

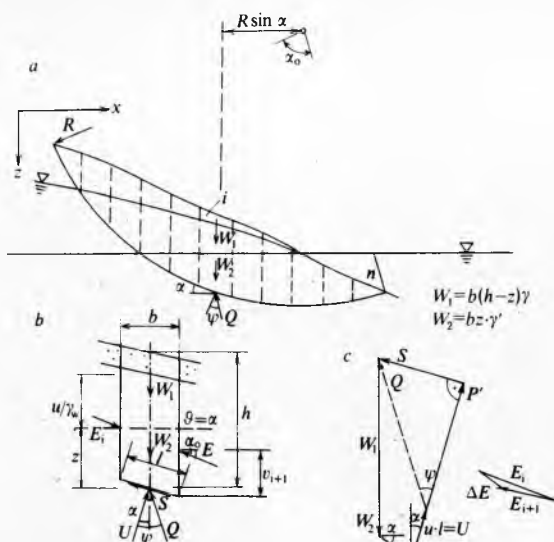
lamela nepoznanica je iznos sile E , njezin nagib ϑ i visina hvatišta v , te zajednički faktor sigurnosti F_s . Ima, dakle, $3n + 3(n-1) + 1 = 6n - 2$ nepoznanica i $4n$ jednadžba, pa ostaje $2n - 2$ prekobrojnih nepoznanica. Valja, dakle postaviti $2n - 2$ pretpostavki da bi se riješio sustav jednadžbi. To može biti npr. $n-1$ smjerova ϑ i $n-1$ položaja sila Q . Uz pretpostavku da je $\vartheta = 0$ i da sile Q djeluju u sredini svake lamele dobiva se faktor sigurnosti za plohu sloma kružno cilindričnog oblika

$$F_s = \frac{\sum [c'b + (W_1 + W_2 - ub)\tan\varphi] : m_x}{\sum (W_1 + W_2) \sin \alpha}, \quad (116)$$

gdje je

$$m_x = \cos \alpha + \sin \alpha \frac{\tan \varphi}{F_s}. \quad (117)$$

Rješenje se dobiva iterativnim postupkom koji se nastavlja dok se ne postigne $F_{\text{pret}} = F_{\text{rez}}$. Postupak konvergira u nekoliko koraka. Postoje programi za elektroničko računalo kojima se mogu istražiti plohe sloma općeg oblika i s različitim pretpostavkama o smjeru sila među lamelama. Točnost tih rješenja zadovoljava proučavanje stabilnosti prirodnih padina, projektiranje nagiba kosina nasipa i usjeka te projektiranje mjera za smirivanje već pokrenutih klizanja padina.



Sl. 59. Shema za numerički račun stabilnosti kosine. a segment podijeljen na lamele, b dimenzije i sile na lameli, c poligon sila za lamelu

Rezultati proračuna bit će pouzdani toliko koliko su pouzdani parametri otpornosti tla $c(x, z)$ i $\varphi(x, z)$ u padini te podaci o raspodjeli pornog tlaka $u(x, z)$ koji se uvode u proračun. Zato valja pažljivo istraživati na terenu i ispitivati uzorke u laboratoriju. Istraživanjima na terenu valja ustanoviti mjero-davne geološke činjenice, vrste i raspored različitih materijala u padini i stanje podzemne vode u širokom području. Ispitivanja u laboratoriju daju klasifikaciju vrsta tla u padini i parametre njihovih stanja i svojstava — poroznost, propusnost, parametri čvrstoće i pornog tlaka. Tim se podacima može shematizirati područje onoliko koliko treba za proračun stabilnosti.

LIT.: K. Terzaghi, *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*. F. Deuticke, Leipzig 1925. — O. K. Fröhlich, *Druckverteilung im Baugrunde*. Springer Verlag, Berlin 1934. — H. Krey, *Erddruck, Erdwiderstand*. W. Ernst & Sohn, Berlin 1936. — K. Terzaghi, *Theoretical soil mechanics*. J. Wiley Sons Ltd., New York 1943. — A. Caquot, J. Kerissel, *Tables for the calculation of passive pressure, active pressure and bearing capacity of foundations* (prijevod na engleski). Gauthier-Villars, Paris 1948. — D. W. Taylor, *Fundamentals of soil mechanics*. Wiley and Sons, New York 1948. — A. Caquot, J. Kerissel, *Traité de mécanique des sols*. Gauthier-Villars, Paris 1949. — G. P. Tschebotarioff, *Soil mechanics, foundations and earth structures*. McGraw-Hill, New York 1952. — B. Hansen, *Earth pressure calculation*. The Danish Technical Press, Copenhagen 1954. — B. B. Соколовский, *Статика сыпучей среды*. Госстройиздат, Москва 1960. (Engleski

prijevod: Butterworth Scientific Publications, London 1960.) — L. Suklje, *Rheological aspects of soil mechanics*. Wiley-Interscience, New York 1969. — D. Milović, *Analiza napona i deformacija u mehanici tla*. Inst. za građevinarstvo SAP Vojvodine, Subotica 1974. — E. Nonveiller, *Mehanika tla i temeljenje građevina*. Školska knjiga, Zagreb 1979.

E. Nonveiller

MEHANIKA ŽIVIH SUSTAVA, biomehanika, grana mehanike koja proučava mehaničko ponašanje živih organizama ili njihovih dijelova u normalnom i patološkom stanju, biološke reakcije na mehaničke podražaje i promjene, te primjenu uređaja i pomagala u medicini, veterini i biologiji.

Iako nema pisanih podataka, može se smatrati da se počeci biomehanike poklapaju s početkom razvoja civilizacije, što pokazuju pronađeni crteži ljudi i životinja u pokretu. Aristotel je tražio vezu fizike i života, a Hipokrat je razvio teoriju životnih sokova u čovječjem tijelu (krv, sluz, žuč i melankolija), koji su kasnije identificirani sa četiri prirodna elementa (zrak, vatra, zemlja i voda).

Razvoj znanstvene biomehanike, međutim, počinje u razdoblju renesanse. Crteži Leonarda da Vincija (1452—1519) pokazuju da je imao jasnu predodžbu o radu mišića i o njihovoj djelovanju na kosti tokom kretanja. Proučavanje anatomije i leta ptica navelo je Leonarda da je konstruirao neuspjeli stroj za letenje. G. Galilei (1564—1642) u radu o čvrstoći materijala raspravljao je i o čvrstoći kostiju. W. Harvey (1578—1658) u djelu *Exercitatio anatomica de motu cordis et sanguinis in animalibus* proučavao je krvotok, pa je zaključio da uz masu krvi u ljudskom srcu od ~60 g i sa 72 otkucaja u minuti srce u jednom satu potisne ~260 kg krvi. Iz toga je zaključio da postoji stalno kruženje krvi u tijelu podržavano djelovanjem srca. S. Santorio je utvrdio vezu između težine ljudskog tijela i životne dobi, pa je ustanovio da tijelo stalno gubi težinu, što je nazvao *nevidljivim disanjem*. Ta su istraživanja poslužila kao polazna ideja za suvremena istraživanja metabolizma. G. Borelli 1608—1679) u djelu *De motu animalium* proučavao je mehaničke probleme kostura, zglobova i mišića. Osim toga, Borelli je proučavao dinamiku tijela, let ptica, plivanje riba, rad srca itd. R. Hooke (1635—1703) bavio se proučavanjem svojstava mekanog ljudskog tkiva, utvrdio je funkciju zraka u vodi u vezi s disanjem riba, a uveo je u biologiju pojam klijetke kao oznaku za elementarnu životnu česticu. L. Euler (1707—1783) opisao je strujanje krvi u žilama u djelu *Principia pro motu sanguinis per arterias determinando*. Th. Young (1773—1829) proučavao je astigmatizam, srce i krvne žile, a istraživanja u području vibracija posljedica su njegova proučavanja ljudskog glasa. Iz tih je istraživanja proistekao princip interferencije (1801). H. Helmholtz (1821—1894) proučavao je mehanizam sluha i načinio rezonator koji nosi njegovo ime. Prvi je odredio brzinu širenja nervnog impulsa (30 m/s).

BIOMEHANIKA KOŠTANOG TKIVA

Smatra se da postoji veza između strukture kostiju i njihove funkcije, ali te veze nisu još potpuno rastumačene.

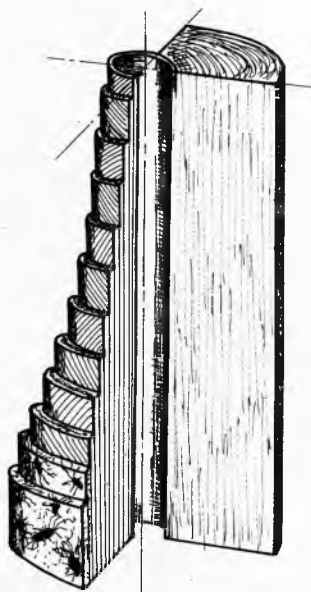
Analiza mehaničkih svojstava (čvrstoća, modul elastičnosti i dr.) koštanog tkiva pokazuje da postoje velike razlike između zbijenog (*kompakta*) i spužvastog (*spongioza*) koštanog tkiva. Pokusi C. Hirscha o nosivosti bedrene kosti pokazali su da se nakon odstranjenja dijela spongioze nosivost kosti relativno malo smanjuje, približno 10...15%. Poznato je, također, da se starenjem smanjuje udio spužvastog tkiva u ukupnom koštanom tkivu. Odatle se može zaključiti da je utjecaj spongioze na nosivost kostiju još neizvjestan. Vjerojatno je da je njezino postojanje dokaz evolucijskog razvitka kostiju.

Sigurno je, međutim, da je nosivost tijela primarni zadatak kostiju, slično kao što je to zadatak elemenata tehničkih konstrukcija, ali s tom razlikom da se oblik kostiju, te njihova fizikalna i kemijska svojstva mogu mijenjati u skladu s uvjetima opterećenja.

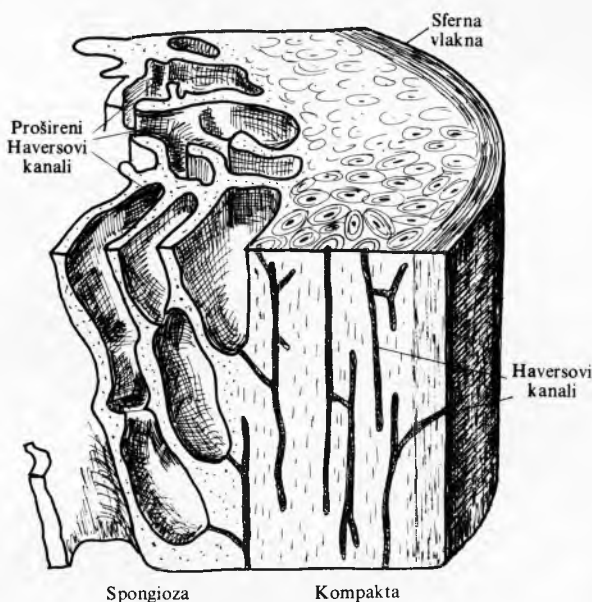
Proučavanje naprezanja kostiju nailazi na ozbiljne teškoće. Najosjetljiviji problem je način opterećivanja pri ispitivanju, jer se pojednostavnjenjima mogu potpuno promijeniti karakteristike promatrane pojave. Poznata su ispitivanja naprezanja bedrene kosti kad je opterećenje svedeno na tri ili četiri sile, dok na bedrenu kost u živom tijelu djeluje sustav od 20 mišića. Osim toga, najveći dio površine bedrene kosti pokriven je hvatištima snažnih mišića, pa se za ispravno rješenje ne smiju zanemariti rubni uvjeti. J. Paul je do sada najtemeljitiije analizirao opterećenje bedrene kosti, premda je i on proveo analizu uz podjelu djelovanja mišića na skupine, upozoravajući da je to pojednostavnjena analiza. On je mjerenjem pritiska stopala, a na osnovi oblika ekstremiteta, odredio vrijednosti sila i momenata koje zadovoljavaju ravnotežne uvjete za trenutne položaje.

Struktura koštanog tkiva. Koštano tkivo ima vrlo složenu strukturu; tj. raspodjelu prema vrsti, obliku i dimenzijama. H. Peterson i K. Knese svrstali su strukturu koštane tvari prema redu veličine dimenzija u šest grupa: 1. raspodjela na zbijeno i spužvasto tkivo, 2. topografska raspodjela spužvastog tkiva, 3. lamelarni sustavi, osteoni (čestice koštanog tkiva) i tangencijalne lamele, 4. ostale lamele, 5. organska i anorganska supstancija i 6. molekularna (ultrastrukturna) komponenta supstancija.

