. Kad u svim točkama nekog područja naprezanja dosegnu granicu čvrstoće, nastaje potpuni plastični slom, odnosno granično stanje s velikim deformacijama i uz konstantnu silu.

Granična stanja plastične ravnoteže. Sustavi koji se proučavaju u mehanici tla višestruko su statički neodređeni. Određivanje opterećenja koje u takvu sustavu uzrokuje slom može biti povezano s velikim poteškoćama. U rješavanju statički neodređenih građevinskih konstrukcija uz model idealno elastičnog materijala, uobičajena je koncepcija dozvoljenog naprezanja, koja se definira kao granično naprezanje s velikim deformacijama podijeljeno s odabranim faktorom sigurnosti. Smatra se, naime, da u trenutku kad se u bilo kojem elementu konstrukcije pojavljuje slom, da je stvarno naprezanje doseglo granicu istezanja, odnosno da je tada postignuta granična sila koju konstrukcija smije preuzeti. Takva bi koncepcija odgovarala modelu krhko elastičnog materijala, u kojem se na granici velikih istezanja prekida kontinuitet. Primjena modela plastičnog materijala (sl. 30) omogućuje drukčiji pristup izračunavanju opterećenja, pri kojem konstrukcija postaje neupotrebljiva (opterećenje sloma). To je koncepcija graničnog stanja ili opterećenja plastičnog sloma pri kojem djelovanjem sila nastaje kontinuirana zona u graničnom stanju.

Mnogostruko su statički neodređeni problemi u mehanici tla, npr. slom tla ispod temelja, tlak na potporne konstrukcije, stabilnost kosina, reakcija između temelja i tla i sl. Granično stanje nastaje kad se plastično stanje postigne u svim elementima konstrukcije. Tada su za proučavanje mjerodavnih naprezanja potrebne samo jednadžbe ravnoteže sila i uvjet sloma. Kad su sustavi složeni i mnogostruko statički neodređeni kao u mehanici tla, nije moguće naći točno rješenje ni metodom graničnog stanja. Rješenje se tada može naći samo unutar donje i gornje granice plastične ravnoteže, unutar kojeg se intervala nalazi i točno rješenje (A. A. Gvozdev, (1938).

Donju granicu plastične ravnoteže daje ona raspodjela naprezanja koja uravnotežuje vanjske sile tako da su naprezanja svugdje jednaka i na granici čvrstoće. Na *donjoj granici ravnoteže* opterećenje neće uzrokovati slom, ili područje na granici sloma sve dok postoji mogućnost preuzimanja dodatnih sila unutrašnjom raspodjelom naprezanja. Na *gornjoj granici plastične ravnoteže* postoji zona plastične deformacije za koju je brzina prirasta opterećenja jednaka ili veća od brzine prirasta unutrašnjeg rasipanja energije. Ako je moguća dalja deformacija, povećanjem sile nastat će slom.

Uz ta dva poučka vrijede i pravila da na donjoj granici plastične ravnoteže dodavanje materijala bez težine ne može uzrokovati slom i da povišenje granice popuštanja u bilo kojem dijelu konstrukcije ne može oslabiti konstrukciju.

Rješenja koja se osnivaju na teoriji plastičnosti, npr. za pritisak tla na potporne konstrukcije, za stabilnost kosina i za napon sloma tla ispod temelja, temelje se na modelu kruto plastičnog materijala. Prema toj teoriji dobiva se iz ravnoteže statičkog polja naprezanja donja granična vrijednost sile sloma. Omjer čvrstoće tla i tangencijalnih naprezanja potrebnih za uravnoteženje sila donja je granica faktora sigurnosti.

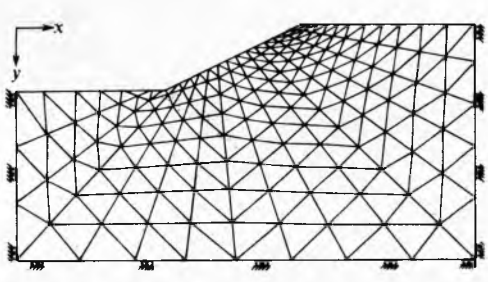
Prema definiciji, statički je kompatibilno polje naprezanja ono koje je u unutrašnjoj ravnoteži i u ravnoteži s vanjskim opterećenjem, a nigdje ne prekoračuje naprezanje sloma (granicu plastičnosti). Kinematički je kompatibilno polje brzina ono koje zadovoljava ograničenje brzina (ili pomaka) na granicama kad je rad vanjskih sila u tom polju pozitivan.

Rješenja za realni materijal što ih daju granična stanja plastične ravnoteže osnivaju se na idealiziranom materijalu s karakteristikama deformacije kao na sl. 30b. Dijagram na sl. 30e za elastoplastični materijal s karakteristikama bilo omekšavanja bilo očvršćivanja mnogo realističnije prikazuje svojstva materijala tla. Do deformacije ε_0 materijal se ponaša kao elastoplastični, a nakon te deformacije kao idealno plastični materijal u kojem otpornost raste ili se smanjuje s porastom deformacije.

Klasičnom teorijom mehanike tla rješavaju se problemi deformacija pod opterećenjem i sigurnosti od sloma. Deformacija pod djelovanjem radnih naprezanja računa se za idealno elastični ili za stišljivi materijal, a sigurnost od sloma za idealno plastični materijal. Prijelaz između ta dva idealizirana stanja s obzirom na deformaciju ostaje nedefiniran.

Posebno značenje u određivanju sigurnosti od sloma imaju materijali s karakteristikom omekšavanja, jer u njima slom nastaje progresivno i širi se od područja najveće koncentracije naprezanja na sve šire područje uz postepeno smanjivanje otpornosti i povećanje deformacije. Konačni slom cijelog područja nastaje uz minimalnu rezidualnu čvrstoću, pa sigurnost od sloma može biti znatno manja nego što to odgovara maksimalnoj otpornosti.

Ta podjela mehanike tla na probleme deformacije s modelom idealno plastičnog materijala, ograničuje mogućnost predviđanja razvitka deformacija s opterećenjem i realističnog prognoziranja ponašanja građevine na tlu ili tla oko nje. Primjenom metoda numeričke analize pomoću elektroničkih računala stvorile su se nove mogućnosti kontinuiranog računanja deformacija i sloma tla. Metoda konačnih elemenata (O. C. Zienkiewicz, 1967. W. H. Smith, 1971) omogućila je praćenje razvitka deformacija i naprezanja te pojave zona plastifikacije kad postepeno raste opterećenje područja koje se proučava. Promatrano područje podijeli se na trokutne ili pačetvorinske elemente konačne veličine (sl. 31) za ravninske, odnosno na tetraedre ili paralelepipede za prostorne probleme.



Sl. 31. Primjer mreže konačnih elemenata kosine

Kontinuum se zamijeni elementima koji se dodiruju na vrhovima, odnosno uglovima, u kojima se kontinuirano prenose sile i deformacije. Relativni pomak uglova u, v, w svakog elementa računa se iz promjena sila W_i na čvorovima s deformacijskom karakteristikom elementa, iz čega se u matričnom obliku izrazi pomak točaka i naprezanje (sila) unutar granica i na granicama promatranog područja. Uzimajući u račun uvjete deformacija, kompatibilnost deformacija i kontinuiranost područja, ravnoteže sila i uvjeta na granicama može se izraziti ovisnost između sila, krutosti i deformacija

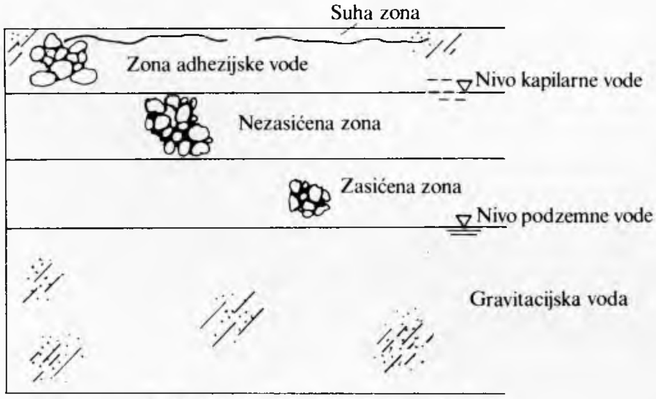
$$W = K\Delta \tag{41}$$

gdje je W matrica sila, K matrica krutosti, a Δ matrica pomaka čvorova.

Definiranje konstitutivnih veza za nelinearno elastični materijal traži složeno ispitivanje neporemećenih uzoraka i formiranje matematičkog modela ponašanja pri promjeni naprezanja na različitoj razini tih naprezanja sve do sloma. Metoda konačnih elemenata zbog matematičke složenosti primjenjuje se, u prvom redu, za znanstvena istraživanja i za parametarske studije. Za zadatke iz dnevne prakse taj postupak dolazi u obzir samo za neke veoma važne probleme, jer je za sada još previše složen i skup.

Mnogi problemi uspješno se rješavaju dualističkom koncepcijom; raspodjela naprezanja za linearno elastični materijal i deformacije s inkrementalno promjenljivim modulom stišljivosti koji je određen jednostavnim pokusima na uzorcima u laboratoriju, a granično stanje ravnoteže za idealno plastični materijal s parametrima otpornosti za stanje sloma.

Voda u tlu. Voda ispunjava sve pore u tlu ispod razine podzemne vode. Zbog kapilarnih pojava voda se u sitnozrnatom tlu diže i iznad te razine, to više što su pore sitnije. Do visine podizanja vode u najkrupnijim porama tlo je zasićeno, iznad te visine sve je više pora bez vode. Iznad visine kapilarnog podizanja sve su pore bez vode, osim vode koja je adhezivno vezana za površine čestica i oko njihovih dodira (sl. 32). Razina zasićene zone ovisi i o oborinama, isparivanju i trošenju vode u biljkama, a promjenljiva je u toku godine.



Sl. 32. Gravitacijska i kapilarna voda u tlu

Visina kapilarnog dizanja vode ovisi o površinskoj napetosti vode T N/m i o idealiziranom promjeru pora $2r$, prema izrazu

$$h_c = \frac{2T}{g\varrho_w r}. \tag{42}$$

Visina h_c iznosi od nekoliko centimetara u pijesku do više desetaka metara u glinenom tlu.

Voda s vodoravnom razinom u tlu smanjuje efektivnu specifičnu težinu tla zbog djelovanja uzgona ispod razine podzemne vode, povećava efektivnu težinu u zoni iznad podzemne vode, pa se efektivna naprezanja u tlu mijenjaju pri promjeni razine podzemne vode i pri promjeni debljine zone kapilarne vode. Voda sa stalno nagnutom razinom, međutim, skreće gravitacijsko polje u smjeru strujanja vode.

Veoma nepovoljno stanje može nastati kad voda teče okomito prema gore. Tada strujni tlak djeluje suprotno od gravitacije pa se efektivno naprezanje u toj zoni znatno smanjuje. Pri kritičnom gradijentu tlaka

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \tag{43}$$

efektivna specifična težina tla iznosi

$$\gamma'' = \gamma' - i_c\gamma_w = 0, \tag{44}$$

pa zrnca nekoherentnog tla lebde u vodi i nastaje hidraulički slom područja, što može uzrokovati neželjne posljedice.