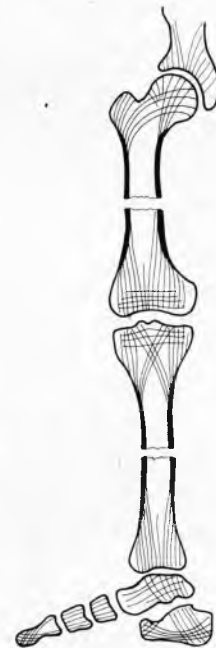
Zbijeno koštano tkivo (kompakta) složeni je materijal nastao prirodnim putem, djelovanjem ne samo genetskih uvjeta razvitka nego i mehaničkih sila. Promatrajući kompaktnu kao petu grupu reda veličine dimenzija, njenu strukturu čini mnoštvo kristala hidroksiapatita, $\text{Ca}(\text{PO}_4)_2$, koji su poredani jedan iza drugoga. U četvrtoj grupi kompakte pojavljuju se snopovi kolagenih vlakana koja su većinom usporedna i koja sadrže spomenute kristale, a uz to postoji čvrsta veza između vlakana i kristala. Snopovi vlakana namotani su helikoidalno, pa promatrajući ih kao treću grupu prema redu veličine dimenzija izgledaju kao valjci s nekoliko slojeva (sl. 1). Kut uspona tih snopova iznosi $\sim 45^\circ$ s obzirom na uzdužnu os. Jedna skupina valjaka ima pozitivni, a druga negativni kut uspona. Takav slojeviti sustav valjaka oblikuje osteone, unutar kojih se nalaze uzdužni (tzv. Haversovi kanali, sl. 2) i poprečni (tzv. Volkmannovi) kanali u kojima su smještene krvne žile.



Sl. 1. Presjek kroz dio kompakte koji je sastavljen od helikoidno namotanih slojeva kolagenskih vlakana



Sl. 2. Presjeci kroz slojeve kompakte i spongioze



Sl. 3. Sustav nosivih lamela u kostima

Kao i svaki živi organski sustav, koštano tkivo stalno raste i odumire. Dinamika rasta ovisi o životnoj dobi, ali i o biokemijskim i biomehaničkim činiocima. Zbog toga u kompaktnu zajedno s neoštećenim osteonima postoje i oni koji odumiru i oni koji se stvaraju. Neoštećeni osteoni međusobno su povezani osnovnom ljepljivom tvari ili su povezani s osteonima koji odumiru, odnosno koji se stvaraju. Zbog takve građe mogu se protumačiti razlike među fizikalnim svojstvima kompakte u različitim smjerovima.

Spužvasto koštano tkivo (spongioza) jest, prema strukturi, prostorni sustav pločica koje tvore koštane stanice i osnovna koštana tvar.

U raspravi o tzv. arhitekturi spongioze H. Meyer (1886) pokušao je rastumačiti nosivost spongioze. K. Culmann je poslije zajedno s Meyerom razradio teoriju o konstrukciji lamela s mehaničkog gledišta (sl. 3), za koju su mislili da je idealna konstrukcija koja može biti uzor za konstrukciju dizalica. J. Wolf postavio je u skladu s Meyer-Culmannovom teorijom zakon o prilagodbi kostiju, pa je smatrao da najveće

opterećenje bedrene kosti iznosi 800 N. U raspravi o prilagodbi kostiju W. Roux je djelomično prihvatio Wolffov zakon i uveo pojam *funkcionalna prilagodba kostiju* (1893).

Meyer-Culmannova teorija, međutim, nije općenito prihvaćena, jer uvjeti opterećenja u stvarnosti nisu tako jednostavni kako se to pretpostavljalo. Da bi se, naime, odredile trajektorije naprezanja, potrebno je poznavati sveukupno opterećenje kosti.

Fizikalna svojstva kostiju ovise o smjeru djelovanja sila, ali i o dijelu kosti.

Tablica 1
MODUL ELASTIČNOSTI KOMPAKTE
(prema Dempsteru)

E_L		E_R		E_T	
kN/cm ²	%	kN/cm ²	%	kN/cm ²	%
1157	100	1020	88	843	73
1353	100	755	56	853	63
1059	100	628	59	657	62
1324	100	461	35	647	49
Srednja vrijednost macerirane suhe kompakte					
1206 ± 255	100	755 ± 206	52 ± 17	628 ± 160	52 ± 13

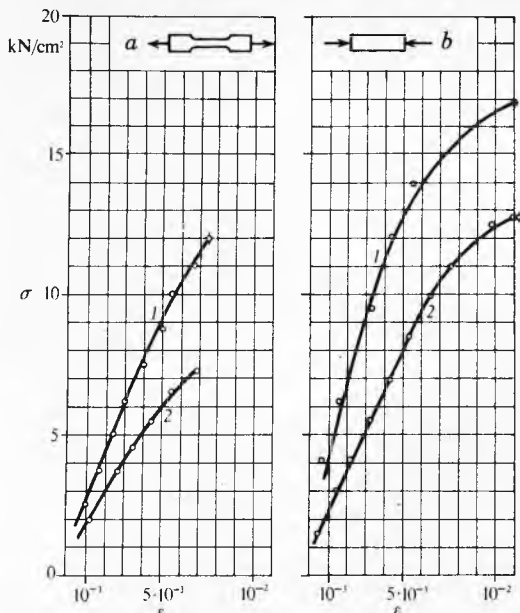
Zbijena kost. Podaci o vrijednostima modula elastičnosti (E) i tlačne čvrstoće (σ) kompakte prema ispitivanjima W. T. Dempstera nalaze se u tabl. 1 i 2. Ispitivani su prizmatični uzorci duljine 3...5 cm koji su izrezani iz macerirane (isprane)

Tablica 2
TLAČNA ČVRSTOĆA KOMPAKTE
(prema Dempsteru)

σ_L		σ_R		σ_T	
kN/cm ²	%	kN/cm ²	%	kN/cm ²	%
23,05	100	19,22	83	16,67	72
21,67	100	14,81	69	15,20	70
18,83	100	12,01	64	10,44	56
20,79	100	13,34	63	13,39	64
Srednja vrijednost macerirane suhe kompakte					
$20,45 \pm 1,78$	100	$13,24 \pm 2,16$	$65 \pm 10,7$	$12,85 \pm 2,11$	$63 \pm 10,4$
Srednja vrijednost macerirane vlažne (24 sata u vodi namočene) kompakte					
13,14	100	$11,67 \pm 3,16$	89 ± 24	$10,59 \pm 1,92$	$82 \pm 14,6$

kosti (suha kost) i iz macerirane kosti koja je 24 sata odležala u vodi (vlažna kost). Podaci se odnose na naprezanja u uzdužnom (indeks L), radijalnom (R) i tangencijalnom (T) smjeru.

Na sl. 4 prikazana je ovisnost tlačne i vlačne čvrstoće zbijene kosti o relativnoj deformaciji, također za suhu i mokru kost.



Sl. 4. Ovisnost čvrstoće σ kompakte o relativnoj deformaciji ε . a za vlačno, b za tlačno naprezanje: 1 suhi, 2 namočeni uzorak

Treba spomenuti da se pojavljuju znatne teškoće pri ispitivanju fizikalnih svojstava kostiju, i to uglavnom zbog izradbe koštanih uzoraka potrebnih dimenzija i zbog složenosti pripreme tih uzoraka (ostvarenje paralelnosti osi uzorka sa smjerom vlakana i sl.).

Ispitivanja K. Knesea provedena sa svježom kompaktnom, i to u uzdužnom smjeru, dala su sljedeće vrijednosti čvrstoće kompakte (kN/cm^2):

tlak, valjak	$\sigma_t = 12,10 \dots 20,15$
pravokutna prizma	$\sigma_t = 12,0$
vlak, pravokutna prizma	$\sigma_v = 6,6 \dots 13,2$
savijanje, pravokutna prizma	$\sigma_s = 9,3 \dots 21,1$
torzija, valjak	$\tau = 0,575 \sigma_t$

i sljedeće vrijednosti modula elastičnosti (kN/cm^2):

tlak	$E_L = 2065 \dots 2380$
savijanje	$E_s = 570 \dots 2190$
torzija	$G = 500,4$

Zanimljivo je da svježa kompakta ima vrijednosti modula elastičnosti i čvrstoće vrlo slične vrijednostima za bakar i neke aluminijске legure. Osim toga, drvo ima manju tlačnu od vlačne čvrstoće, dok ljudska kost ima redovito veću tlačnu od vlačne čvrstoće.

Tablica 3
TLAČNA ČVRSTOĆA I MODUL ELASTIČNOSTI SPONGIOZE
(prema Evansu)

Mjesto	Uzorak	σ N/cm^2	E N/cm^2
Superiorno- inferiorno	S	276,5	24517
	C	211,8	12454
Anteriorno- posteriorno	S	210,8	20888
	C	429,5	16867
Uzduž vrata	S	432,4	38442
Lateralno- medijalno	S	412,8	61291
	C	1159,1	45601
Uzorak: S: $0,8 \times 0,8 \times 2,5 \text{ cm}$ C: $0,8 \times 0,8 \times 0,8 \text{ cm}$			

Osim ispitivanja za određivanje statičke čvrstoće, provođena su i dinamička ispitivanja. Tako su F. G. Evans i M. Lebov odredili da dinamička čvrstoća zbijene kosti iznosi $\sigma_{\text{din}} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$, što je približno polovica srednje vrijednosti vlačne čvrstoće svježe kosti.

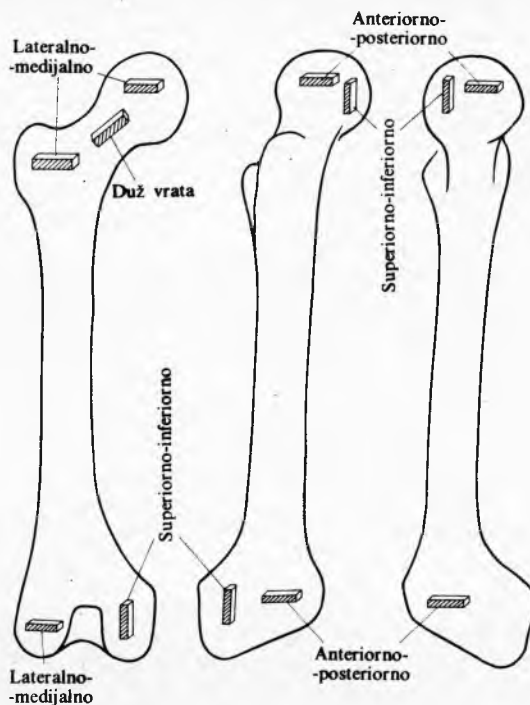
Broj je ciklusa opterećenja pri određivanju trajne dinamičke čvrstoće 47 goljeničnih kostiju iznosio (prosjeck, a u zgradama granične vrijednosti):

proksimalni (gornji) dio	914 583 (57 000...256 400)
srednja trećina	2800 117 (47 000...619 100)
distalni (donji) dio	1 775 000 (84 000...6 541 000)

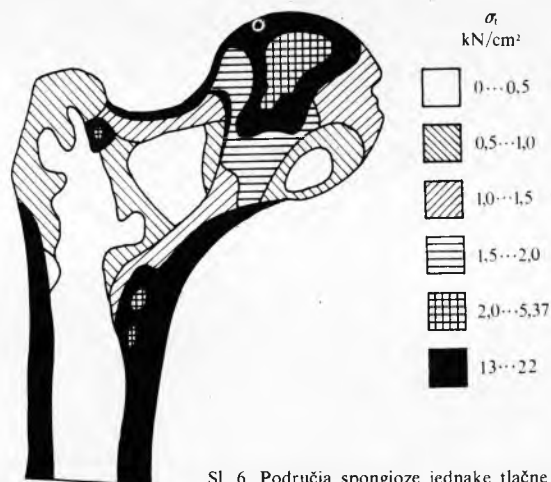
Uz rezultate tih ispitivanja, na žalost, nisu navedeni podaci o starosnoj dobi ispitivanih kostiju, a niti detaljniji podaci o mjestu odakle su uzimani uzorci, pa navedeni rezultati mogu služiti samo kao gruba orijentacija. To pogotovo zbog toga jer bi se iz tih podataka moglo krivo zaključiti da srednji dio ima najveću dinamičku čvrstoću.

Ispitivanje fizikalnih svojstava kompakte još ne daje pouzdaniji sustav podataka. Da bi se on dobio, potrebno je, naime, uvesti standarde za ispitivanje, a koji, međutim, još ne postoje.