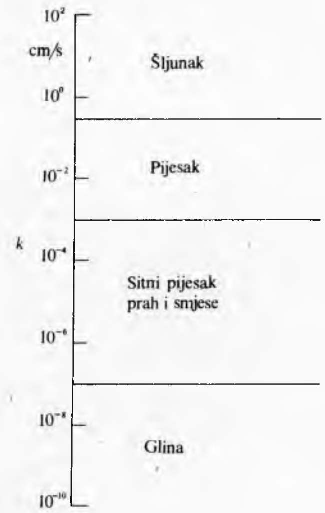
Pri promjeni tenzora naprezanja mijenja se koeficijent pora, (13), što zahtijeva istjecanje vode iz zone s povećanim naprezanjima prema površini, prema propusnijim granicama i prema okolišnim zonama s manjom promjenom naprezanja ili bez njega. Nastaje privremeno stanje, u kojem veći dio povećanog naprezanja preuzima povećani tlak vode u porama uz malu promjenu efektivnog naprezanja. Voda pod većim tlakom postepeno istječe, porni tlak se smanjuje, a efektivno se naprezanje povećava.

Brzinu strujanja vode v u porama sitnozrnatog tla izražava Darcyev zakon

$$v = k\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}n} = ki, \tag{45}$$

gdje je $i = \mathrm{d}h/\mathrm{d}n$ gradijent tlaka u smjeru okomitom na plohe konstantnog potencijala h, a k je koeficijent propusnosti.

Sl. 33. Vrijednost koeficijenta propusnosti



Koeficijent propusnosti ovisi o granulometrijskom sastavu i o koeficijentu pora tla, a mjeri se na uzorcima u laboratoriju ili crpenjem vode iz bunara na terenu. Red veličine koeficijenta propusnosti vidi se na sl. 33.

Stišljivost tla mjeri se u laboratoriju jednosmjernim opterećenjem uzorka uz spriječenu bočnu deformaciju. Neporemećeni ili poremećeni uzorak ugradi se u metalni prsten, koji ima promjer oko 4 puta veći od visine. Prsten se položi na propusnu krutu podlogu, a na gornju se površinu stavi propustan disk i metalna ploča koja prenosi i raspodjeljuje silu kojom se uzorak optereti. Uređaj za mjerenje stišljivosti tla zove se edometar (sl. 34).

Povećanjem opterećenja uzorka u edometru (sl. 35) za $\Delta\sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i-1}$, gdje je σ_{i-1} opterećenja prije povećanja, a σ_i nakon njega, smanjit će se visina uzorka za $\Delta h_i = h_i - h_{i-1}$, gdje je h_i visina uzorka kad djeluje opterećenje σ_i, a h_{i-1} kad djeluje opterećenje σ_{i-1} s obzirom na visinu uzorka h_0 prije opterećenja ($\sigma = 0$). Iz tih podataka određuje se promjena koeficijenta pora

$$\Delta e_i = \frac{\Delta h_i}{h_c}, \tag{46}$$

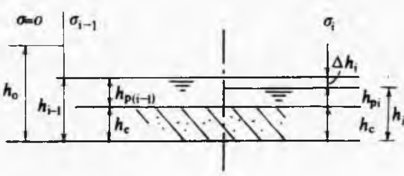
gdje je h_c visina nakon povećanja opterećenja, koeficijent stišljivosti

$$a_{vi} = \frac{\Delta e_i}{\Delta\sigma_i}, \tag{47}$$

a modul stišljivosti

$$M_{vi} = \frac{\Delta\sigma_i}{\varepsilon_i}. \tag{48}$$

Sl. 34. Edometar za mjerenje stišljivosti uzoraka tla



Sl. 35. Promjene visine uzorka u edometru

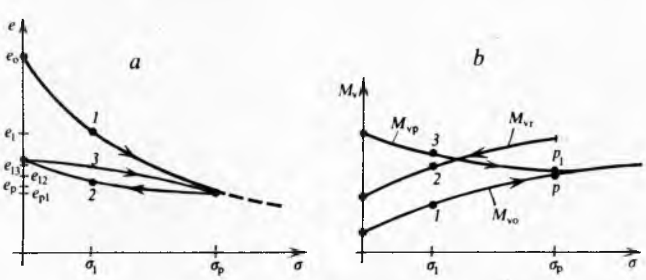
U (48) ε_i je specifična deformacija definirana relacijom

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta h_i}{h_0} = \frac{e_i}{1+e_0}, \tag{49}$$

gdje je e_0 koeficijent pora prije opterećenja, pa je modul stišljivosti

$$M_{vi} = \frac{1+e_0}{e_i}\Delta\sigma_i. \tag{50}$$

Uzastopnim povećanjem opterećenja raste deformacija Δh pa se smanjuje koeficijent pora e (sl. 36). Omjer između Δe i $\Delta\sigma$ nije konstantan. Također ni M_v nije konstantan nego je ovisan o opterećenju, ali i o tome da li se opterećenje povećava ili smanjuje. Modul stišljivosti mijenja se i za homogeni sloj (e_{oz} = const.) s dubinom, jer opterećenje ovisi o dubini $z(\sigma_z = g\varrho z)$. Ako se materijal nakon opterećenja sa σ_p rastereti, povećava se koeficijent pora, ali trajna deformacija ostaje uz smanjenje koeficijenta pora (krivulja *2* na sl. 36a). Ponovno opterećenje do σ_p uzrokuje znatno manju deformaciju (krivulja *3*), a modul stišljivosti veći je za ponovno nego za prvo opterećenje do opterećenja σ_p. Promjene modula M_{v0} za prvo i M_{vp} ponovljeno opterećenje i M_{vr} za rasterećenje vide se na sl. 36b.



Sl. 36. Dijagram $e\sigma$ i promjena M_v s naprezanjem u ciklusima opterećenja i rasterećenja

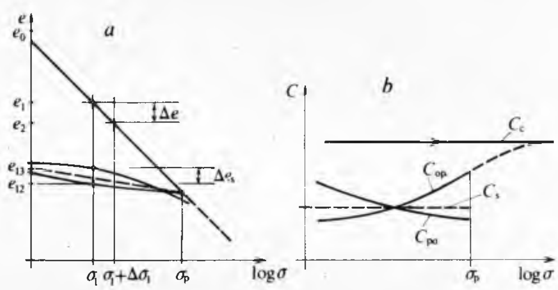
Kad se ovisnost koeficijenta pora o opterećenju prikaže u polulogaritamskom dijagramu (sl. 37a), ona se može aproksimirati pravcima za prvo, za ponovljeno opterećenje i za rasterećenje. Promjena koeficijenta pora za prvo opterećenje izračunava se iz relacije

$$\Delta e = e_1 - e_2 = C_c \log\frac{\sigma_1 + \Delta\sigma}{\sigma_1}, \tag{51}$$

a za rasterećenja i ponovno opterećenje iz

$$\Delta e_s = C_s \log\frac{\sigma_1 + \Delta\sigma}{\sigma_1}, \tag{52}$$

gdje su C_c i C_s indeks stišljivosti, odnosno indeks bujanja. Oni se određuju iz edometarske linije i približno su konstantni za široki raspon promjene napona (sl. 37b).



Sl. 37. Prikaz odnosa $e\log\sigma$ i koeficijenti stišljivosti C_c i C_s

Promjena visine sloja $\Delta z_i = z_i - z_{i-1}$ jednaka je, za edometarski model, promjeni volumena po jedinici površine. Iz toga se računa slijeganje opterećene površine pomoću modula stišljivosti iz izraza,

$$w = \int_0^z \frac{\Delta\sigma_z}{M_{vz}} dz, \tag{53}$$

gdje je $M_{vz} = M(\sigma, e_0)$. Njegova vrijednost ovisi o tome da li se radi o opterećenju, rasterećenju ili ponovljenom opterećenju. Pomoću indeksa stišljivosti računa se slijeganje opterećene površine iz izraza

$$w = \frac{C_c}{1+e_0}\int_0^z \log\frac{\sigma_{1z} + \Delta\sigma_z}{\sigma_{1z}} dz, \tag{54}$$

gdje su C_c i e_0 konstante, a $C_c = C_s$ ako je $\sigma_1 + \Delta\sigma \leqq \sigma_p$.

Za dodatna naprezanja $\Delta\sigma_z$ od opterećenja q na površini sloja proračun se provodi za inkremente konačne debljine $dz = \Delta z$. Proračun s indeksom stišljivosti daje korektnije rezultate nego s modulom stišljivosti koji se mijenja s intenzitetom naprezanja.

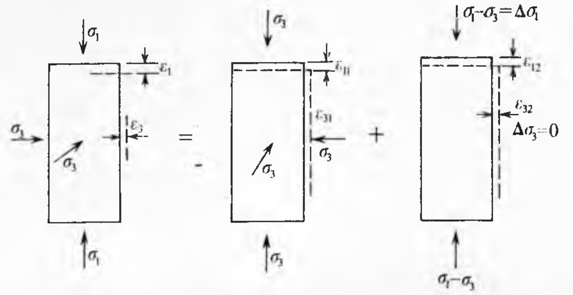
Deformacijske karakteristike mogu se općenito izraziti s bilo kojim parom slijedećih parametara: K sferični modul, E modul aksijalne deformabilnosti (elastičnosti), G distorzijski modul, ν Poissonov koeficijent, koji su za radijalno simetričan tenzor međusobno ovisni prema izrazima:

$$K = \frac{E}{2(1-2\nu)} \tag{55}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \tag{56}$$

Spomenuti moduli, kao i modul stišljivosti, nisu linearno ovisni o promjeni naprezanja, pa pokus valja izvesti s promjenom naprezanja koja nastaje djelovanjem gravitacijskog i dodatnog opterećenja u dubini uzorka.

Moduli deformacije određeni pokusom u edometru omogućuju vjernu reprodukciju slijeganja koje je nastalo opterećenjem na velikoj površini stišljivog sloja relativno male debljine, ali kad je zanemarljiva bočna deformacija. Kad je debljina sloja velika s obzirom na opterećenu plohu, ne može se zanemariti utjecaj bočne deformacije na slijeganje, jer promjena tenzora naprezanja zbog opterećenja na površini sloja općenito uzrokuje deformacije ne samo u vertikalnom nego i u horizontalnom smjeru. Tada pokus u edometru nekorektno prikazuje deformacije, pa parametre za korektni proračun slijeganja opterećene površine valja mjeriti na cilindričnim uzorcima uz promjenu tenzora naprezanja koji se pojavljuje na tom mjestu u tlu. U pokusu valja, dakle, slijediti *put naprezanja* od postojećega do ukupnog naprezanja nakon opterećenja površine. Takvi pokusi na cilindričnim uzorcima mogu se izvesti u triaksijalnom aparatu.



Sl. 38. Radijalno simetričan tenzor naprezanja i deformacije cilindričnog uzorka

Moduli deformacije za radijalno simetrični tenzor naprezanja na valjkastom uzorku u triaksijalnom pokusu (sl. 38) jesu sferični modul

$$K = \frac{3\sigma_3}{\varepsilon_v} \tag{57}$$

i modul linearne deformacije

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1}. \tag{58}$$

Poissonov koeficijent može se izračunati pomoću specifične promjene volumena $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$ i aksijalne deformacije ε_1 za tenzor σ_1, $\sigma_2 = \sigma_3$, pa je

$$\nu = \frac{1}{2}\left|1 - \frac{E_1 \varepsilon_v}{2(\sigma_1 + 2\sigma_3)}\right|. \tag{59}$$

Specifična deformacija volumena ε_v u dreniranim pokusima na zasićenim uzorcima jednaka je volumenu vode istisnute iz uzorka. U nedreniranom pokusu valja mjeriti radijalnu deformaciju uzorka ε_3 za što se primjenjuje električni mjerač deformacije.

Triaksijalno ispitivanje uzoraka omogućuje da se u pokusu slijedi put naprezanja koji odgovara promjeni opterećenja u prirodi. Rezultati takvih pokusa mogu se primijeniti za točniji proračun deformacija, kad edometar ne reproducira vjerno pomak površine, npr. kad je stišljivi sloj velike debljine opterećen na malom dijelu površine.

U triaksijalnom aparatu mogu se pratiti dvije komponente ukupne aksijalne deformacije: distorzijska w_u, koja nastaje bez promjene volumena odmah nakon opterećenja, i konsolidacijska w_d, koja nastaje promjenom volumena sa zakašnjenjem, što je jednako trajanju dreniranja količine vode koja odgovara promjeni volumena uz promjenu opterećenja za $\Delta\sigma_3$ i $\Delta\sigma_1$. Najprije se uzorak postepeno optereti sa σ_3 i σ_1 uz istodobno dreniranje do naprezanja $\sigma_1 = g\varrho z$ što vlada u dubini iz koje je uzorak izvađen. Slijedi se pri tom promjena K_0 praćenjem na drenu uvjeta da je $\Delta V = 0$. Zatim se zatvori dren, uzorak dodatno optereti s $\Delta\sigma_3$ i $\Delta\sigma_1$ i mjeri se aksijalna deformacija ε_{1u} i porni tlak u. Nakon toga se ponovno otvori dren, uzorak se konsolidira i izmjeri aksijalna deformacija ε_{1d} i promjena volumena ΔV.

Iz toga pokusa dobiva se parametar

$$K_0 = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}, \tag{60}$$

modul nedrenirane linearne deformacije

$$E_u = \frac{\Delta\sigma_1}{\varepsilon_{1u}}, \tag{61}$$

modul drenirane linearne deformacije

$$E_d = \frac{\Delta\sigma_1}{\varepsilon_{1d}} \tag{62}$$

i Poissonov koeficijent

$$\nu_d = \frac{1}{2}\left|1 - \frac{E_d \varepsilon_v}{2(\Delta\sigma_1 + 2\Delta\sigma_3)}\right|. \tag{63}$$

Tim se parametrima izračuna nedrenirani i konsolidacijski pomak opterećene plohe u smjeru sile

$$w_u = \int_0^z \frac{\Delta\sigma_1}{E_u} \mathrm{d}z \tag{64}$$

$$w_c = \int_0^z \frac{\Delta\sigma_1}{E_d} \mathrm{d}z, \tag{65}$$

a ukupni pomak je $w = w_u + w_c$.

Konsolidacija. Izračunato slijeganje vodom zasićenog tla pri promjeni opterećenja nastaje s određenim zakašnjenjem. To je vrijeme potrebno da se iz pora evakuira volumen vode koji je jednak promjeni volumena pora za promatranu promjenu naprezanja. To zakašnjenje ovisi o koeficijentu propusnosti, o stišljivosti i o duljini puta koji voda mora prijeći. U pjeskovitom tlu velike propusnosti slijeganje će pratiti tok opterećivanja bez zakašnjenja, a porni se tlak neće povećati, dok će u glinenom tlu male propusnosti konačno slijeganje nastati dugo vremena nakon opterećenja, a porni tlak će narasti do vrijednosti promjene naprezanja.

Proces konsolidacije određen je jednadžbama ravnoteže elementa tla, omjerom naprezanja i deformacije mineralnog skeleta te jednadžbom kontinuiteta vode u porama.

Kad se izvodi jednadžba konsolidacije, pretpostavlja se: *a*) da je mineralni skelet tla linearno elastični medij, a zanemaruje se promjena modula stišljivosti s promjenom efektivnog naprezanja; *b*) da su ukupne deformacije male, a zanemaruje se promjena debljine sloja zbog slijeganja; *c*) da je koeficijent propusnosti konstantan bez obzira na promjene poroznosti.

Uz te pretpostavke dobiva se diferencijalna jednadžba procesa konsolidacije, koja je za ravninsko polje pretlaka $u(x,z)$ s konstantnim opterećenjem

$$c_{vx}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{vz}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}. \tag{66}$$

U toj je jednadžbi $c_v = \dfrac{M_v k}{g\varrho_w}$ koeficijent konsolidacije, t vrijeme a u porni pretlak.

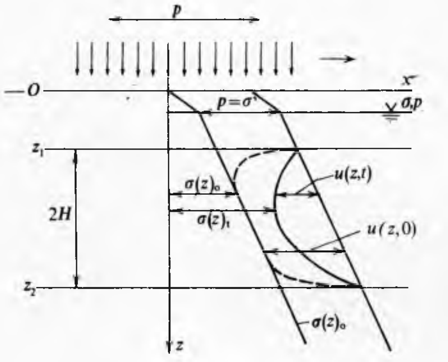
Kad je porni pretlak $u(x)$ konstantan u svim paralelnim presjecima gradijent je u tom smjeru $\partial u/\partial x = 0$, pa je jednadžba za jednosmjernu konsolidaciju

$$c_v\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}. \tag{67}$$

Analitičko rješenje te jednadžbe moguće je za $c_v = \mathrm{const.}$ i za jednostavne početne i rubne uvjete.

Na sl. 39 vidi se stišljivi sloj male propusnosti debljine $2H$ na dubini između z_1 i z_2. Iznad toga sloja i ispod njega nalazi se propusni pijesak. Tlo je zasićeno ispod razine podzemne vode koja je u gornjem sloju pijeska. Područje je na veoma velikoj površini jednolično opterećeno tlakom p.

Efektivna naprezanja prije opterećenja iznose $\sigma(z)_0'$. U trenutku opterećenja efektivna naprezanja u slojevima pijeska narastu na $\sigma(z)' = \sigma(z)_0' + p$, a u malo propusnom sloju porni pretlak naraste na $u = p$, pa se u tom trenutku efektivno naprezanje ne mijenja u malo propusnom sloju.



Sl. 39. Naprezanje i porni pretlak od opterećenja p na velikoj površini

Rubni uvjeti jesu:

$$t = 0, \quad z_1 < z < z_1 + 2H, \quad u = p, \tag{68}$$

$$t > 0, \quad z \leqq z_1 \text{ i } z \geqq z_1 + 2H, \quad u = 0, \tag{69}$$

$$t > 0, \quad z = z_1 + H, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \tag{70}$$

uz te rubne uvjete i za

$$M = \frac{1}{2}\pi(2N + 1) \tag{71}$$

kad je N prirodni broj, analitičko rješenje diferencijalne jednadžbe glasi

$$u(z,t) = 2p \sum_{M = \frac{1}{2}\pi}^{\infty} \frac{1}{M} \sin\left(M \frac{z}{H}\right) \exp(-M^2 T_v), \tag{72}$$

gdje je

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} \tag{73}$$

vremenski faktor, a z ordinata od sredine sloja. Krivulje $u(z,t)$ kojima je definirana raspodjela pornog tlaka u sloju zovu se *izohrone*. Iz raspodjele pornog tlaka može se za svaki trenutak izračunati raspodjela dodatnih efektivnih naprezanja

$$\sigma'(z,t) = p - u(z,t), \tag{74}$$

a odatle slijeganje sloja u trenutku t

$$w(t) = \int_{z_1}^{z_2} \frac{p - u(z,t)}{M_v} \mathrm{d}z. \tag{75}$$

Uz $M_v = \text{const.}$ dobiva se

$$w(t) = \frac{1}{M_v} \int_{z_1}^{z_2} p \,\mathrm{d}z - \frac{1}{M_v} \int_{z_1}^{z_2} u(z,t) \mathrm{d}z. \tag{76}$$

Prvi je član u jednadžbi (76) jednak $2Hp$, a drugi član je proporcionalan površini između izohrona $u(z,0)$ i $u(z,t)$ (sl. 40). Stupanj je konsolidacije u bilo kojoj točki

$$U(z,t) = 1 - \frac{u(z,t)}{p}, \tag{77}$$

a prosječni je stupanj konsolidacije

$$U(t) = 1 - \frac{u(t)}{p}, \tag{78}$$

gdje je

$$u(t) = \frac{1}{2H} \int_{z_1}^{z_2} u(z,t) \mathrm{d}z. \tag{79}$$

Nakon integracije uz rubne uvjete prosječni je stupanj konsolidacije

$$U(t) = 1 - 2 \sum_{M = \pi/2}^{\infty} \frac{1}{M^2} \exp(-M^2 T_v). \tag{80}$$

Slijeganje sloja s opterećenjem p i povećanjem naprezanja $\sigma(z) = p$ iznosi

$$w = \frac{2pH}{M_v}, \tag{81}$$

pa je slijeganje u toku konsolidacije $(0 < t < \infty)$

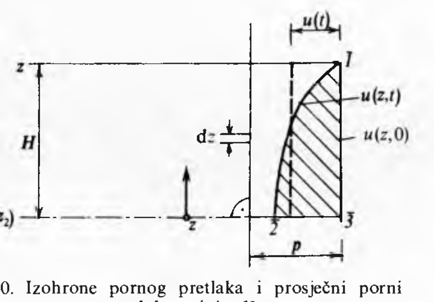
$$w(t) = w\,U(t). \tag{82}$$

Prosječni stupanj konsolidacije za konstantan porast tlaka vidi se u tablici 7 kao funkcija vremenskog faktora T_v.

Tablica 7

PROSJEČNI STUPANJ KONSOLIDACIJE ZA LINEARNU RASPODJELU PORNOG TLAKA OBOSTRANO DRENIRANOG SLOJA

T_v	0,008	0,031	0,071	0,126	0,197	0,287	0,403	0,567	0,848
U	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90



Sl. 40. Izohrone pornog pretlaka i prosječni porni pretlak u sloju H

Mnogi se problemi konsolidacije sa složenim rubnim uvjetima u ravninskom, radijalno simetričnom ili u prostornom polju pornog pretlaka, u uslojenom i anizotropnom tlu ne mogu riješiti analitički. To vrijedi i za opterećenje koje nije konstantno, za materijal s različitim parametrima stišljivosti u toku opterećenja, rasterećenja i ponovnog opterećenja. Takvi se problemi rješavaju diskretizacijom prostora i vremena, računajući s intervalima konačnih vrijednosti Δx, Δz, Δt, pa se rješenje diferencijalne jednadžbe konsolidacije dobiva pomoću sustava jednadžbi diferencija. Kad se npr. izračunava ravninska konsolidacija, porni pretlak u točki polja O u trenutku $t + \Delta t$ računa se pomoću vrijednosti u okolišnim točkama (sl. 41) iz izraza

$$u(0,t+\Delta t) = u(0,t) + N_x[u(1,t) - 2u(0,t) + u(3,t)] + \\ + N_z[u(2,t) - 2u(0,t) + u(4,t)], \tag{83}$$

gdje je

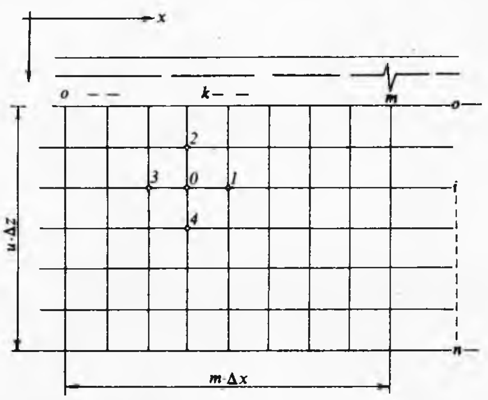
$$N_x = \frac{c_{vx}\Delta t}{(\Delta x)^2}, \qquad N_z = \frac{c_{vz}\Delta t}{(\Delta z)^2}. \tag{84}$$

Točnost aproksimacije raste sa smanjenjem operatora N_x, N_z, a greške se u računu smanjuju kad je $N_{(x)} = N_{(z)} < 0{,}5$. Kad je tlo uslojeno, valja na granici među slojevima uvažiti uvjet kontinuiteta protoka

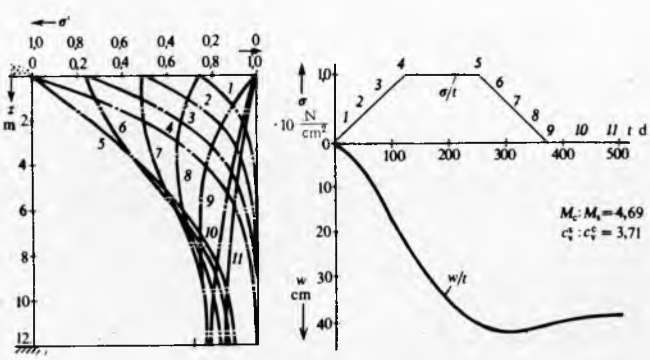
$$k_{1z}\left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right)_1 = k_{2z}\left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right)_2. \tag{85}$$

Račun se provodi na elektroničkom računalu.