Spužvasta kost je istodobno i anizotropna i nehomogena tvar. Zbog toga je i teško odrediti fizikalne karakteristike. Osim toga, struktura, npr., u glavi bedrene kosti navodi na



Sl. 5. Položaji uzoraka za ispitivanje čvrstoće i modula elastičnosti spongioze



Sl. 6. Područja spongioze jednake tlačne čvrstoće

pomisao da su gređice spužvaste kosti istog smjera i smisla kao i trajektorije naprezanja.

Ispitivanja za određivanje tlačne, čvrstoće i modula elastičnosti (F. Evans i A. King, tabl. 3, sl. 5) pokazuju da postoje vrlo velike razlike fizikalnih svojstava spongioze, što otežava određivanje odnosa između čvrstoće i deformacija. Osim toga, pri ispitivanju pojavljuje se koncentracija naprezanja na dodirnim plohama (St. Venantov princip), pa na rubovima nastaje popuštanje materijala. Zbog toga se rezultati ispitivanja bitno razlikuju od stvarnog stanja, što još više smanjuje vrijednost rezultata ispitivanja.

Na sl. 6 vidi se raspodjela spongioze na područja s jednakim vrijednostima tlačne čvrstoće prema Dietrichu. Ispitivanja su pokazala da tlačna čvrstoća ovisi o gustoći spongioze. Područja manje čvrstoće mogu se smatrati elastičnim jastukom.

Osnovne jednadžbe za kompaktnu kost. Prema utvrđenim fizikalnim svojstvima očito je zbijena kost neizotropan materijal. Ako se, međutim, pretpostavi da su moduli elastičnosti u pravcu tangencijalne i radijalne osi jednaki, ali različiti od onoga u pravcu uzdužne, ali ortogonalne osi, tada je takav materijal transverzalno izotropan.

Generalizirani je oblik Hookeova zakona

$$\sigma_{ik} = A_{ik, mn} \varepsilon_{mn}, \quad (1)$$

a u razvijenom obliku glasi

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\nu}{E} \sigma_y - \frac{\nu'}{E'} \sigma_z, \quad (2a)$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_x + \frac{1}{E} \sigma_y - \frac{\nu'}{E'} \sigma_z, \quad (2b)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu''}{E} \sigma_x - \frac{\nu''}{E} \sigma_y + \frac{1}{E'} \sigma_z, \quad (2c)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G'} \tau_{yz}, \quad (2d)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G'} \tau_{xz}, \quad (2e)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}, \quad (2f)$$

gdje je E modul elastičnosti u ravnini izotropije xy , $G = \frac{1}{2}E(1 + \nu)$ modul smicanja u ravnini izotropije xy , E' modul elastičnosti u smjeru okomitom na ravninu xy , G' modul smicanja u smjeru okomitom na ravninu xy , ν Poissonov koeficijent koji karakterizira skraćanje u ravnini izotropije pri rastezanju u toj ravnini, ν' Poissonov koeficijent koji karakterizira skraćanje u ravnini izotropije pri rastezanju u smjeru okomitom na tu ravninu, a ν'' Poissonov koeficijent koji karakterizira skraćanje u pravcu okomitom na ravninu izotropije pri rastezanju u toj ravnini.

Uzevši u obzir da vrijedi

$$\nu'' E' = \nu' E, \quad (3)$$

jednadžba (2a) može se napisati u obliku

$$\sigma_z = \frac{\nu'}{E'} \sigma_x - \frac{\nu'}{E'} \sigma_y + \frac{1}{E'} \sigma_z. \quad (4)$$

Fizikalne konstante sadržane su u sljedećim veličinama: E , E' , G , G' , ν i ν' . Iz teorije elastičnosti (v. *Nauka o čvrstoći*), međutim, poznato je da se pomoću pet poznatih konstanata može odrediti i šesta. Kad je materijal izotropan, potrebno je poznavati dvije konstante (npr. E i ν), pa se pomoću njih može odrediti treća (G).

Kad se promijeni orijentacija osi koordinatnog sustava, mijenjaju se i vrijednosti elastičnih konstanata, što slijedi iz generaliziranog Hookeova zakona. Te se promjene mogu prikazati prostornim zakrivljenim plohama. Tako se za transverzalno izotropno tijelo dobiva sljedeća jednadžba plohe smjera modula elastičnosti:

$$\frac{x^4}{E} + \frac{y^4}{E'} + \frac{z^4}{E'} + \left(\frac{1}{G} - \frac{2\nu}{E} \right) x^2 y^2 + \left(\frac{1}{G'} - \frac{2\nu'}{E'} \right) x^2 z^2 +$$

$$+ \left(\frac{1}{G'} - \frac{2\nu'}{E'} \right) y^2 z^2 = \frac{1}{E}, \quad (5)$$

pa je krivulja smjera koja nastaje presjekom plohe s ravninom Oxy :

$$\lambda x^4 + 2Bx^2 y^2 + y^4 = \lambda, \quad (6)$$

gdje je

$$\lambda = \frac{E'}{E} \quad \text{ i } \quad B = \frac{E}{2G} - \nu. \quad (7)$$

U sličnom obliku dobivaju se i jednadžbe ploha smjerova ostalih fizikalnih konstanti. Npr. jednadžba koeficijenta smjera modula elastičnosti u ravnini elastične simetrije glasi

$$(x^2 - y^2) + 4C_1 x^2 y^2 = 1, \quad (8)$$

gdje je

$$C_1 = G \left(\frac{1 + 2\nu}{E} + \frac{1}{E'} \right). \quad (9)$$

Krivulje smjera modula elastičnosti mogu se odrediti pomoću sljedećih fizikalnih konstanti (podaci iz literature i rezultata mjerenja): $E' = 2065 \dots 2380 \text{ kN/cm}^2$ ($E'_{\text{sr}} = 2222 \text{ kN/cm}^2$), $G' = 500,4 \text{ kN/cm}^2$, $\nu = 0,25$ i $\nu' = 0,50$. Uz $E'/E = 1,92 \dots 2$ i $B = 1$, dobiva se $E = 1130 \text{ kN/cm}^2$ i $G = 760 \text{ kN/cm}^2$. Uz te vrijednosti fizikalnih konstanata krivulja je smjera modula elastičnosti u ravnini Oxz

$$1,97x^4 + 3,44x^2 z^2 + z^4 = 1,97,$$

a u ravnini Oyz

$$1,97y^4 + 3,44y^2 z^2 + z^4 = 1,97.$$

Krivulja je smjera modula smicanja u ravnini Oxy određena jednadžbom

$$(x^2 - y^2)^2 + 4C_1 x^2 y^2 = 1, \quad (10)$$

gdje je C_1 konstanta određena relacijom (9), pa za navedene konstante vrijedi

$$x^4 + 4,36x^2 y^2 + y^4 = 1.$$

U ravnini Oxz jednadžba je krivulje smjera modula smicanja

$$(x^2 - z^2)^2 + 4C_2 x^2 z^2 = 1, \quad (11)$$

gdje je konstanta

$$C_2 = G' \left(\frac{1 + 2\nu'}{E'} + \frac{1}{E'} \right), \quad (12)$$

pa uz već navedene vrijednosti konstanata vrijedi

$$x^4 + 1,56x^2 z^2 + z^4 = 1.$$

Napokon, u ravnini Oyz jednadžba je krivulje smjera modula smicanja

$$(y^2 - z^2)^2 + 4C_2 y^2 z^2 = 1, \quad (13)$$

pa vrijedi

$$y^4 + 1,56y^2 z^2 + z^4 = 1.$$

Iz navedenih jednadžbi vidi se sva složenost međusobnih odnosa fizikalnih konstanata prema odabranom smjeru za njihov prikaz.

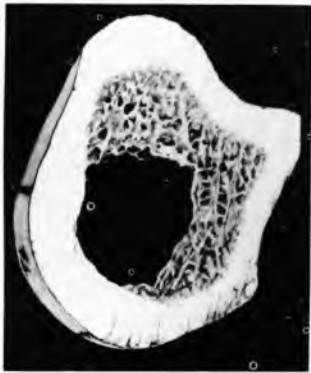
Poznavanje fizikalnih konstanata, a time i naprezanja (σ) i deformacija (ε), otežano je i zbog promjenljivosti fizikalnih svojstava kostiju. J. D. Currey utvrdio je, naime, da se moduli elastičnosti kompakte vrlo brzo mijenjaju prema sadržaju minerala. Te su promjene vrlo nagle, pa za promjenu sadržaja minerala od $\sim 4\%$ one mogu iznositi gotovo 100% , pa i više. Svakako da promjene vrijednosti modula elastičnosti imaju utjecaja i na vrijednosti ostalih fizikalnih konstanata, pa i na fizikalna svojstva.

Zbog toga se bez poznavanja relativno točnih podataka o sadržaju minerala u kostima (što se za sada može smatrati nedostižnim) ne mogu odrediti komponente tenzora naprezanja u granicama željene točnosti ($\sim 5 \dots 7\%$). To znači da se u istoj točki, ako se promijeni sadržaj minerala, može pojaviti sasvim drukčija vrijednost naprezanja i bez promjene opterećenja.

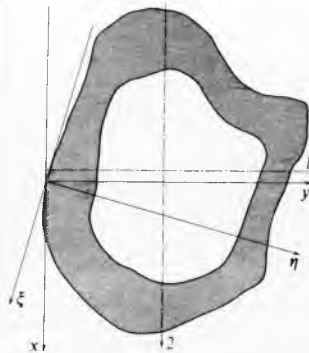
Geometrijske značajke presjeka kostiju. Za različite morfološke i funkcionalne analize, u vezi s djelovanjem mehaničkih čimbenika, često je potrebno izračunati naprezanja ili deformacije kostiju. Zbog toga je potrebno poznavati geometrijske značajke presjeka kostiju u kojima se nalaze točke za koje se računaju naprezanja i deformacije. Te su geometrijske značajke: površina presjeka, momenti tromosti, momenti otpora i drugo.



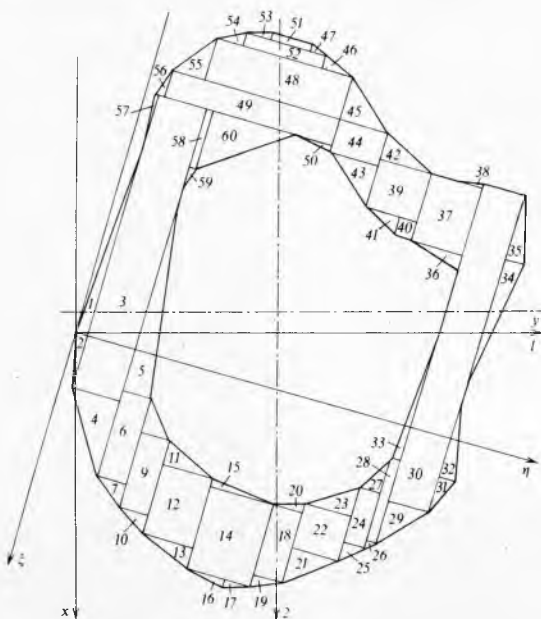
Sl. 7. Oznake presjeka proučavanih bedrenih kostiju



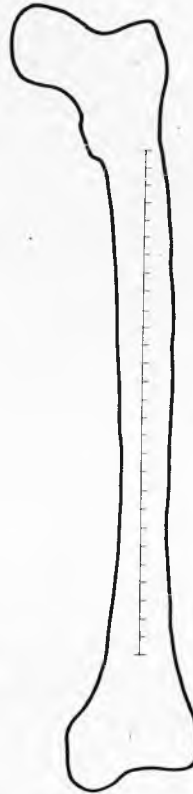
Sl. 8. Karakteristični presjek bedrene kosti



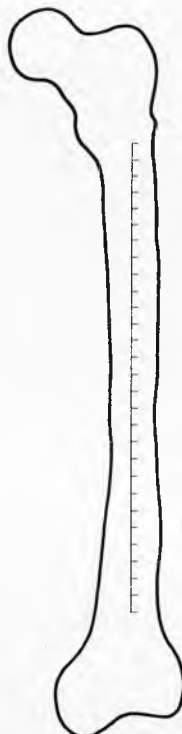
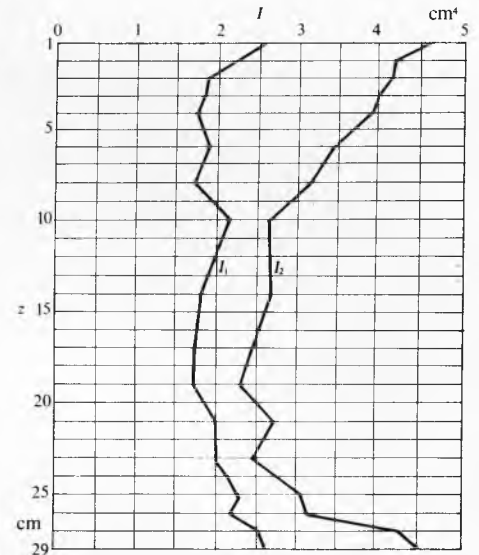
Sl. 9. Presjek kompakte bedrene kosti na sl. 8 s ucrtanim koordinatnim osima