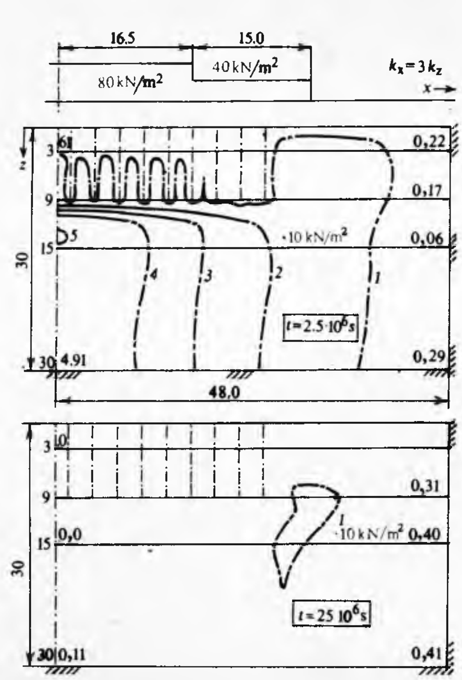
Na sl. 42 prikazan je rezultat proračuna razvitka pornog tlaka i slijeganja sloja za opterećenje koje nije konstantno i s različitim koeficijentima konsolidacije za opterećenje i rasterećenje, a na sl. 43 i 44 razvitak pornog tlaka i konsolidacije pod opterećenom trakom u uslojenom anizotropnom tlu s cijevnim drenovima. Primjena takvih metoda za proračun konsolidacije dozvoljava znatno pouzdaniju prognozu toka slijeganja tla pod građevinama nego što je to moguće primjenom analitičkih postupaka uz jednosmjernu konsolidaciju.



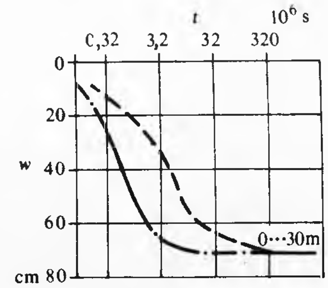
Sl. 41. Oznake za diskretizaciju u numeričkom proračunu konsolidacije



Sl. 42. Izohrone pornog pretlaka i slijeganja pri promjenljivom opterećenju i rasterećenju



Sl. 43. Izohrone dreniranog uslojenog tla pod nasipom i razvitak slijeganja



Sl. 44. Tok slijeganja terena s vremenom za primjer sa sl. 43, s drenovima i bez njih

ČVRSTOĆA TLA

Čvrstoća zemljanih materijala, o kojoj ovisi granični nagib nagnutih površina terena, mogućnost opterećenja i sl., definira se otporom smicanju prema Mohrovoj teoriji sloma. Već je Ch. A. Coulomb definirao otpor tla smicanju linearnom ovisnošću o normalnom naprezanju sa dva parametra prema izrazu:

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan\varphi \tag{86}$$

u kojem je c kohezija, ovisna o vrsti i poroznosti materijala, φ kut otpora smicanja (kut trenja), a σ_n normalno naprezanje na ravnini sloma.

Pri hidrostatskom naprezanju s jednakim naprezanjima u tri ortogonalna smjera $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ tangencijalna su naprezanja u svim smjerovima jednaka nuli ($\tau_{rs} = 0$), pa se tlo pri takvu opterećenju homogeno deformira, ali bez sloma. Kad jedno od glavnih naprezanja raste, pojavljuju se tangencijalna naprezanja, pa će se konačno postići stanje kad se na najnepovoljnije orijentiranoj plohi postigne čvrstoća τ_f (86). Za radijalno ravninsko simetrično naprezanje s glavnim opterećenjima $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ granično glavno naprezanje iznosi

$$\sigma_{1f} = \sigma_3 \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} + 2c\sqrt{\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}}. \tag{87}$$

Promjena tenzora naprezanja uzrokuje, dakle, i promjene volumena i distorziju. Promjenom volumena mijenja se i tlak vode u porama u, pa se prije konsolidacije pornog tlaka samo dio naprezanja prenosi na kontakte među česticama tla. Čvrstoća τ_f ovisi samo o naprezanju među česticama tla koje iznosi $\sigma' = \sigma - u$ gdje je σ ukupno naprezanje. Dugotrajna istraživanja pokazala su da Coulombov zakon dosta vjerno izražava čvrstoću tla kad se parametri c i φ odrede za efektivna naprezanja (c', φ') pa je

$$\tau_f = c' + \sigma'_n \tan\varphi', \tag{88}$$

odnosno

$$\sigma'_{1f} = \sigma'_3 \frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'} + 2c'\sqrt{\frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'}}. \tag{89}$$

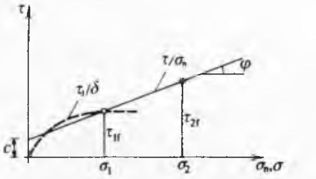
Parametri c' i φ' određuju se ispitivanjem uzoraka tla u laboratoriju ili različitim pokusima na terenu.

U aparatima za smicanje uzorak se ugrađuje u kutiju koja se sastoji od dva okvira. Ispod uzorka i iznad njega nalaze se porozne ploče kroz koje se u toku pokusa iz uzorka može ispustiti voda ili dovesti u njega već prema promjeni volumena pri promjeni naprezanja. Uzorak se optereti okomitom silom P, a zatim se vodoravnom silom H jedan okvir pomiče prema drugome, što uzrokuje smicanje uzorka po ravnini među okvirima. Sila H postepeno se povećava do sloma kad pomak među okvirima brzo naraste. Tim se pokusom određuju ukupna normalna naprezanja σ_n i tangencijalno naprezanje sloma τ_f. Iz poznatih vrijednosti sila P i H_f i površine presjeka uzorka A dobiva se

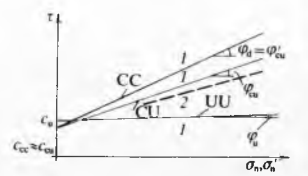
$$\sigma_n = \frac{P}{A}; \qquad \tau_f = \mp \frac{H_f}{A}. \tag{90}$$

U koordinatnom sustavu $\tau\sigma$ (sl. 45) rezultat daje jednu točku na graničnoj liniji koja definira slom uzorka. Dva parametra čvrstoće c' i φ' mogu se izračunati iz dva pokusa pri različitom normalnom naprezanju. Ako se želi odrediti točnost rezultata, valja ispitati barem tri uzorka pri različitim naprezanjima σ_n. Točke pojedinih pokusa najčešće ne leže točno na pravcu, a rasipanje nastaje zbog heterogenosti uzorka (vlažnost, sastav) ili pogrešaka u izvođenju pokusa (brzina ispitivanja, ugrađivanje u aparat i sl.). Ako rasipanja prelaze granicu tolerancije, valja ispitati uzorke i prema potrebi ponoviti pokus. Pokus ponovljen s istim materijalom, ali s manjom ili većom početnom vlagom, dat će jednaki kut φ, ali će pokazati veću, odnosno manju koheziju. Pri manjoj vlagi manja je poroznost n, manji je razmak između čestica tla, pa je kohezija ovisna o privlačnim silama među česticama koje djeluju i pri normalnom naprezanju ($\sigma_n = 0$). Pokusi s materijalima različite krupnoće zrna pokazuju da je kohezija zanemarljivo malena ako su čestice tla krupnije od 0,06mm (pijesak), a veoma je velika u tlu s većom količinom veoma sitnih, koloidnih čestica.

Parametar čvrstoće φ odražava otpore pomicanju među česticama koji nastaju zbog klizanja na kontaktima, uklještenja i rotacije. Zato je $\tan\varphi$ uvijek osjetno veći od koeficijenta trenja među hrapavim površinama čestica tla. Tako npr. za suhi i vlažni pijesak parametar φ varira između 30° i 45°, već prema zbijenosti, a kut je trenja među suhim česticama kvarca oko 7,5°, a među česticama u vodi oko 26°. Kad su čestice od kalcita parametar je 8°, odnosno 34°.



Sl. 45. Rezultat pokusa u aparatu za smicanje



Sl. 46. Čvrstoća uzorka pri različitim uvjetima dreniranja CC, CU i UU i brzina smicanja. *1* sporo smicanje, *2* brzo smicanje

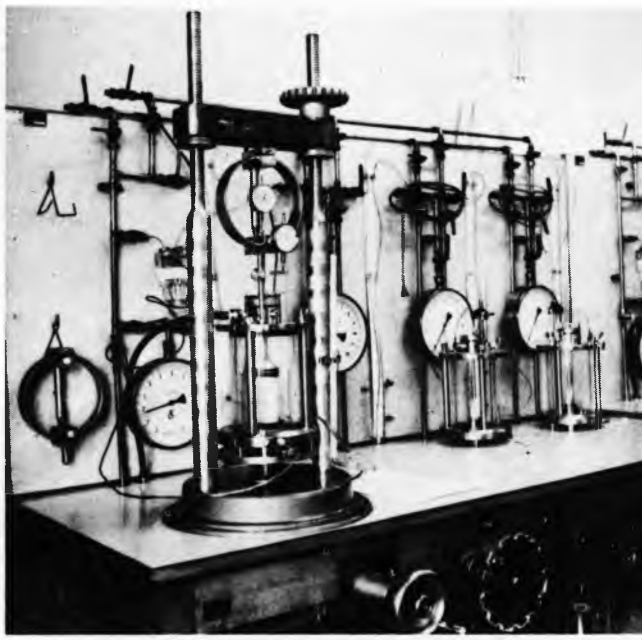
Vidi se da rezultat pokusa ovisi o načinu i o brzini opterećivanja uzorka normalnim i tangencijalnim naprezanjima, ali i o prethodnom opterećivanju. Razlike su to veće što je uzorak manje propustan, jer o propusnosti ovisi brzina konsolidacije pornog tlaka što nastaje pri promjeni srednjega glavnog i distorzijskog naprezanja. Zbog toga se uzorci ispituju tako da je: *a*) porni tlak za vrijeme cijelog pokusa $u = 0$ — *drenirani pokus CC*, *b*) porni tlak od normalnog naprezanja $u = 0$, a od tangencijalnog opterećenja $u \lesseqgtr 0$ — *drenirani nekonsolidirani pokus CU i c*) porni tlak od normalnog i od tangencijalnog *napona* $u > 0$ — *nekonsolidirani pokus UU*. U normalno konsolidiranom uzorku najveća čvrstoća se dobiva pokusom CC, a najmanja pokusom UU (sl. 46). Razlika je to veća što je materijal manje propustan. Zbog toga valja odabrati vrste pokusa prema propusnosti tla i uvjetima konsolidacije. U uzorku tla, koje je bilo jače prekonsolidirano ($\sigma_p > \sum g\varrho\Delta z$), može smicanje uzrokovati povećanje volumena, a time negativan porni tlak i povećanje efektivnih naprezanja i čvrstoće u konsolidiranom brzom pokusu CU, odnosno smanjenje pornog tlaka u brzom pokusu UU. Veličina tog efekta također ovisi o propusnosti uzorka i o brzini smicanja.

Rezultat pokusa UU bit će mjerodavan za ocjenu sloma pod građevinom koja će se brzo graditi i opteretiti na malo propusnom tlu velike debljine, a pokus CC za građevinu koja će se sporo graditi i opteretiti na propusnijem tlu.

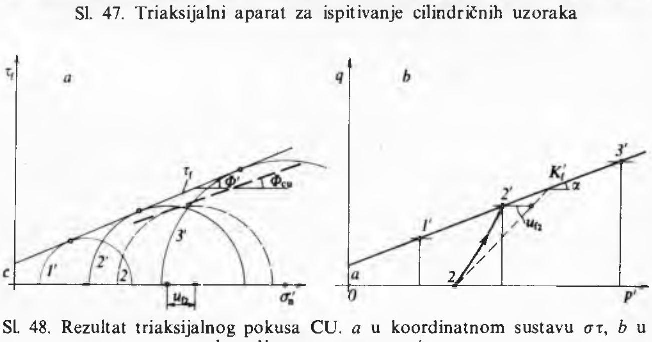
Najveća brzina izvođenja dreniranog pokusa (CC) može se izračunati iz dimenzija i propusnosti uzorka. Pokus CC za pjeskoviti materijal traje od jednog sata do više sati, a za glineni materijal više dana. Budući da se u aparatu za smicanje ne može mjeriti porni tlak za vrijeme pokusa, jednoznačni su jedino rezultati pokusa CC i pokusa UU na zasićenom uzorku.

Rezultati pokusa CU ne mogu se pouzdano primijeniti kad tlo nije zasićeno i kad je konsolidacija pod građevinom djelomična.

Ta se poteškoća izbjegava ispitivanjem cilindričnih uzoraka u triaksijalnom aparatu (sl. 47), s radijalno simetričnim tenzorom glavnih naprezanja, $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$. Uzorak se postavi na postolje, na uzorak kapa i oko njega gumena membrana koja sprečava dodir uzorka s vodom u komori aparata. Uzorak leži na propusnoj pločici zasićenoj vodom, a u postolju je provrt koji ga spaja sa uređajem za dreniranje ili za mjerenje pornog tlaka u uzorku. Nakon što je uzorak ugrađen, zatvori se komora a kroz provrt u gornjoj ploči postavi se šipka na kapu uzorka, preko koje se uzorak opterećuje silom u smjeru osi. Uzorak se najprije optereti sferičnim naponom $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, zatim se povećava sila u smjeru osi uzorka ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$). U pokusu s otvorenim drenom mjeri se volumen istisnute vode ΔV_w, što odgovara promjeni volumena uzorka ΔV. U pokusu sa zatvorenim drenom može se mjeriti tlak vode (u) u porama.



Sl. 47. Triaksijalni aparat za ispitivanje cilindričnih uzoraka



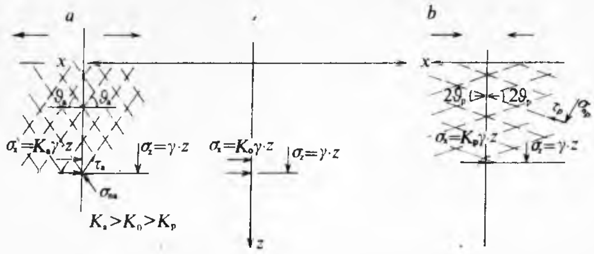
Sl. 48. Rezultat triaksijalnog pokusa CU. *a* u koordinatnom sustavu $\sigma\tau$, *b* u koordinatnom sustavu $p'q$

U triaksijalnom aparatu mogu se izvesti sva tri prije opisana tipa pokusa. U fazi konsolidacije mjeri se promjena volumena ili se mjeri porni tlak u fazi nedreniranog opterećenja. Tako se rezultati mogu prikazati u ovisnosti o efektivnim naprezanjima.

Rezultati pokusa mogu se prikazati kružnicama glavnih napona u ravnini $\tau\sigma$ (sl. 48a) ili točkama u ravnini $p' = (\sigma_1' + \sigma_3')/2$, $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ (sl. 48b). U $p'q$ ravnini prikazuje se i put naprezanja u toku pokusa (linija *0—2—2'*). Posebno se prikazuje promjena volumena ΔV, odnosno pornog tlaka u i promjena glavnih naprezanja $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_3$ u zavisnosti o deformaciji za različito opterećenje uzorke (sl. 29). Kružnice za granično opterećenje sloma barem dvaju uzoraka tangiraju anvelopu sloma u sustavu $\sigma\tau$ kojom su ravnini određeni parametri c_1' i φ'. U koordinatnom sustavu $p'q$ granična linija K_f pod nagibom α i odsječak na ordinati definiraju parametre čvrstoće:

$$\sin\varphi = \tan\alpha, \qquad c = \frac{a}{\cos\varphi}. \tag{91}$$

Čvrstoća se ispituje u triaksijalnom aparatu i u aparatima za smicanje dreniranim, drenirano-nekonsolidiranim i nekonsolidiranim pokusom. Uzorci se mogu konsolidirati izotropno ($\sigma_1 = \sigma_3$) ili anizatropno, ($\sigma_1 > \sigma_3$), pa se skraćeno označuju: CIC, CIU, CAC, CAU, i UU.



Sl. 49. Ravnine sloma i naprezanja. *a* pri rastenju, *b* pri vodoravnom zbijanju poluprostora

Coulombov zakon samo približno opisuje graničnu liniju sloma, koja je stvarno zakrivljena. Pri velikom normalnom naprezanju sile na kontaktima zrna tla postaju veoma velike, pojedina se zrna drobe te se smanjuje uklještenje među zrnima i otpor na smicanje. Ta je pojava eksperimentalno dokazana.

Ukupni otpor za smicanje zrnatog i koherentnog tla sastoji se od više komponenata, a njihov udio u ukupnom otporu ovisi o poroznosti. Te su komponente: trenje na kontaktima zrna, promjena rasporeda zrna i dilatacija volumena. Smicanje pri maloj poroznosti prati povećanje volumena, pa se troši energija za pomak u suprotnom smjeru od normalnog naprezanja. Pri veoma velikom normalnom naprezanju to povećanje volumena postaje manje, jer se više energije troši za drobljenje zrna. Što je poroznost manja to je manja i energija za promjenu rasporeda zrna. Kad je poroznost velika smicanjem se smanjuje volumen, a dio energije troši se za raspoređivanje zrna. Pri kritičnoj poroznosti ne mijenja se volumen u zoni smicanja, a energija se troši samo na trenje i promjenu rasporeda zrna.

Tipične vrijednosti čvrstoće na smicanje nekoherentnih materijala daje tabl. 8, a utjecaj oblika zrna i granulometrijskog sastava na čvrstoću na smicanje nekoherentnog tla tabl. 9.

Tablica 8
TIPIČNE VRIJEDNOSTI ČVRSTOĆE NA SMICANJE (KUT φ) NEKOHERENTNIH MATERIJALA

	Rahlo tlo	*Srednje tlo*	*Zbijeno tlo*	*Kut prirodnog pokosa*
Jednoličan sitan do srednji pijesak (SU) i prašinast pijesak (SF_s)	25···30°	28···33°	30···35°	25···30°
Dobro graduiran pijesak (SW)	29···34°	34···40°	39···45°	29···34°
Šljunkovit pijesak (GW)	32···35°	35···42°	42···45°	32···35°

Tablica 9
UTJECAJ OBLIKA ZRNA I GRANULACIJSKOG SASTAVA NA ČVRSTOĆU NA SMICANJE (KUT φ) NEKOHERENTNOG TLA

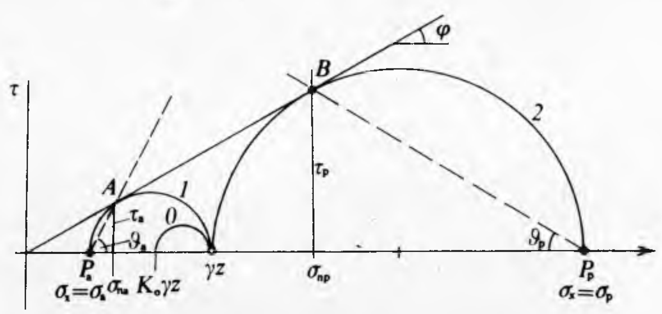
	Rahlo tlo	*Zbijeno tlo*
Zaobljena zrna, jednolično graduirano (U)	30°	37°
Uglasta zrna, jednolično graduirano (U)	35°	43°
Zaobljena zrna, dobro graduirano (W)	34°	40°
Uglasta zrna, dobro graduirano (W)	39°	45°

Navedeni podaci su informativni i mogu služiti samo za ocjenu vrijednosti. Pri rješavanju problema valja ustanoviti parametre iz pokusa na mjerodavnim uzorcima.

Parametri čvrstoće za koherentne materijale znatno ovise o prethodnom opterećenju i o mineraloškom sastavu, a čvrstoća i o brzini opterećenja, uvjetima dreniranja i veličini nastale deformacije. Zato ni informativni podaci o c i φ nemaju nikakve vrijednosti. Za svaki slučaj valja ispitati uzorke u laboratoriju, a način ispitivanja valja prilagoditi problemu koji se obrađuje.

Geostatički računi za granična stanja ravnoteže

Poluprostor. Ako se zemljana masa u poluprostoru vodoravno homogeno ekspandira ili zbije (sl. 49), promijenit će se vodoravna naprezanja na okomitim ravninama. Vodoravna naprezanja smanjit će se pri ekspanziji, a povećati pri zbijanju, ali samo do nekog graničnog intenziteta, nakon čega dalja ekspanzija, odnosno zbijanje, samo povećavaju deformaciju bez promjene vodoravnih naprezanja. Granična naprezanja u nekoherentnom tlu računaju se iz Mohrovih kružnica (sl. 50). Kružnica *0* vrijedi za početno stanje kad je $\sigma_x < \sigma_z$, gdje su σ_x i σ_z glavna naprezanja. Ekspandiranjem se smanjuje σ_x, a promjer kružnice se povećava sve dok u točki A kružnica naprezanja ne dodirne Mohr-Coulombov pravac $\tau_f = \sigma_n \tan\varphi$. Tada na svim ravninama u prostoru s nagibom $\pm\vartheta_a$ nastaje slom uz naprezanje (σ_{na}, τ_{fa}), pa je tada postignuto *aktivno granično stanje ravnoteže* s minimalnim vodoravnim naprezanjem $\sigma_x = \sigma_a$. Obratno je kad se prostor zbije u vodoravnom smjeru. Tada se prvobitno vodoravno naprezanje povećava, Mohrova kružnica se najprije smanjuje pa se ponovno povećava sve dok ne tangira anvelopu sloma u točki B (sl. 50). Tada na ravninama pod kutom $\pm\vartheta_p$ nastaje slom uz naprezanje (σ_{np}, τ_{fp}), pa je tada postignuto *pasivno granično stanje ravnoteže* s maksimalnim vodoravnim naprezanjima $\sigma_x = \sigma_p$.