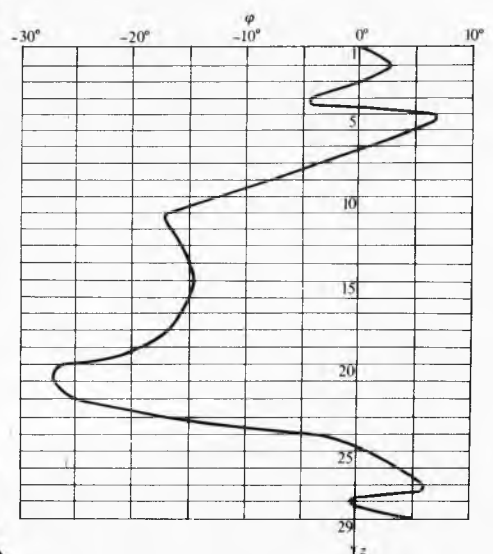
Sl. 10. Presjek kompakte bedrene kosti podijeljen na pravilne likove za određivanje momenata tromosti



Sl. 11. Glavni momenti tromosti uzduž bedrene kosti. I_1 moment tromosti s obzirom na os I , I_2 s obzirom na os 2



Sl. 12. Zaokret glavnih osi tromosti uzduž bedrene kosti s obzirom na referentni koordinatni sustav



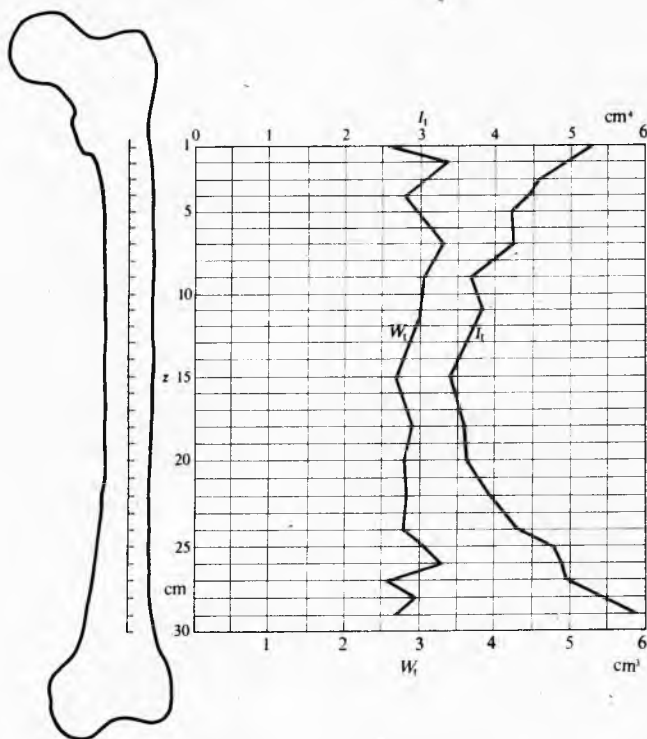
kosti simetrični na jednakoj udaljenosti od krajeva. Zbog toga je dovoljno proučavati geometrijske značajke samo jedne bedrene kosti. Razlike među izračunatim geometrijskim značajkama, naime, nisu veće od 3%. Površine presjeka zatim su podijeljene u različite pravilne likove (sl. 10), za koje je jednostavno izračunati geometrijske značajke. Za odabrani referentni koordinatni sustav (x, y) određeno je težište presjeka. Momenti tromosti određeni su pomoću Steinerova pravila, pa se dobivaju sljedeće vrijednosti

$$I_{sx} = \sum_1^n (I_{xi} + a_i^2 A_i), \quad (14)$$

$$I_{sy} = \sum_1^n (I_{yi} + b_i^2 A_i), \quad (15)$$

gdje su I_{xi} i I_{yi} momenti tromosti lika i s obzirom na osi koje prolaze njegovim težištem, a koje su paralelne s osima x i y , a i b najmanje udaljenosti težišta lika od osi x i y , dok je A_i površina lika i .

Proračun je proveden za svih 29 presjeka bedrene kosti, a rezultati su prikazani na sl. 11 do 13.



Sl. 13. Torzijski moment inercije I_t i torzijski moment otpora W_t presjeka bedrene kosti

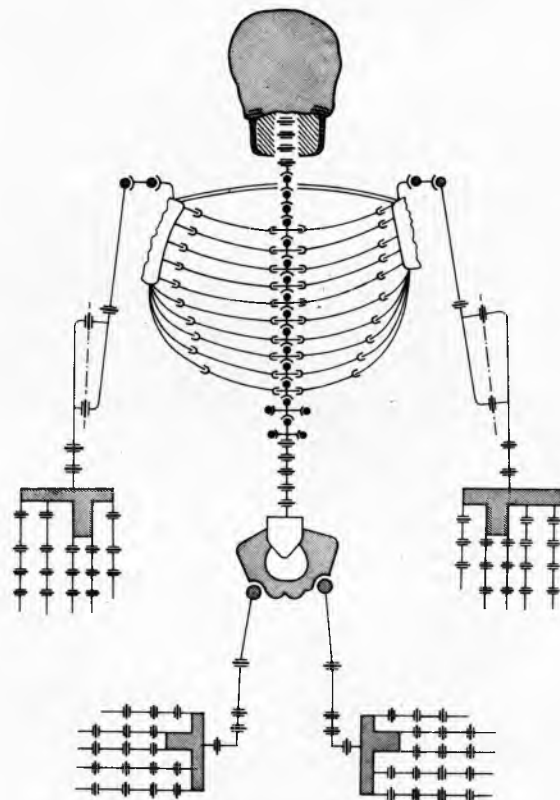
Strukturna shema ljudskog kostura kao kinematičkog lanca.

Biomehanička teorija gibanja živog tijela (čovjeka i svih živih sustava) većinom se temelji na pokusima tokom kojih se mjeri položaj, brzina, ubrzanje, sile i dr. za vrijeme različitih pokreta (hod, pokreti pri radu, pokreti u sportskim aktivnostima i sl.). Rezultati takvih pokusa, pogotovo njihovih matematička formulacija i analiza pomoću elektroničkih računala, mogu se iskoristiti u ortopediji, fizikalnoj terapiji, ergonomiji, studiju rada, kineziologiji.

Da se omogući matematička formulacija gibanja živih sustava, uvedene su sljedeće temeljne postavke: a) živi sustav smatra se mehanizmom (v. *Mehanizmi*) sastavljenim od članova (kostiju) koji su povezani u kinematičke lance, te od mišićnog sustava kao pogonskog dijela toga mehanizma, b) kosti se zbog svoje čvrstoće smatraju u prvoj aproksimaciji krutim tijelima i c) zglobovi su svrstani u tri skupine: zglobovi s jednim, sa dva i sa tri stupnja slobode gibanja. Posebno se razmatraju zglobovi s promjenljivim brojem stupnjeva slobode. Takav je, npr., koljenski zglob, koji tokom ekstenzije ima samo jedan, a tokom fleksije dva stupnja

slobode gibanja. Na osnovi temeljnih postavki moguće je postaviti strukturnu shemu kostura kao kinematičkog lanca (sl. 14). Ljudski kostur može se smatrati kao skup od šest kinematičkih lanaca, od kojih je jedan zatvoreni (kralježnica s grudnim košem), a pet otvorenih kinematičkih lanaca (glava, ruke i noge).

Normalni ljudski kostur ima ~250 stupnjeva slobode gibanja, a prema shemi na sl. 14 ima 95 zglobova s jednim, 80 zglobova sa dva i 75 zglobova sa tri stupnja slobode. Od toga ruka s ramenom ima 28 stupnjeva, a noga 25 stupnjeva slobode gibanja. Prema tome, udovi imaju 106 stupnjeva, odnosno ~40% od ukupnog broja stupnjeva slobode gibanja. Kralježnica ima 54 stupnja ili ~20% svih stupnjeva slobode gibanja. Ostalih 40% odnosi se na zglobove prsnog koša, vrata i glave.



Sl. 14. Strukturna shema ljudskog kostura

Za neke kinematičke analize nije potrebno razmatrati sve zglobove i sve stupnjeve slobode gibanja, ali i tada se mora obuhvatiti relativno mnogo stupnjeva.

Poznavanje stupnjeva slobode gibanja potrebno je za matematičku formulaciju suradnje u pokretu (sinergije) dijelova živog sustava.

Odnosi biomehaničkih i bioelektričnih parametara vrlo su složeni i ovise o vrsti gibanja promatranog kinematičkog para ili lanca. Prema istraživanjima A. Moreckog i K. Fideliusa integrirane vrijednosti elektromiograma (napon U) ovise o množini aktivnih mišićnih vlakana koji sudjeluju u pokretu, te o djelovanju ostalih čimbenika. Da se isključi djelovanje tih čimbenika, izmijenjene vrijednosti napona uspoređuju se s maksimalnim naponom (U_{max}) koji bi se pojavio kad bi bila aktivirana sva vlakna mišića. Prema K. Fideliusu kooperacija pokreta u zglobu djelovanjem jednog mišića definirana je momentom

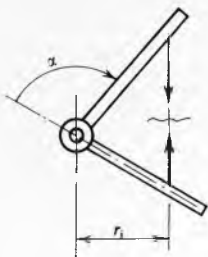
$$M_i = a_i \frac{U_i}{U_{i\max}} \frac{S_i}{S_{i0}} \frac{l_i}{l_{i0}} r_i(\alpha_i), \quad (16)$$

gdje je a_i koeficijent kooperacije određen iz uvjeta djelovanja sprega sila M_i , U_i integrirani napon i -tog mišića za položaj određen kutom α , $U_{i\max}$ maksimalni integrirani napon elektromiograma, S_i/S_{i0} omjer sila (S_{i0} je početna sila), a l_i/l_{i0} omjer duljina za promatrani pokret i -tog mišića (l_{i0} je početna duljina),

r_i krak sile i -tog mišića, dok je α_i kut zakreta kinematičkog para (sl. 15). Izraz za moment odnosi se na gibanje članova kinematičkog para u istoj ravnini (planarno gibanje). Parametri u jednadžbi za moment određuju se neposredno na prepariranim mišićima i simulacijom živih udova. Kad se poznaju parametri svih sudionika u nekom pokretu, kooperacija je određena izrazom

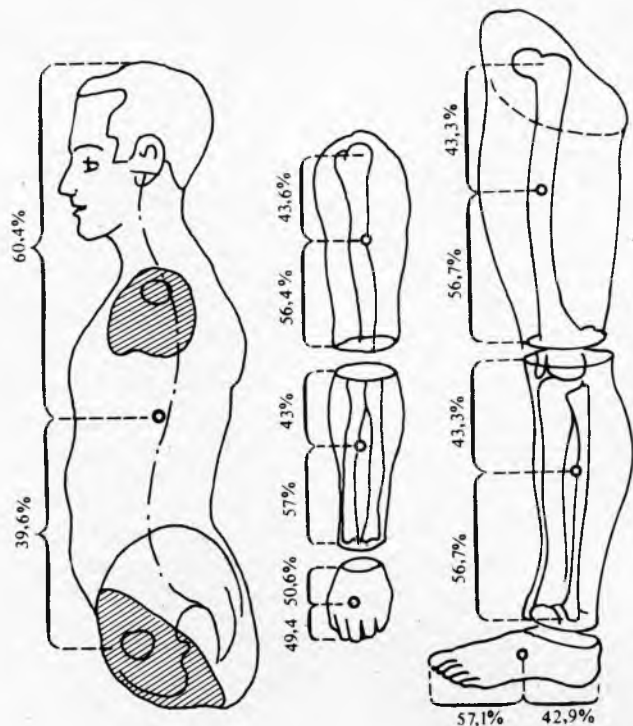
$$M_e = \sum_{i=1}^n a_i \frac{U_i}{U_{i\max}} \frac{S_i}{S_0} \frac{l_i}{l_0} r_i(\alpha_i), \quad (17)$$

pa se konačno dobiva ovisnost $M_e = M_e(\alpha_i)$, pomoću koje je moguće programirati gibanje, odnosno imitirati gibanje promatranog dijela organizma. To je potrebno za određivanje optimalnih pokreta (sportska medicina), za konstruiranje robota i sl.