Sl. 50. Mohrove kružnice i vodoravna naprezanja. *1* za aktivno, *2* za pasivno stanje sloma poluprostora

Iz geometrijskih odnosa dobiva se:

$$\sigma_a = g\varrho z \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = K_a g\varrho z, \tag{92}$$

$$\sigma_p = g\varrho z \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = K_p g\varrho z. \tag{93}$$

Može se lako pokazati (pomoću Mohrova dijagrama) da za koherentno tlo vrijedi

$$\sigma_a = K_a g\varrho z - 2c\sqrt{K_a}, \tag{94}$$

$$\sigma_p = K_p g\varrho z + 2c\sqrt{K_p}. \tag{95}$$

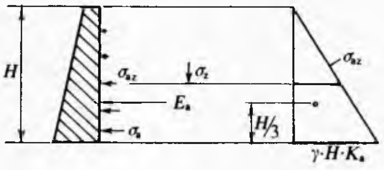
gdje je c parametar čvrstoće iz (91).

Tlak na potporne konstrukcije. Određivanje toga tlaka potrebno je za proračun sila koje djeluju na konstrukcije denivelacije na površini terena (potporni zidovi, zagatne stijene i sl.). Kad je zid uspravan, teren vodoravan i njegova stražnja ploha glatka (koeficijent trenja $f = 0$), vodoravne ravnine jesu ravnine većih, a uspravne ravnine su ravnine manjih glavnih naprezanja. Naprezanja na plohu uspravnog zida računaju se tada pomoću koeficijenta K_a.

Ako je zid visine H okomit (sl. 51), aktivni je tlak proporcionalan vertikalnom naprezanju u tlu iza zida, pa je dijagram naprezanja prikazan trokutom. Najveći je napon na dnu zida i iznosi $\sigma_{aH} = g\varrho H K_a$, a ukupna je sila koja djeluje na 1 m zida

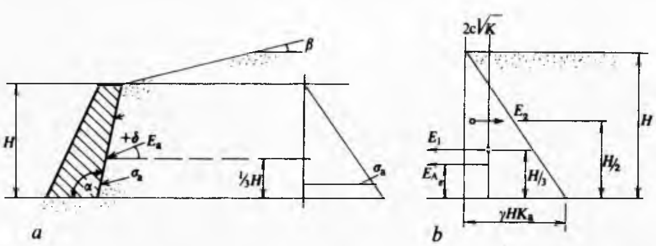
$$E_a = \int_0^H \sigma_a \mathrm{d}z = \frac{1}{2} g\varrho H^2 K_a. \tag{96}$$

Ona djeluje u težištu trokuta naprezanja na visini $H/3$ od osnovice zida.



Sl. 51. Aktivni tlak i raspodjela naprezanja na uspravni zid uz vodoravno nekoherentno tlo

Kad ti uvjeti nisu ispunjeni, ravnine su glavnih naprezanja zaokrenute i koeficijent tlaka $K_a = K(\varphi, \delta, \beta, \alpha)$ ovisi o kutovima označenim na sl. 52a. Vrijednosti kutova i koeficijent tlaka određuje se iz dijagrama u priručnicima za ravnine sloma, ili se dobivaju postupkom Caquot-Kerissel za zakrivljene plohe sloma, koje bolje zadovoljavaju uvjete ravnoteže na konturama.



Sl. 52. Aktivni tlak i raspodjela naprezanja na nagnuti zid uz nagnuto koherentno tlo

Dijagram naprezanja djelovanjem aktivnog tlaka na zid koji podupire koherentno tlo vidi se na sl. 52b. Naprezanje u svakoj točki na plohi zida određeno je relacijom (94), pa je ukupni tlak

$$E_A = \frac{1}{2} g\varrho H^2 K_a - 2cH\sqrt{K_a}. \tag{97}$$

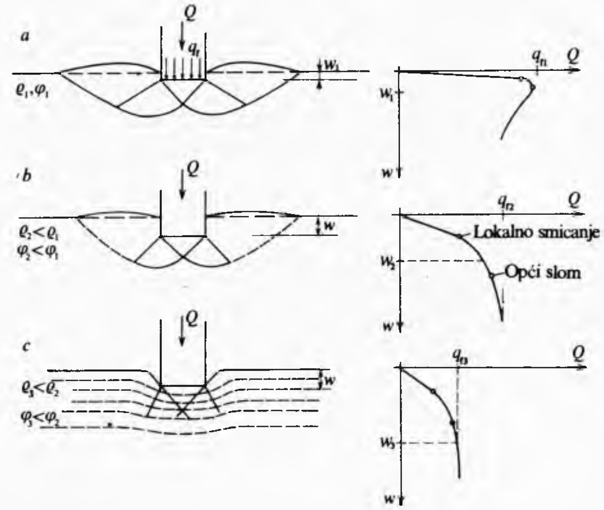
Visina na kojoj djeluje sila E_A dobiva se izjednačenjem momenata, pa je

$$e = \left(\frac{1}{2} g\varrho H^2 K_a \frac{H}{3} - 2cH\sqrt{K_a}\,\frac{1}{2}H\right) : E_a. \tag{98}$$

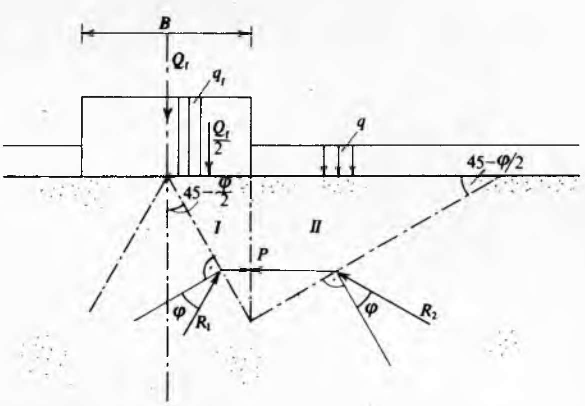
Dobiva se da je $e < H/3$.

Slom u opterećenom tlu. U tlu s vodoravnom površinom, koje je samo na dijelu površine jednolično opterećeno (npr. duga traka temelja), mijenja se tenzor u području dodatnog opterećenja, pa tada osi glavnih naprezanja rotiraju, različito u pojedinim točkama, a mijenja se i odnos među glavnim naprezanjima. Kad opterećenje dosegne kritični intenzitet q_f, nastaje u nekom području koje je omeđeno plohama sloma stanje granične ravnoteže. Nastaje slom tla u tom području, što je praćeno pojavom velikih slijeganja pod opterećenjem i izdizanja tla oko njega. Veličina pomaka i oblik područja sloma ovisi o parametrima čvrstoće i o zbijenosti tla kako je prikazano na sl. 53. U zbijenom tlu postiže se veliko kritično opterećenje q_f pri malom slijeganju, u rahlom tlu već malo opterećenje uzrokuje velik pomak uz malo kritično opterećenje q_f.

Za ilustraciju utjecaja koji definiraju kritično opterećenje q_f u ovisnosti o otporu tla na smicanje može poslužiti shema zone granične ravnoteže s ravnim plohama sloma (sl. 54). Klin



Sl. 53. Zona sloma i slijeganje prema opterećenju. *a* zbijeni, *b* srednje zbijeni, *c* rahli pijesak



Sl. 54. Shematizirana aproksimacija zone sloma i sile na granicama

I ispod opterećenja nalazi se u aktivnoj, a klin II u pasivnoj graničnoj ravnoteži.

Uz prethodno rješenje graničnih stanja, uvažavajući da je $K_a = 1/K_p$, i prema sl. 52 dobiva se rezultantna sila P na zajedničkoj ravnini između oba klina, za klin II

$$P = q\frac{B}{2}\sqrt{K_p^3} + \frac{1}{8} g\varrho B^2 K_p^2, \tag{99}$$

a za klin I

$$P = q_f \frac{B}{2\sqrt{K_p}} + \frac{1}{2} g\varrho \frac{B^2}{4}. \tag{100}$$

Izjednačenjem izraza (99) i (100) dobiva se

$$q_f = g\varrho \frac{B}{4}\left(K_p^{\frac{5}{2}} - K_p^{\frac{1}{2}}\right) + qK_p^2. \tag{101}$$

Ako se uvedu oznake

$$N_\gamma = \frac{1}{2}\left(K_p^{\frac{5}{2}} - K_p^{\frac{1}{2}}\right), \qquad N_q = K_p^2, \tag{102}$$

te se sa $q = g\varrho D$ označi opterećenje od težine okolišnog tla na razini temelja, dobiva se za opterećenje sloma

$$q_f = \frac{g\varrho B}{2} N_\gamma + g\varrho D N_q. \tag{103}$$

N_γ i N_q su faktori nosivosti i ovise samo o kutu čvrstoće na smicanje, kao i $K_p = (1 + \sin\varphi)/(1 - \sin\varphi)$.

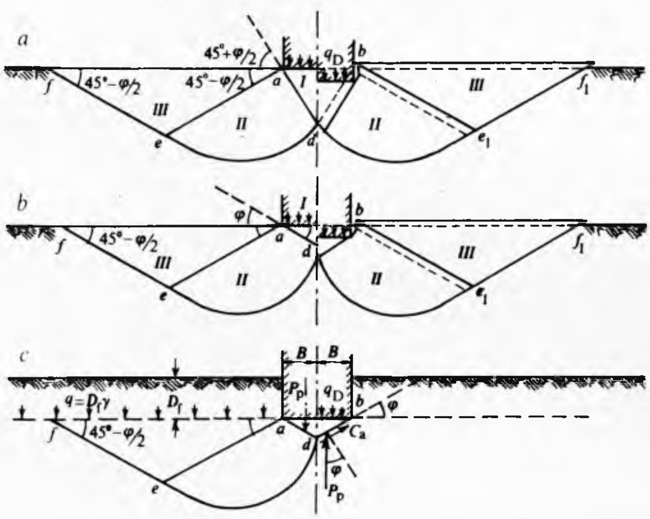
Takav proračun s ravnim graničnim plohama zone sloma daje prema iskustvu, prenisko naprezanje sloma q_f. Prvo zato jer zona sloma nije omeđena ravnim nego zakrivljenim plohama, kao na sl. 53, a drugo jer su na granici između klinova I i II zanemarena tangencijalna naprezanja. Takav proračun, međutim, pokazuje da na povećanje naprezanja sloma (q_f) ima znatan utjecaj dubina ukopavanja, da postoji utjecaj širine baze temelja i da je bitan utjecaj kuta φ s kojim naprezanje sloma naglo raste.

Točnije rješenje problema daje primjena teorije plastičnosti uz određene aproksimacije.

Mjerenja na modelima pokazuju da se stvarni oblik sloma znatno razlikuje od onoga pretpostavljenoga u približnom rješenju. Primjenom teorije plastičnosti, Prandtl je dao strogo rješenje za koherentni materijal, ali je zanemaren doprinos težine zone sloma na otpor uzduž ploha sloma. To rješenje glasi kad je površina tla opterećena sa q:

$$q_f = c N_c + q N_q, \tag{104}$$

gdje su faktori nosivosti N_c i N_q funkcije kuta φ. Oblik zone sloma (sl. 55a) ovisi o trenju između baze temelja i tla; za $f = 0$ dobiva se $\psi = 0$, a kad je $f = \tan\varphi$ dobiva se $\psi = 45° + \varphi/2$.



Sl. 55. Zone sloma ispod glatkog i hrapavog temelja. *a* glatka baza, *b* hrapava baza, *c* hrapava baza ispod površine terena

Granica je zone sloma logaritamska spirala. Terzaghi je približnim računom odredio da je povećanje naprezanja djelovanjem težine materijala u zoni sloma:

$$\Delta q_{f\varrho} = \frac{1}{2} B g \varrho N_\gamma. \tag{105}$$

Tako je za trake ukupno naprezanje sloma:

$$q_f = c N_c + \frac{1}{2} g \varrho B N_\gamma + g \varrho D N_q, \tag{106}$$

a za kvadratične temelje

$$q_f = 1{,}3 N_c + \frac{1}{2{,}5} g \varrho B N_\gamma + g \varrho D N_q. \tag{107}$$

Vrijednosti koeficijenta nosivosti prema Terzaghiju, s punim trenjem na bazi temelja, nalaze se u tabl. 10.

Terzaghi preporuča da se koeficijent nosivosti pri određivanju naprezanja sloma tla lako gnječive konzistencije, u kojem nastaju veće deformacije već pri znatno nižem opterećenju od naprezanja sloma odrede za smanjeni kut $\varphi_1 = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$, i da se računa sa smanjenom kohezijom $c_1 = 2c/3$.

Dozvoljeno opterećenje dio je naprezanja sloma, pri kojem su deformacije dovoljno male. Faktor sigurnosti F_s kvocijent je naprezanja sloma i dozvoljenog opterećenja, pa je dozvoljeno opterećenje.

$$q_a = \frac{q_f}{F_s}. \tag{108}$$

Faktorom sigurnosti obuhvaćene su slučajne pojave nejednoličnosti sastava tla, pogrešna procjena čvrstoće tla, opterećenja i slučajna preopterećenja konstrukcije. Najčešće je faktor sigurnosti $2 < F_s < 3$.

Tablica 10

VRIJEDNOSTI KOEFICIJENTA NOSIVOSTI

$\varphi°$	N_c	N_q	N_γ
0	5,7	1,0	0,0
5	7,3	1,6	0,5
10	9,6	2,7	1,2
15	12,9	4,4	2,5
20	17,7	7,4	5,0
25	25,1	12,7	9,7
30	37,2	22,5	19,7
34	52,6	36,5	35,0
35	57,8	41,4	42,4
40	96,7	81,3	100,4
45	172,3	173,3	297,5
48	258,3	287,9	780,1
50	347,5	415,1	1153,2

Stabilnost nagnutih površina terena. Što je površina terena više nagnuta, veća su tangencijalna naprezanja potrebna za održavanje ravnoteže. U prirodi su nagnute površine često na granici ravnoteže, a tangencijalna su naprezanja na granici čvrstoće, pa su dovoljni mali dodatni poremećaji da nastane slom, što se manifestira klizanjem dijela kose površine. Poremećaje mogu uzrokovati prirodne pojave kao na npr. obilne oborine nakon otapanja snijega u proljeće ili u toku otapanja. To može biti konačan rezultat geološkog procesa kad se postepeno mijenjaju svojstva tla i smanjuje njegova čvrstoća. Trajni tektonski procesi, erozija površine terena od oborina, djelovanje leda i mraza te produbljavanje vodenih korita u dolinama uzrokuju morfološke promjene terena, svojstva i čvrstoće materijala, koji u određenom trenutku mogu prouzročiti slom i klizanje. Često su to antropogeni zahvati, kao npr. promjena nagiba padina, dodatno opterećivanje, namjerno ili nenamjerno natapanje i sl. Pokrenuta masa u klizištima može iznositi samo desetak m^3, ali i više km^3. Brzina kretanja nestabilnih masa tla može biti vrlo malena (nekoliko cm/god), ali i vrlo velika (do 400 km/h).

Nestabilnost padina i zbog toga nastala klizanja tla uzrokovala su u geološkoj prošlosti veoma velike morfološke promjene pa se mogu smatrati važnim elementom geoloških procesa. Neka su klizanja uzrokovala prave katastrofe s hiljadama ljudskih žrtava i golemim materijalnim štetama. Švicarski prirodnjak i istraživač *A.* Heim iscrpno je obradio velika klizanja u dolinama alpskih masiva na osnovi povijesnih opisa događaja u prošlosti i izjava svjedoka nekoliko većih nesreća što su se desile u prošlom stoljeću. Zajednička je značajka tih pojava da su one bile uvjetovane geološkim procesima ili ljudskim djelovanjem i da su se dugo vremena prije katastrofe primjećivale pukotine na čelu nestabilnih područja. Značenje tih pukotina nije bilo na vrijeme shvaćeno ni u blizini naselja, pa su neka klizanja uzrokovala mnogo žrtava. I u nedavnoj prošlosti bilo je takvih pojava.

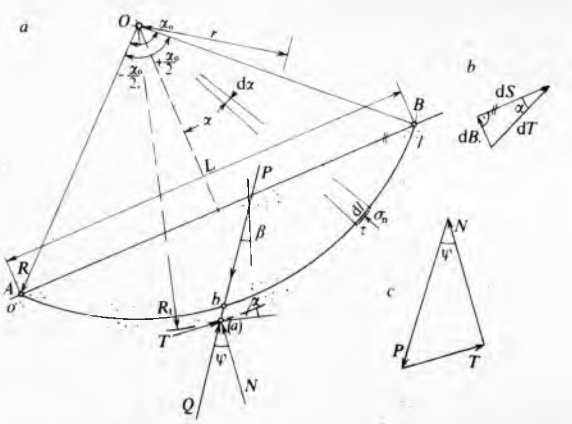
Klizanje padina Monte Toca u Italiji. Na padini tek dovršenog akumulacijskog jezera Vajont, na kojoj je 3 godine promatrana velika obodna pukotina krenulo je u noći 6. X 1963. 250 milijuna m^3 stijenja velikom brzinom u jezero Te su stijene dijelom zatrpale jezero i dosegle suprotnu obalu. Preko brane izbačeno je više od 25000 m^3 vode koja je preplavila dolinu Piave i uzrokovala 1900 poginulih i goleme štete.

Klizanje tla u Peruanskim Andama nakon potresa 31. V 1970. Tada se s vrha Huascaran na visini od 6400 m odvojilo 10 milijuna m^3 stijenja i milijun m^3 leda i krenulo niz dolinu brzinom od prosječno 300 km/h. Pri kraju puta, dugog gotovo 16 km, potpuno je zatrpano mjesto Yungay a djelomično i selo Matacato, gdje je poginulo oko 20000 ljudi.

Razumljivo je da je proučavanje uvjeta stabilnosti nagnute površine terena jedan od važnijih zadataka mehanike tla. Ono obuhvaća: projektiranje sigurnog nagiba kosina zasjeka i nasipa, prognoziranje opasnosti od klizanja postojećih padina te projektiranje zahvata za smirivanje već nastalih klizanja.

Takvi se problemi rješavaju za stanje granične ravnoteže. Neka se pretpostavi područje s granicom sloma tla i neka se izračunaju naprezanja na graničnoj plohi koji zadovoljavaju ravnotežu segmenta. Iz toga se izračuna faktor sigurnosti F_s za pretpostavljeno područje sloma kao kvocijent između čvrstoće τ_f i mobiliziranog otpora τ_m koji zadovoljava ravnotežu, $F_s = \tau_f/\tau_m$. Račun se ponavlja za više segmenata padine dok se ne nađe onaj s najmanjim faktorom sigurnosti. Granična ploha toga segmenta naziva se plohom sloma.

Proračun, međutim, nije jednostavan jer je zadatak statički neodređen. Raspolaže se samo jednadžbama ravnoteže sila i uvjetom sloma dok veze između naprezanja i deformacija za tlo nisu dovoljno određene, pa se ne mogu iskoristiti za postavljanje dodatnih jednadžbi. Zato se u proračun uvode pretpostavke kojima se povećava broj jednadžbi. To se može ilustrirati na segmentu s kružnicom kao granicom sloma u poprečnom presjeku padine od homogenog materijala (sl. 56).



Sl. 56. Grafički račun faktora sigurnosti padine za kružni segment nekoherentnog materijala. *a* segment s oznakama, *b* sile na elementu d*l* plohe sloma, *c* trokut sila na segmentu

Neka na segment djeluje rezultanta P sila teže i strujnog tlaka. Na plohu sloma djeluju normalna $\sigma_n(l)$ i tangencijalna naprezanja $\tau(l)$. Rezultante su tih naprezanja:

$$N = \int_0^l \sigma_n(l)\,dl, \tag{109}$$

$$T = \int_0^l \tau(l)\,dl. \tag{110}$$

Uvjeti su ravnoteže sila

$$\sum V = P\cos\beta - N\cos\alpha - T\sin\alpha = 0, \tag{111}$$

$$\sum H = P\sin\beta + N\sin\alpha - T\cos\alpha = 0, \tag{112}$$

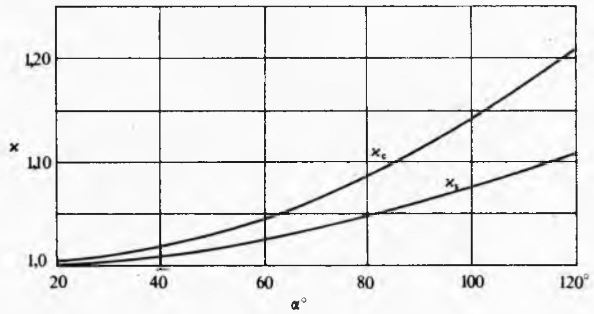
a uvjet je ravnoteže momenata oko središta kružnice

$$Pr = TR_t, \tag{113}$$

jer sila N mora prolaziti kroz središte kružnice. Uvjet je sloma

$$N\tan\varphi + cL = TF_s. \tag{114}$$

Dobiva se, dakle, sustav od četiri jednadžbe s pet nepoznanica: N, T, ψ, R_t i F_s. Sustav se može riješiti samo ako se jednom pretpostavkom uvede dodatna jednadžba. To može biti raspodjela napona $\sigma_n(l)$ uzduž kružnice kojom je određen položaj sile N, ili polumjer R_t kojim je određeno sjecište sila N, T i P, što zadovoljava uvjet ravnoteže momenata. Od mnogih mogućih pretpostavki neke se mogu unaprijed isključiti, jer su fizički nemoguće, pa ostaju pretpostavke koje se mogu upotrijebiti. Pretpostavka da je $R_t = R$ znači da su naprezanja koncentrirana u točki b na kružnici (sl. 56). Pretpostavka da je $R_t > R$ daje raspodjelu koja ima sve manja naprezanja $\sigma_n(l)$ u točki b, a neka maksimalna vrijednost za R_t daje koncentraciju naprezanja sa dvije sile na krajevima kružnice u točkama A i B. Rješenje se nalazi između tih dvaju ekstrema, što daje granične vrijednosti faktora sigurnosti F_s, između kojih je i njegova prava vrijednost. Više će se približiti pravoj vrijednosti ako se pretpostavi da je naprezanje $\sigma_n(l)$ jednoličnije raspodijeljeno uzduž kružnice, uvažavajući i uvjet da na krajevima A i B nema naprezanja ($\sigma_n = 0$). Dijagram na sl. 57 daje omjer $\varkappa = R_t/R$ za jednolično raspodijeljeno naprezanje $\sigma_n(l) =$ $=$ const. za koherentno tlo i za sinusnu raspodjelu sa $\sigma_n = 0$ na krajevima i σ_{max} u sredini luka za nekoherentno tlo. Za koherentno tlo $\tau_f = \tau(c, \varphi)$ valja primijeniti iterativni postupak, da se zadovolji uvjet

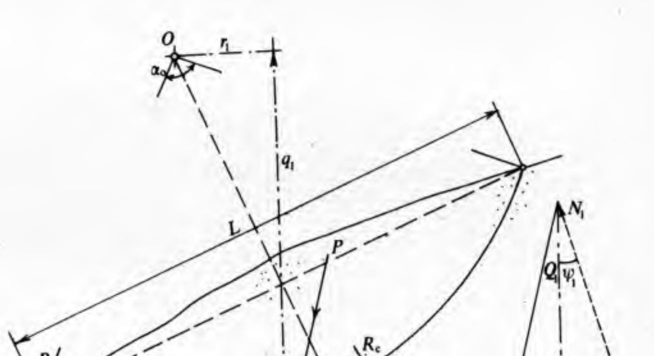


Sl. 57. Koeficijent $\varkappa_s$ za nekoherentni i $\varkappa_c$ za koherentni materijal

$$\tau_m(l) = \frac{\tau_f}{F_s} = \frac{c}{F_s} + \sigma_n \frac{\tan\varphi}{F_s}. \tag{115}$$

Na sl. 58 nalazi se primjer grafičkog rješenja.