Sl. 15. Model zgloba u ravnini kao jednostavni kinematički par

Središte masa ljudskog tijela. Za određivanje središta masa ljudskog tijela potrebno je poznavati takvo središte za svaki dio tijela. Na sl. 16 prikazana su središta trupa i dijelova udova prema podacima W. T. Dempstera (1961). Pridruže li se dijelovima tijela njihove mase, dobiva se sustav sila kojim sila teže djeluje na ljudsko tijelo. Sve su sile paralelne, a njihova su hvatišta u središtu masa pojedinih dijelova. Na rezultanti tih paralelnih sila (v. *Mehanika*) nalazi se središte masa cijeloga tijela. Zakrene li se tijelo za 90° (sl. 17), pojavljuje se opet paralelni sustav sila, pa se na njihovoj rezultanti također nalazi središte masa cijelog tijela. U presjecištu pravaca tih dviju rezultanata nalazi se središte masa tijela.

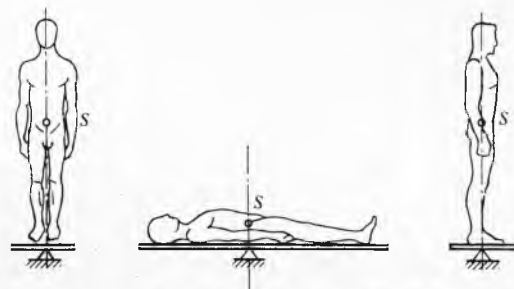


Sl. 16. Središta masa dijelova ljudskog tijela

Masa dijelova tijela određuje se iz umnoška volumena i gustoće. Podaci o gustoći dijelova tijela nalaze se u tabl. 4. Masa trupa izračuna se kao razlika između mase cijelog tijela (koja se određuje vaganjem) i mase ekstremiteta. Volumen

Tablica 4
SREDNJA GUSTOĆA I OMJERI DULJINA DIJELOVA LJUDSKOG TIJELA

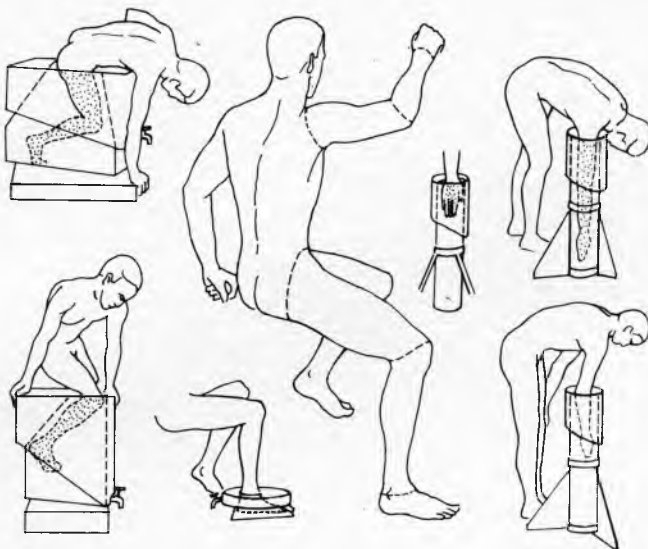
Dio tijela	Srednja gustoća kg/dm ³	Omjer duljina do središta masa, gornji: donji dio	Granice dijela tijela
Nadlaktica	1,07	43,6:56,4% (približno 3:4)	od središta nadlaktice do lakta
Podlaktica	1,125	43:57% (približno 3:4)	od lakta do zapešća
Šaka	1,155	50,6:49,4% (približno 1:1)	od zapešća do ruke za- tvorene šake
Bedro	1,05	43,4:56,7% (približno 3:4)	od kuka do središta koljena
Potkoljenica	1,09	43,3:56,7	od koljena do skočnog zgloba
Stopalo	1,095	43,9:57,1 (približno 3:4)	od pete do prstiju
Trup		60,4:39,6 (približno 3:2)	od vrha glave do središta kuka



Sl. 17. Shematski prikaz određivanja središta masa S ljudskog tijela

dijelova tijela određuje se najjednostavnije pomoću posebnih posuda u koje se uranjaju dijelovi tijela (sl. 18). Volumen dijela tijela jednak je volumenu vode koja se prelije preko ruba u vanjski dio posude. Iz tog vanjskog dijela vode se ispusti kroz slavinu u menzuru na kojoj se očitava volumen prelivene vode, odnosno volumen dijela tijela.

U tabl. 5 nalaze se srednje vrijednosti udjela dijelova u ukupnoj masi ljudskog tijela. Podaci prema W. T. Dempsteru bolje odgovaraju stvarnosti jer su određeni prema više mjerenja.



Sl. 18. Posude za određivanje volumena dijelova ljudskog tijela

Tablica 5
MASA DIJELOVA LJUDSKOG TIJELA KAO DIO MASE CIJELOG TIJELA

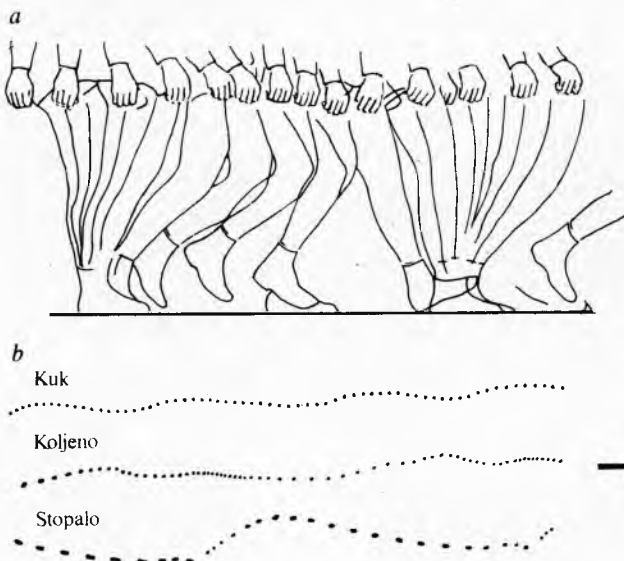
Segment	Prema Braunu i Fischeru (1889) %	Prema Dempsteru (1955) %
Glava i trup	53,02 ± 2,87	57,35 ± 2,17
Svi ekstremiteti	46,98 ± 2,87	42,65 ± 2,17
Nadlaktica	3,33 ± 0,21	2,70 ± 0,20
Podlaktica	2,09 ± 0,24	1,58 ± 0,13
Šaka	0,84 ± 0,04	0,63 ± 0,05
Bedro	10,73 ± 0,85	10,22 ± 0,85
Potkoljenica	4,80 ± 0,40	4,72 ± 0,46
Stopalo	1,71 ± 0,12	1,49 ± 0,17

Mjerenje kinematičkih veličina. Često je za kliničke ili ergonomske analize važno poznavati ponašanje dijelova tijela pri izvođenju određenih pokreta. Premda pokreti izgledaju koji put jednostavni, biomehanička su zbivanja obično vrlo složena.

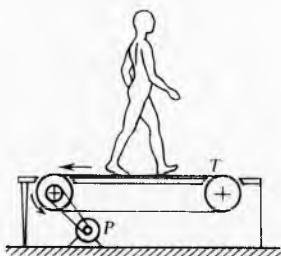
To se može prikazati na primjeru hoda. Normalan je hod niz izmjeničnih pokreta obje nogu prema naprijed. U toku jednog koraka sinhroniziranim se pokretima stavlja jedna noga ispred druge. Razlikuju se dvije faze. U prvoj je tijelo oslonjeno na obje noge, a u drugoj samo na jednu, dok se druga kreće naprijed. Trajanje oslanjanja na obje noge mnogo je kraće nego oslanjanje na jednu nogu. Dok je tijelo oslonjeno na jednu nogu, druga se pomiče naprijed.

Pokreti dijelova tijela mogu se proučavati stroboskopskim snimanjem ili snimanjem položaja žaruljica koje su pričvršćene na karakterističnim mjestima tijela, a koje se u određenom ritmu pale i gase.

Pri stroboskopskom snimanju rasvjetljuje se osoba s određenom frekvencijom paljenja. Tako se dobiva niz snimaka kako je to pokazano na sl. 19a. Snimanjem položaja žaruljica, koje su spojene s izvorom električne energije tankim, laganim vodičima, dobiva se slika kretanja dijelova tijela na kojima su smještene žaruljice. Na sl. 19b vidi se položaj kuka, koljena i stopala pri hodanju.



Sl. 19. Normalan hod. a) pomaci nogu snimljeni stroboskopskim postupkom, b) trajektorije karakterističnih točaka noge određene pomoću žaruljica koje se pale i gase



Sl. 20. Pomična traka za snimanje hoda

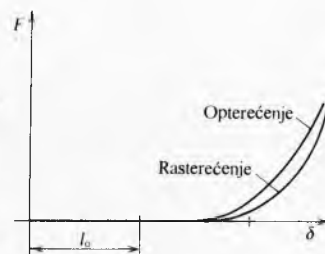
Osim toga, postoji mogućnost snimanja brzom kamerom. Analizom snimaka mogu se odrediti svi pokreti dijelova tijela. Pri snimanju obično se pojavljuju pogreške zbog promjene kuta promatranja. To se može eliminirati pomoću pomične trake (sl. 20). Pogonskim uređajem P stavlja se u pogon pomična traka T , a promatrani šetač korača po njoj, ali stalno ostaje na istom mjestu. Promjenom brzine gibanja trake mijenja se i brzina hoda ispitanika.

Mekana tkiva. Mehanička svojstva mekih tkiva znatno se razlikuju od mehaničkih svojstava konstrukcijskih materijala koji se upotrebljavaju za inženjerske konstrukcije.

Na sl. 21 prikazano je rastezanje δ uske trake od trbušne maramice kunića s obzirom na silu F . Početna duljina trake iznosila je l_0 , a njezina se duljina približno udvostručila gotovo bez povećanja sile. Nakon toga s povećanjem sile tek se malo povećava duljina trake. Ne postoji, dakle, linearna ovisnost produljenja i sile. Točka T na sl. 21 prikazuje stanje trbušne maramice prije nego je iz nje izrezana ispitivana traka.



Sl. 21. Kvalitativni prikaz ovisnosti sile i rastezanja trbušne maramice kunića (brzina deformacije 25 mm/min). T stanje u živom kuniću



Sl. 22. Kvalitativni prikaz ovisnosti sile i rastezanja trbušne maramice kunića (brzina deformacije ~250 mm/min)

Sl. 23. Dijagram rastezanja do loma trbušne maramice kunića. T stanje u živom kuniću.



Ako se mnogo poveća brzina promjene sile, pojavit će se razlika između duljine trake pri opterećenju i rasterećenju (pojava histereze, sl. 22). Ta pojava, međutim, nema utjecaja na konačnu duljinu trake nakon rasterećenja.

Veza između sile i produljenja do prekida trake prikazana je na sl. 23. Prekid se pojavljuje postepeno, a granično produljenje je veliko. Prekid se pojavljuje uz različite nepredvidive sile.

BIOMEHANIKA KRVNOŽILNIH SUSTAVA

Proučavanje strujanja bioloških tekućina nailazi na mnoge teškoće zbog nedovoljnih podataka o svojstvima tekućina i svojstvima tkiva u kojima struje te tekućine. Tu se još pojavljuje i nepoznavanje utjecaja vremena, odnosno nepoznavanje zakonitosti utjecaja prethodnih naprezanja i deformacija (utjecaj povijesti naprezanja i deformacija).

Jedna od glavnih teškoća pri proučavanju veze između naprezanja i deformacija za živa tkiva jest određivanje početnog napregnutog stanja. Takvo bi stanje trebalo biti ishodište prema kojemu bi se određivale deformacije tokom životnog vijeka. Poznavanje toga stanja omogućilo bi utvrđivanje zakona koji bi povezivao povijest naprezanja i deformacija. Bez poznavanja tih zakonitosti može se govoriti samo o zakonu koji povezuje priraste naprezanja s pripadnim prirastom deformacija, i to za anizotropni materijal, pa i onda ako je materijal u početnom stanju bio izotropan.