U nehomogenoj bi se kosini, uz pretpostavke o raspodjeli normalnih napona $\sigma_n(l)$ dobilo znatno veći raspon mogućih vrijednosti F_s, pa se segment iznad plohe sloma podijeli na lamele male širine b na kojoj su c i φ konstantni. Iz uvjeta ravnoteže svake lamele (sl. 59) dobivaju se tri jednadžbe, a iz uvjeta sloma jedna jednadžba za svaku lamelu. Prema tome, $4n$ jednadžbe za n lamela. Za svaku lamelu nepoznanica je iznos sile Q, njezin položaj i nagib, a na svakoj granici između



Sl. 58. Grafički proračun faktora sigurnosti padine za kružni segment, koherentni materijal, *a* segment s oznakama, *b* poligon sila za pretpostavljeni F_{c1}, *c* grafička iteracija za dobivanje $F_s = F_c = F_\Phi$

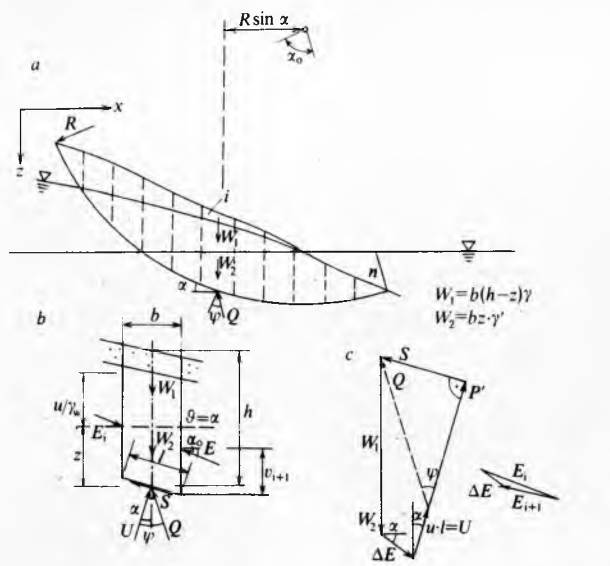
lamela nepoznanica je iznos sile E, njezin nagib ϑ i visina hvatišta v, te zajednički faktor sigurnosti F_s. Ima, dakle, $3n + 3(n-1) + 1 = 6n - 2$ nepoznanica i $4n$ jednadžba, pa ostaje $2n - 2$ prekobrojnih nepoznanica. Valja, dakle postaviti $2n - 2$ pretpostavki da bi se riješio sustav jednadžbi. To može biti npr. $n - 1$ smjerova ϑ i $n - 1$ položaja sila Q. Uz pretpostavku da je $\vartheta = 0$ i da sile Q djeluju u sredini svake lamele dobiva se faktor sigurnosti za plohu sloma kružno cilindričnog oblika

$$F_s = \frac{\sum[c'b + (W_1 + W_2 - ub)\tan\varphi']:m_\alpha}{\sum(W_1 + W_2)\sin\alpha}, \tag{116}$$

gdje je

$$m_\alpha = \cos\alpha + \sin\alpha\frac{\tan\varphi}{F_s}. \tag{117}$$

Rješenje se dobiva iterativnim postupkom koji se nastavlja dok se ne postigne $F_{\text{pret}} = F_{\text{rez}}$. Postupak konvergira u nekoliko koraka. Postoje programi za elektroničko računalo kojima se mogu istražiti plohe sloma općeg oblika i s različitim pretpostavkama o smjeru sila među lamelama. Točnost tih rješenja zadovoljava proučavanje stabilnosti prirodnih padina, projektiranje nagiba kosina nasipa i usjeka te projektiranje mjera za smirivanje već pokrenutih klizanja padina.



Sl. 59. Shema za numerički račun stabilnosti kosine. *a* segment podijeljen na lamele, *b* dimenzije i sile na lameli, *c* poligon sila za lamelu

Rezultati proračuna bit će pouzdani toliko koliko su pouzdani parametri otpornosti tla $c(x,z)$ i $\varphi(x,z)$ u padini te podaci o raspodjeli pornog tlaka $u(x,z)$ koji se uvode u proračun. Zato valja pažljivo istraživati na terenu i ispitivati uzorke u laboratoriju. Istraživanjima na terenu valja ustanoviti mjerodavne geološke činjenice, vrste i raspored različitih materijala u padini i stanje podzemne vode u širokom području. Ispitivanja u laboratoriju daju klasifikaciju vrsta tla u padini i parametre njihova stanja i svojstava — poroznost, propusnost, parametri čvrstoće i pornog tlaka. Tim se podacima može shematizirati područje onoliko koliko treba za proračun stabilnosti.

LIT.: *K. Terzaghi*, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. F. Deuticke, Leipzig 1925. — *O. K. Fröhlich*, Druckverteilung im Baugrunde. Springer Verlag, Berlin 1934. — *H. Krey*, Erddruck, Erdwiderstand. W. Ernst & Sohn, Berlin 1936. — *K. Terzaghi*, Theoretical soil mechanics J. Wiley Sons Ltd., New York 1943. — *A. Caquot, J. Kerissel*, Tables for the calculation of passive pressure, active pressure and bearing capacity of foundations (prijevod na engleski). Gauthier-Villars, Paris 1948. — *D. W. Taylor*, Fundamentals of soil mechanics. Wiley and Sons, New York 1948. — *A. Caquot, J. Kerissel*, Traité de mécanique des sols. Gauthier-Villars, Paris 1949. — *G. P. Tschebotarioff*, Soil mechanics, foundations and earth structures. McGraw-Hill, New York 1952. — *B. Hansen*, Earth pressure calculation. The Danish Technical Press, Copenhagen 1954. — *В. В. Соколовский*, Статика сыпучей среды. Госстройиздат, Москва 1960. (Engleski prijevod: Butterworth Scientific Publications, London 1960.) — *L. Šuklje*, Rheological aspects of soil mechanics. Wiley-Interscience, New York 1969. — *D. Milović*, Analiza napona i deformacija u mehanici tla. Inst. za građevinarstvo SAP Vojvodine, Subotica 1974. — *E. Nonveiller*, Mehanika tla i temeljenje građevina. Školska knjiga, Zagreb 1979.

E. Nonveiller

MEHANIKA ŽIVIH SUSTAVA, biomehanika, grana mehanike koja proučava mehaničko ponašanje živih organizama ili njihovih dijelova u normalnom i patološkom stanju, biološke reakcije na mehaničke podražaje i promjene, te primjenu uređaja i pomagala u medicini, veterini i biologiji.

Iako nema pisanih podataka, može se smatrati da se počeci biomehanike poklapaju s početkom razvoja civilizacije, što pokazuju pronađeni crteži ljudi i životinja u pokretu. Aristotel je tražio vezu fizike i života, a Hipokrit je razvio teoriju životnih sokova u čovječjem tijelu (krv, sluz, žuč i melankolija), koji su kasnije identificirani sa četiri prirodna elementa (zrak, vatra, zemlja i voda).

Razvoj znanstvene biomehanike, međutim, počinje u razdoblju renesanse. Crteži Leonarda da Vincija (1452—1519) pokazuju da je imao jasnu predodžbu o radu mišića i o njihovu djelovanju na kosti tokom kretanja. Proučavanje anatomije i leta ptica navelo je Leonarda da je konstruirao neuspjeli stroj za letenje. G. Galilei (1564—1642) u radu o čvrstoći materijala raspravljao je i o čvrstoći kostiju. W. Harvey (1578—1658) u djelu *Exercitatio anatomica de motu cordis et sanguinis in animalibus* proučavao je krvotok, pa je zaključio da uz masu krvi u ljudskom srcu od ~60 g i sa 72 otkucaja u minuti srce u jednom satu potisne ~260 kg krvi. Iz toga je zaključio da postoji stalno kruženje krvi u tijelu podržavano djelovanjem srca. S. Santorio je utvrdio vezu između težine ljudskog tijela i životne dobi, pa je ustanovio da tijelo stalno gubi težinu, što je nazvao *nevidljivim disanjem*. Ta su istraživanja poslužila kao polazna ideja za suvremena istraživanja metabolizma. G. Borelli 1608—1679) u djelu *De motu animalium* proučavao je mehaničke probleme kostura, zglobova i mišića. Osim toga, Borelli je proučavao dinamiku tijela, let ptica, plivanje riba, rad srca itd. R. Hooke (1635—1703) bavio se proučavanjem svojstava mekanog ljudskog tkiva, utvrdio je funkciju zraka u vodi u vezi s disanjem riba, a uveo je u biologiju pojam klijetke kao oznaku za elementarnu životnu česticu. L. Euler (1707—1783) opisao je strujanje krvi u žilama u djelu *Principia pro motu sanguinis per arterias determinando*. Th. Young (1773—1829) proučavao je astigmatizam, srce i krvne žile, a istraživanja u području vibracija posljedica su njegova proučavanja ljudskog glasa. Iz tih je istraživanja proistekao princip interferencije (1801). H. Helmholtz (1821—1894) proučavao je mehanizam sluha i načinio rezonator koji nosi njegovo ime. Prvi je odredio brzinu širenja nervnog impulsa (30 m/s).

BIOMEHANIKA KOŠTANOG TKIVA

Smatra se da postoji veza između strukture kostiju i njihove funkcije, ali te veze nisu još potpuno rastumačene.

Analiza mehaničkih svojstava (čvrstoća, modul elastičnosti i dr.) koštanog tkiva pokazuje da postoje velike razlike između zbijenog (*kompakta*) i spužvastog (*spongioza*) koštanog tkiva. Pokusi C. Hirscha o nosivosti bedrene kosti pokazali su da se nakon odstranjenja dijela spongioze nosivost kosti relativno malo smanjuje, približno 10···15%. Poznato je, također, da se starenjem smanjuje udio spužvastog tkiva u ukupnom koštanom tkivu. Odatle se može zaključiti da je utjecaj spongioze na nosivost kostiju još neizvjestan. Vjerojatno je da je njezino postojanje dokaz evolucijskog razvitka kostiju.

Sigurno je, međutim, da je nosivost tijela primarni zadatak kostiju, slično kao što je to zadatak elemenata tehničkih konstrukcija, ali s tom razlikom da se oblik kostiju, te njihova fizikalna i kemijska svojstva mogu mijenjati u skladu s uvjetima opterećenja.

Proučavanje naprezanja kostiju nailazi na ozbiljne teškoće. Najosjetljiviji problem je način opterećivanja pri ispitivanju, jer se pojednostavnjenjima mogu potpuno promijeniti karakteristike promatrane pojave. Poznata su ispitivanja naprezanja bedrene kosti kad je opterećenje svedeno na tri ili četiri sile, dok na bedrenu kost u živom tijelu djeluje sustav od 20 mišića. Osim toga, najveći dio površine bedrene kosti pokriven je hvatištima snažnih mišića, pa se za ispravno rješenje ne smiju zanemariti rubni uvjeti. J. Paul je do sada najtemeljitije analizirao opterećenje bedrene kosti, premda je i on proveo analizu uz podjelu djelovanja mišića na skupine, upozoravajući da je to pojednostavnjena analiza. On je mjerenjem pritiska stopala, a na osnovi oblika ekstremiteta, odredio vrijednosti sila i momenata koje zadovoljavaju ravnotežne uvjete za trenutne položaje.