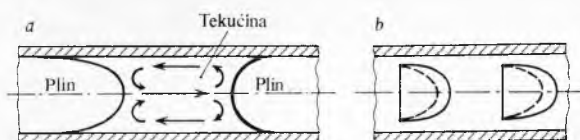
Strujanje u krvnim žilama. Strujanje tekućina u cijevima može biti laminarno i turbulentno. Kad Reynoldsova značajka

(v. *Mehanika fluida*) ima malu vrijednost, strujanje je laminarno, pa se kaže da je strujanje sredeno jer sve strujnice teku paralelno s osi cijevi. Za veće je vrijednosti Reynoldsove značajke strujanje turbulentno, koje je karakterizirano nepravilnim kretanjem čestica, pa strujnice nisu stabilne. Reynoldsova značajka proporcionalna je srednjoj brzini strujanja tekućine uz konstantni polumjer cijevi, a obrnuto je proporcionalna kinematičkoj viskoznosti tekućine. S porastom brzine strujanja raste vrijednost Reynoldsove značajke, pa kad dostigne kritičnu vrijednost, strujanje prelazi iz laminarnoga u turbulentno. Za većinu tekućina kritična vrijednost Reynoldsove značajke iznosi ~ 1000 ako se Reynoldsova značajka izračuna pomoću polumjera cijevi. Tako, npr., Reynoldsova značajka postiže kritičnu vrijednost pri strujanju vode brzinom od 10 cm/s u cijevi promjera 1 cm, ili pri strujanju brzinom od 100 m/s u cijevi promjera 0,1 cm. To se također postiže pri strujanju zraka brzinom od 140 cm/s u cijevi promjera 1 cm, jer zrak ima manju kinematičku viskoznost.

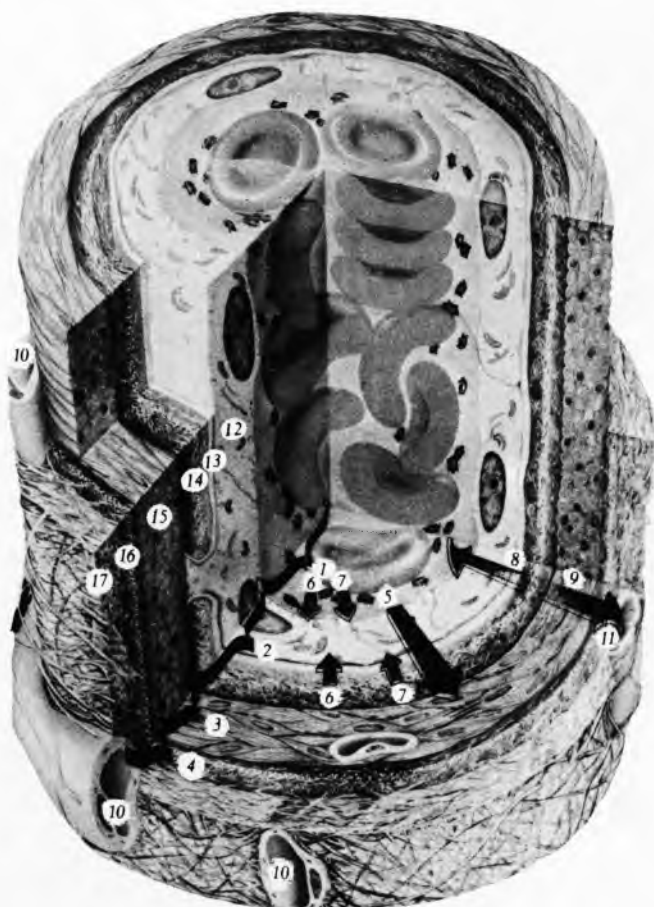
Tlak potreban za laminarno strujanje iznosi

$$p = \frac{8 \nu q l}{r^4 \pi}, \quad (18)$$

gdje je ν kinematička viskoznost, q protok tekućine u sekundi, l duljina cijevi, a r slobodni promjer cijevi. Energija potrebna



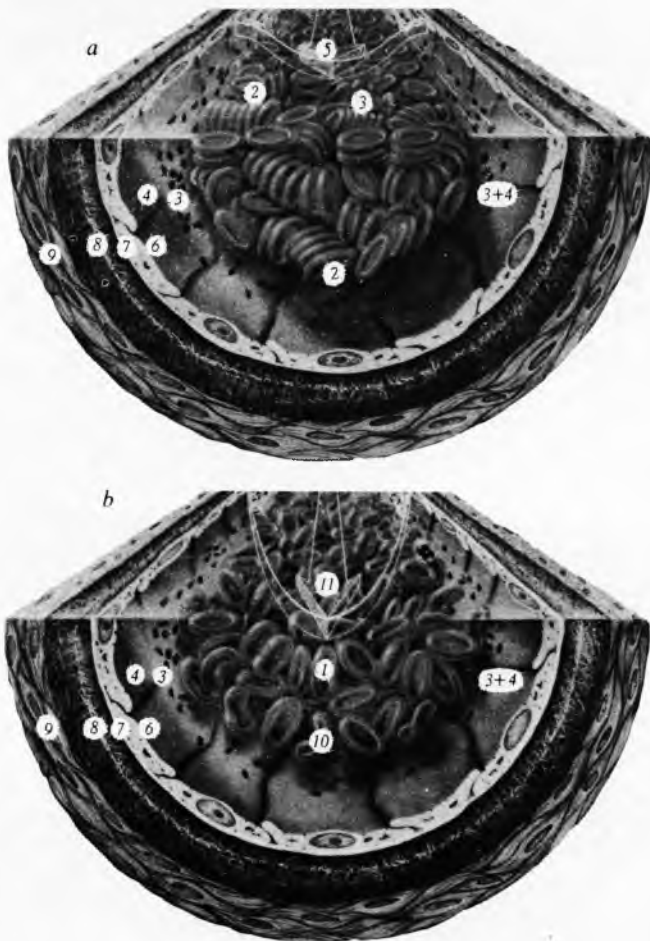
Sl. 24. Strujanje tekućine u kapilari. *a* tekućina koja se giba slijeva nadesno između dva zračna jastuka, *b* deformacija crvenih krvnih zrnaca u kapilari



Sl. 25. Prikaz transporta tvari iz krvne plazme kroz krvne žile. 1 krvni tok, 2 unutrašnje prijenosno područje, 3 središnje prijenosno područje, 4 vanjsko prijenosno područje, 5 perfuzijska struja, 6 mikropinocitoza, 7 vezikularni lanac, 8 povratna resorpcijska struja, 9 limfna drenaža, 10 vasa vasorum, 11 limfne žile, 12 endotel, 13 bazalna membrana, 14 elastični interni sloj, 15 muscularis, 16 elastični eksterni sloj, 17 adventicija (vanjski sloj žile)

za protjecanje tekućine jednaka je umnošku protoka i potrebnog tlaka za protjecanje. Potrebni tlak za turbulentno strujanje približno je proporcionalan kvadratu protoka. Prema tome, potrebna je veća energija za prostrujavanje nekog volumena tekućine u određenom vremenu kad strujanje nije ravnomjerno (na mahove), nego kad tekućina struji ravnomjerno djelovanjem konstantnog tlaka.

Najveća je brzina strujanja u središtu cijevi, a najmanja (praktički jednaka nuli) neposredno uz stijenku cijevi. Ako se u cijevi nalazi tekućina među mjehurićima zraka (sl. 24a), te ako se voda i zrak gibaju udesno s obzirom na cijev, tekućina se oko središta cijevi giba brže od mjehurića, a uz stijenku se tekućina giba sporije, pa se s obzirom na zrak giba ulijevo. Takvo strujanje krvne plazme ostvaruje se u kapilarama zbog toga što se eritrociti (crvena krvna zrnca), koji imaju nešto veći promjer od promjera kapilare, deformiraju i gibaju jedan za drugim (sl. 24b).



Sl. 26. Strujanje krvi pri povišenoj (*a*) i normalnoj (*b*) viskoznosti: 1 središnja krvna struja, 2 gusti valjkasti oblik nakupine eritrocita, 3 trombociti i 4 krvna plazma — u rubnoj struji, 5 spljošteni profil struje, 6 endotel, 7 bazalna membrana, 8 elastični interni sloj, 9 muscularis, 10 rahla nakupina eritrocita, 11 parabolični profil struje

Plazma struji u mahovima kroz kapilare između eritrocita. To je strujanje potpomognuto difuzijom tvari iz krvi u tkivo i iz tkiva u krv. Tako se, npr., kisik iz središta eritrocita prenosi na stijenku kapilare. Na sl. 25 prikazan je prolaz krvne plazme kroz stijenku krvne žile, a na sl. 26 utjecaj viskoznosti na raspodjelu brzina strujanja. Na sl. 27 vidi se mreža kapilara, a na sl. 28 presjek kapilare s crvenim krvnim zrnima.

Crvena krvna zrnca mijenjaju oblik prolazom kroz kapilare i pri tom se naprežu uz uzajamno djelovanje između sebe i endotelnih klijetki kapilarnih žilica. Razmjena vode i otopina ovisi o gustoći krvnih zrnaca. Omjer između tlaka i brzine



Sl. 27. Prikaz kapilarne mreže s vezama između arterija i vena. 1 arteriole, 2 metarteriole, 3 venule, 4 vene, 5 kapilarna mreža, 6 prekapilarni sfinkter, 7 Schwannove stanice, 8 eferentna živčana vlakna, 9 arterijsko-venozne anastomoze



Sl. 28. Funkcionalno morfološki prikaz kapilara. 1 arteriole, 2 prekapilarni sfinkter, 3 eferentna živčana vlakna, 4 Schwannove stanice, 5 endotel, 6 bazalna membrana, 7 prekolagena vlaknasta mreža, 8 pericit, 9 fibrocit, 10 mitohondriji, 11 endoplazmatski retikulum (mrežica), 12 Golgijev aparat, 13 monocit u stadiju makrofaga, 14 elastična vlakna



Sl. 29. Raspodjela crvenih krvnih zrnaca prema brzini strujanja krvi. a brzo strujanje, b sporo strujanje i c mirovanje

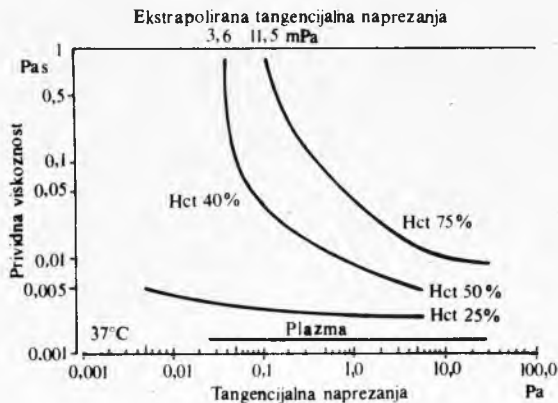
strujanja ovisi o tangencijalnim naprezanjima između stijenki kapilara i crvenih krvnih zrnaca.

Reološka svojstva krvi. Da bi se shvatila reološka svojstva krvi, potrebno je poznavati način gibanja crvenih krvnih zrnaca u plazmi tokom strujanja u krvnim žilama. U svim istraživanjima krvnožilni sustav uspoređivan je sa sustavom cjevovoda.

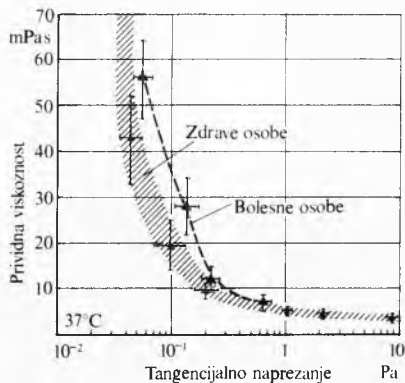
Oblik nakupina eritrocita važan je čimbenik u tim istraživanjima, jer se tako može rastumačiti pojava tzv. nepravilne viskoznosti. Te se nepravilnosti, naime, očituju u stvaranju mrežastih struktura u različitim uvjetima strujanja. Promatranje tih procesa vrlo je teško zbog teškoća u registraciji i praćenju tih pojava. Da se omogući promatranje ponašanja krvi, upotrebljava se rotacijski viskozimetar. Tako se stvara umjetna struja krvi proizvoljne brzine, pa se postiže *prividna viskoznost* cijele tekućine. Takvim postupkom utvrđuje se ovisnost između viskoznosti i brzine strujanja. S pomoću posebnog uređaja za transparentno snimanje brzom filmskom kamerom može se utvrditi raspored krvnih zrnaca prema brzini strujanja. Na sl. 29 vidi se položaj krvnih zrnaca za različite brzine strujanja krvi. Kao što se vidi, krvna zrnca su pri većim brzinama jednoličnije raspoređena, dok se pri malim brzinama stvaraju elastične mrežne strukture tvoreći tzv. *Rouleauxove fragmente*. Stvaranje je tih fragmenata reverzibilan proces koji ovisi o brzini strujanja krvi. Međutim, taj je oblik međustanične adhezije ovisan o prisutnosti bijelih krvnih zrnaca (bijele plazme). Zbog toga se nastanak patoloških promjena tumači tvorbom tih mrežastih fragmenata koji utječu na viskoznost krvi.

Na dijagramima na sl. 30 i 31 prikazane su ovisnosti tzv. prividne viskoznosti o tangencijalnim naprezanjima između struje krvi i stijenke. U dijagramu na sl. 30 vidi se velik utjecaj tzv. *kritičnog krvnog faktora*, koji je volumenski udio

(%) krvnih zrnaca u ukupnom volumenu krvi. U dijagramu na sl. 31 prikazana je ovisnost tangencijalnog naprežanja i prividne viskoznosti krvi zdravih osoba (kritički krvni faktor 45%) i osoba oboljelih od srčanog infarkta. Pokazuje se utjecaj stanja pacijenata na prilike u krvnim žilama.



Sl. 30. Viskoznost normalne ljudske krvi kao funkcija tangencijalnog naprežanja i kritičnog krvnog faktora (hemokritični broj, Hct)

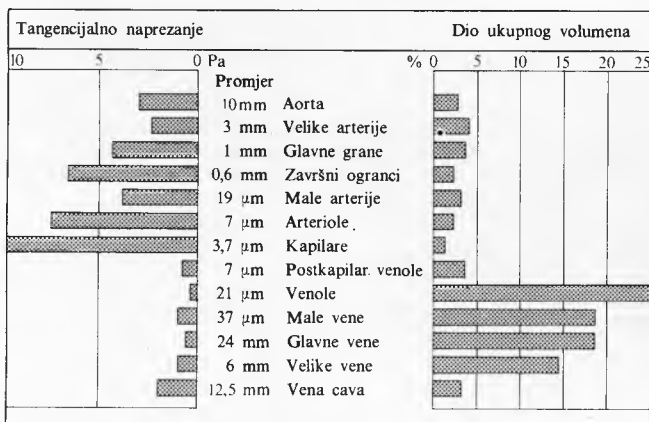


Sl. 31. Viskoznost kao funkcija tangencijalnog naprežanja normalne krvi i krvi sa zgušnjutim nakupinama eritrocita bolesnih osoba

Tangencijalno naprežanje ovisi o dimenzijama krvnih žila, o protoku krvi, o presjeku svih krvnih žila. Budući da je takvo naprežanje ovisno o dimenzijama žila, provedena je klasifikacija krvnih žila prema dimenzijama. Za izračunavanje tangencijalnih naprežanja može se upotrijebiti izraz

$$\tau_s = \frac{pr}{2l}, \quad (19)$$

gdje je p razlika tlaka, r polumjer krvne žile, a l njezina duljina. Na sl. 32 prikazana je podjela krvnih žila prema vri-



Sl. 32. Aproximativna raspodjela tangencijalnih naprežanja i udjela ukupnog volumena krvi u grupama krvnih žila

jednostima promjera uz naznaku približnih tangencijalnih naprežanja i udjela ukupnog volumena krvi u krvnim žilama. Vidi se da se najveći dio krvi nalazi u krvnim žilama malih promjera.

Krvne žile. Kapilare su krvne žile vrlo malih promjera. To su cilindrične cijevi kružnog presjeka s unutrašnjim promjerom od $\sim 8 \cdot 10^{-4}$ cm kolike su i dimenzije krvnih zrnaca. Kapilare su pokrivene slojem endotelnih stanica i nalaze se okružene ostalim tkivom. Prosječna duljina kapilara iznosi 0,01–0,1 cm, a krv struji kroz kapilare brzinom 1–2 mm/s. Uz tako mali promjer otpor je strujanju vrlo velik usprkos maloj duljini kapilara. Od ukupnog otpora strujanju krvi u krvotoku $\sim 27\%$ otpada na otpor kapilara. Prema tome, od ukupnog tlaka od 16 kPa (~ 120 mm stupca žive) proizvedenog radom srca potrebno je više od četvrtine za održavanje strujanja kroz vrlo kratke kapilarne krvne žile.

Male arterije (duljina $\sim 0,2$ cm, promjer $\sim 0,002$ cm) računaju se u kapilare koje prelaze u male vene (duljina $\sim 0,2$ cm, promjer $\sim 0,003$ cm). Za održavanje strujanja krvi u malim arterijama potrebno je $\sim 41\%$ ukupnog tlaka, a u malim venama samo $\sim 4\%$ ukupnog tlaka. Na prijelazu iz malih arterija u kapilare nalazi se poseban mišić (pretkapilarni sfinkter) koji, kako se pretpostavlja, upravlja dotokom krvi u kapilare.

Krvne žile malog promjera mnogo su manje rastezljive od žila većeg promjera. Tako je, npr., promjena promjera kapilara u potrbušnici štakora tako mala da se pri povećanju tlaka za ~ 13 kPa (100 mm stupca žive) ne može ni zapaziti običnim mikroskopom (granica zapažanja $\sim 0,5 \cdot 10^{-4}$ cm). Djelomično se takva smanjena rastezljivost može rastumačiti smanjenjem dimenzija, čak i ako elastična svojstva ostaju nepromijenjena. Postoje, međutim, i drugi čimbenici. Za male arterije takvo ponašanje može se rastumačiti povećanjem kolagenih vlakana u stijenkama žila. Na povećanje krutosti kapilarnih žila, međutim, utječe okolno tkivo, pa se kapilare, s mehaničkog gledišta, ne mogu smatrati cilindričnim cijevima, nego tunelima u želatinoznom tkivu.

Kad bi i arterije imale jednaka mehanička svojstva kao kapilare i male arterije, krv bi i kroz te žile maloga promjera protjecala u ritmu rada srca, tj. krv bi strujala u razdoblju kontrakcije srca, a mirovala do sljedeće kontrakcije. Budući da su arterije elastičnije od kapilara, arterije se za vrijeme kontrakcije srca šire, skupljajući pri tom krv uz povišenje tlaka koji djeluje i između dviju kontrakcija te tjera krv kroz male arterije i kapilare. Zbog toga je brzina strujanja krvi kroz žile malih promjera mnogo konstantnija nego što to odgovara radu srca, pa je za strujanje krvi po cijelom tijelu potrebno manje energije od one koja bi bila potrebna da arterije imaju krute stijenke.

Postojanjem elastena u stijenkama arterija osiguravaju se njihova elastična svojstva. Krvne žile također sadržavaju i vlakna od kolagena koja su manje rastezljiva od elastena. Ta su vlakna tako raspoređena da su opterećena na vlak samo kad se arterija rasteže.

U arterije koji se nalazi u grudnom košu osobito je rastezljiv. Tako se, npr., promjer grudne aorte u psa pri svakoj kontrakciji srca povećava za $\sim 10\%$, dok se promjeri ostalih dijelova aorte i bedrenih arterija povećavaju samo za 3–4%. U grudnoj aorti sadržaj elastina iznosi $\sim 30\%$ od suhe tvari stijenke, dok je u drugim dijelovima aorte i u arterijama sadržaj elastina $\sim 15\%$. Prema tome, grudna arterija, zahvaćujući elastinu, može sakupiti više krvi tokom kontrakcije srca i tako regulirati strujanje krvi kroz ostale žile.

Fizikalna svojstva krvnih žila. Postoji u literaturi više pristupa za analizu fizikalnih svojstava krvnih žila. Jedan se od njih (E. G. Tickner i A. H. Sachs) osniva na analizi ponašanja cilindričnih cijevi konačne duljine s tankim stijenkama na koje djeluje osim unutrašnjeg tlaka i vlačno naprežanje (sl. 33). Pretpostavka o tankim stijenkama znači da se smatra da su deformacije i naprežanja jednoliko raspodijeljeni u materijalu stijenki. Računato je da je materijal stijenki transversalno izotropan, a primijenjena je teorija velikih deformacija zbog pojave velikih deformacija i nelinearnog ponašanja krvnih žila s obzirom na odnose naprežanja i deformacija. Zanemarena

su plastična svojstva materijala, pa je pretpostavljeno da je materijal stijenki elastičan i homogen, da bi se dobile konstante elastičnosti neovisne o mjestu promatranja.

Budući da se pojavljuju velike deformacije, one se mogu prikazati koeficijentima rastezanja s obzirom na nenapregnutu cijev:

$$\lambda_1 = \frac{r}{r_0}, \quad \lambda_2 = \frac{l}{l_0}, \quad \lambda_3 = \frac{s}{s_0}, \quad (20)$$

gdje je r vanjski polumjer cijevi, l njezina duljina, a s debljina stijenke. Indeks 0 odnosi se na nenapregnutu cijev (nema unutrašnjeg tlaka i nema vlačnog naprezanja). Energija deformacija E_{def} općenito je funkcija šest komponenata tenzora deformacija (po tri linearne i kutne deformacije). Zbog toga što cijev ima vrlo tanke stijenke, što su deformacije jednoliko raspoređene po presjeku i što je cijev aksijalno simetrična, ne mogu se pojaviti smične deformacije, pa je energija deformacije

$$E_{\text{def}} = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3). \quad (21)$$

Uz pogodan izbor koordinatnog sustava i uz napomenu da invarijante tenzora deformacija ne ovise o tom izboru, energija deformacija može se prikazati izrazom

$$E_{\text{def}} = f(I_1, I_2, I_3), \quad (22)$$

gdje su

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \quad (23)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2, \quad (24)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2. \quad (25)$$

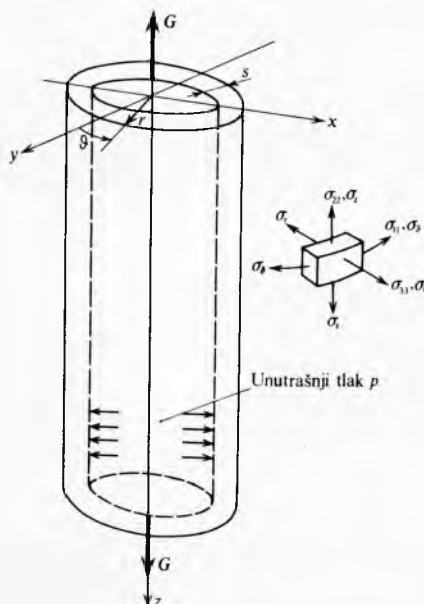
Budući da je volumen materijala cijevi s tankim stijenka $V = 2\pi rsl$, za invarijantu I_3 može se postaviti

$$I_3 = \frac{rsl}{r_0 s_0 l_0} = \frac{V}{V_0}, \quad (26)$$

pa se uz pretpostavku o nestlačivosti materijala stijenke dobiva da je $I_3 = 1$. Osim toga, moguće je pokazati da i ostale dvije invarijante imaju konstantnu vrijednost iako nemaju jednostavan fizikalni smisao. To znači da sve invarijante ovise o svojstvima materijala stijenki i o njihovu opterećenju.

Deriviranjem energije deformacije po invarijantama dobiva se

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \lambda_1^2 \varphi + \lambda_1^2 (\lambda_2^2 + \lambda_3^2) \psi + \zeta, \\ \sigma_{22} &= \lambda_2^2 \varphi + \lambda_2^2 (\lambda_1^2 + \lambda_3^2) \psi + \zeta, \\ \sigma_{33} &= \lambda_3^2 \varphi + \lambda_3^2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \psi + \zeta, \\ \sigma_{ij} &= 0 \quad \text{za} \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (27)$$



Sl. 33. Model krvne žile u koordinatnom sustavu s komponentama naprezanja

gdje su σ naprezanja (sl. 33), a φ , ψ i ζ veličine ovisne o parcijalnim derivacijama E_{def} po invarijantama

$$\varphi = \frac{2}{\sqrt{I_3}} \frac{\partial E_{\text{def}}}{\partial I_1}, \quad \psi = \frac{2}{\sqrt{I_3}} \frac{\partial E_{\text{def}}}{\partial I_2}, \quad \zeta = 2\sqrt{3} \frac{\partial E_{\text{def}}}{\partial I_3}. \quad (28)$$

Iz dijagrama parcijalnih derivacija za pretpostavljena opterećenja moguće je odrediti funkciju E_{def} . Da bi to bilo moguće, treba pretpostaviti da su druge derivacije po različitim invarijantama jednake nuli, odnosno da je

$$\frac{\partial^2 E_{\text{def}}}{\partial I_i \partial I_j} = 0 \quad \text{za} \quad i \neq j, \quad (29)$$

što je i pokusima potvrđeno. Budući da su za nenapregnuto stanje $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$, energija deformacija može se prikazati izrazom

$$E_{\text{def}} = f_1(I_1 - 3) + f_2(I_2 - 3) + f_3(I_3 - 1). \quad (30)$$

Funkcije f_1 , f_2 i f_3 nisu poznate, ali je poznato da one prolaze ishodištem koordinatnog sustava za nenapregnuto stanje. Zbog toga se one mogu prikazati redom potencija veličina $(I_1 - 3)$, $(I_2 - 3)$ i $(I_3 - 1)$, pa se dobiva:

$$\begin{aligned} E_{\text{def}} &= B_1(I_1 - 3) + B_2(I_1 - 3)^2 + \dots + B_n(I_1 - 3)^n + \\ &+ C_1(I_2 - 3) + C_2(I_2 - 3)^2 + \dots + C_n(I_2 - 3)^n + \\ &+ D_1(I_3 - 1) + D_2(I_3 - 1)^2 + \dots + D_n(I_3 - 1)^n. \end{aligned} \quad (31)$$

Pokusima je utvrđeno da je dovoljno točno ako se uzmu u obzir članovi do treće potencije.

Da se odrede koeficijenti u relaciji (31), derivira se E_{def} po I_1 , pa je

$$\frac{\partial E_{\text{def}}}{\partial I_1} = A_1 + A_2(I_1 - 3) + A_3(I_1 - 3)^2. \quad (32)$$

Koeficijenti u (32) određeni su jednadžbom

$$E_{\text{def}} = \int \frac{\partial E_{\text{def}}}{\partial I_1} d(I_1 - 3) + f(I_2, I_3), \quad (33)$$

pa nakon uvrštenja u (29) slijedi

$$E_{\text{def}} = A_1(I_1 - 3) + \frac{A_2}{2}(I_1 - 3)^2 + \frac{A_3}{3}(I_1 - 3)^3 + f(I_2, I_3). \quad (34)$$

Iz jednadžba (31) i (34) slijedi da je

$$B_1 = A_1, \quad B_2 = \frac{A_2}{2}, \quad B_3 = \frac{A_3}{3}. \quad (35)$$

Ostale se konstante u (31) određuju analogno pomoću derivacija $\partial E_{\text{def}}/\partial I_2$ i $\partial E_{\text{def}}/\partial I_3$, dok se E_{def} određuje pokusom.

Za zadanu razinu deformacija elastične se konstante određuju prema lokalnim naprežanjima. To znači da se prirast naprežanja za zadanu razinu deformacija može prikazati jednadžbom

$$d\sigma_{11} = \lambda_1 \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \lambda_1} \right)_p \frac{d\lambda_1}{\lambda_1} + \lambda_2 \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \lambda_2} \right)_p \frac{d\lambda_2}{\lambda_2} + \lambda_3 \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \lambda_3} \right)_p \frac{d\lambda_3}{\lambda_3}, \quad (36)$$

u kojoj indeks p označuje da je deriviranje provedeno uz pretpostavku konstantnog tlaka. Omjer $d\lambda/\lambda$ predstavlja porast deformacija, pa je

$$\varepsilon_{11} = \frac{d\lambda_1}{\lambda_1}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{d\lambda_2}{\lambda_2}, \quad \varepsilon_{33} = \frac{d\lambda_3}{\lambda_3}. \quad (37)$$

Ako se još uvedu oznake

$$\beta_{11} = \lambda_1 \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \lambda_1}; \quad \beta_{12} = \lambda_2 \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \lambda_2}; \quad \beta_{13} = \lambda_3 \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \lambda_3}, \quad (38)$$

može se relacija (36) napisati u obliku

$$d\sigma_{11} = \beta_{11}\varepsilon_{11} + \beta_{12}\varepsilon_{22} + \beta_{13}\varepsilon_{33}. \quad (39)$$

Analogno se dobiva za prirast naprežanja σ_{22} i σ_{33} , pa je

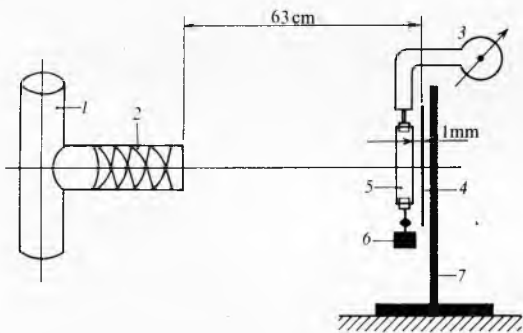
$$d\sigma_{22} = \beta_{21}\varepsilon_{11} + \beta_{22}\varepsilon_{22} + \beta_{23}\varepsilon_{33}, \quad (40)$$

$$d\sigma_{33} = \beta_{31}\varepsilon_{11} + \beta_{32}\varepsilon_{22} + \beta_{33}\varepsilon_{33}. \quad (41)$$

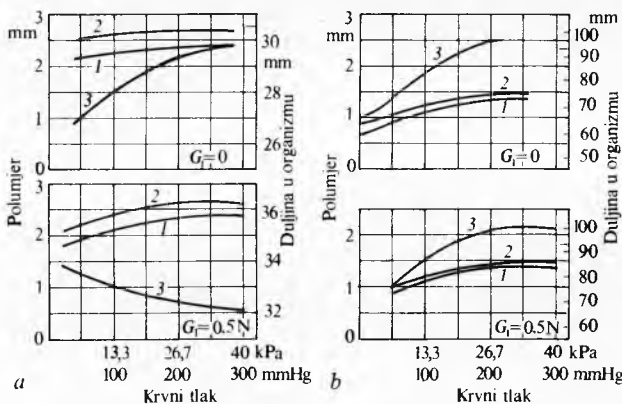
Koeficijenti β su elementi matrice B , pa se nakon njezine inverzije dobivaju koeficijenti a_{ij} pomoću kojih se mogu izračunati moduli elastičnosti E_i i Poissonovi koeficijenti ν_{ij} za svaku od koordinata prema relacijama:

$$E_i = \frac{1}{a_{ii}}; \quad \nu_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{jj}} \quad (42)$$

Postavljena teorija provjerena je pokusima na ljudskim i psećim arterijama. Za sve su ispitivane arterije prije pokusa određene normalne značajke. Pokusne arterije opterećivane su aksijalnim vlakom, a unutrašnji tlak realiziran je pomoću slane vode. Uz različita aksijalna i unutrašnja opterećenja načinjene su rendgenske snimke (uređaj je prikazan na sl. 34) pomoću kojih su određeni promjeri i duljine prije i poslije opterećenja. Sva su mjerenja provedena na sobnoj temperaturi, a između svake promjene opterećenja načinjena je stanka od 2...5 minuta da bi se stabilizirali pokusni uvjeti. Za vrijeme pokusa arterije su izvana vlažene slanom vodom da bi se spriječilo njihovo sušenje.



Sl. 34. Shema pokusnog uređaja za mjerenje deformacija krvnih žila. 1 rendgenska cijev zubarskog rendgena, 2 olovni kolimator za ostvarivanje paralelnosti zraka (promjera 5 cm i duljine 46 cm), 3 manometar, 4 fotografska ploča, 5 dio arterije, 6 aksijalno opterećenje, 7 skala



Sl. 35. Promjene dimenzija dviju arterija s obzirom na unutrašnji tlak s aksijalnim opterećenjem i bez njega. a ljudska plućna arterija, b pseća grudna aorta, 1 unutrašnji polumjer žile, 2 vanjski polumjer žile, 3 duljina žile

Rezultati pokusa na dvjema arterijama prikazani su na dijagramima na sl. 35, a vlačne granične sile u tabl. 6. Rezultati pokazuju da se ponekad arterije skraćuju za vrijeme kontrakcije srca. Takva je pojava tipična za one arterije koje su bile maksimalno opterećene.

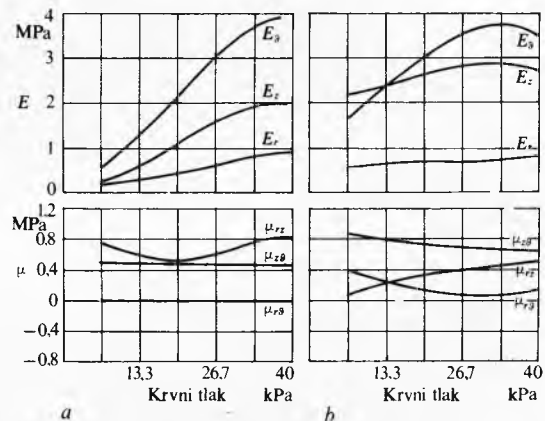
Na dijagramima na sl. 36 prikazani su tipični rezultati proračuna fizikalnih konstanta na temelju prikazane nelinearne teorije i pokusima utvrđenih podataka.

Promjene elastičnih konstanta moguće je rastumačiti rasporedom i karakteristikama biološkog tkiva od kojeg je građena stijenka arterije. Prstenasti slojevi arterije sastoje se od elastina, mekih mišića i veznog tkiva koji imaju slična fizikalna svojstva, te od vlakana od kolagena koja imaju veću čvrstoću. Isprepletena spiralna mreža od kolagenskih vlakana bit će napregnuta s povećanjem unutrašnjeg tlaka, koji nastoji rastegnuti vlakna

Tablica 6
USPOREDBA GRANIČNIH S NULTIM OPTEREĆENJEM ŽILA

Uzorak	Granična sila N	Nulta sila* N
Plućna arterija { I II III IV	0,45 — 0,16 0,20	0,41 0,20 0,20 0,22
Slezenska arterija	0,45	0,50
Grudna aorta { I II	0,94 1,30	— 1,50
Bedrena arterija { I II	0,50 0,50	— 0,52

* Nulta sila je ona koja deformira uzorak na njegovu duljinu u tijelu.



Sl. 36. Promjene modula elastičnosti i Poissonova faktora prema unutrašnjem tlaku plućne arterije, a bez aksijalne sile, b s aksijalnom silom ($G \approx 0,318$ N)

uzduž spirala, pa zbog toga ona postaju kruća. Ta pojava uvjetuje brži porast modula elastičnosti E_s od porasta modula elastičnosti E_z (sl. 36).

Kad su mali unutrašnji tlakovi i kad nema aksijalnih sila, sva tri modula elastičnosti (E_r , E_z i E_s) imaju niske, približno jednake vrijednosti, $(1,4 \dots 7) \cdot 10^5$ Pa, koje odgovaraju modulu elastičnosti elastina i mekih mišića. Zbog toga se može smatrati da je materijal arterija pri niskim unutrašnjim tlakovima i bez aksijalnog opterećenja gotovo izotropan.

U tabl. 7 nalaze se podaci o naprezanjima i relativnim deformacijama za neke od ispitivanih arterija.

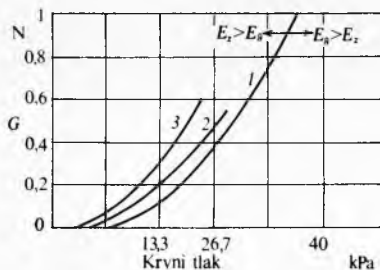
Prema provedenim ispitivanjima i rezultatima proračuna može se odrediti promjena modula elastičnosti u vezi s orijentacijom kolagenskih vlakana i opterećenjem arterija. Radijalni modul elastičnosti (E_r) ima male vrijednosti i relativno se malo

Tablica 7
USPOREDBA σ_s , σ_z , λ_1 , λ_2 U BLIZINI TLAKA POPUŠTANJA ZA NEKE UZORKE KRVNIH ŽILA

Žile	Težina utega N	Tlak kPa	σ_s kPa	σ_z kPa	λ_1	λ_2	Tlak popuš- tanja kPa
Slezenska arterija I	0,2	13,3	0,67	0,66	1,20	1,20	13,3
Plućna arterija II	0,2 1,0	14,7 30,7	0,59 1,45	0,54 1,66	1,13 1,12	1,17 1,19	16,0 30,1
Plućna arterija III	0,2 0,5	13,3 20,0	1,45 1,86	1,38 1,93	1,23 1,24	1,21 1,25	12,8 20,7
Plućna arterija IV	0,324 0,559	13,3 17,3	1,17 1,79	1,11 1,79	1,30 1,31	1,30 1,31	13,3 17,6

mijenja s promjenom unutrašnjeg tlaka i aksijalnog opterećenja jer ne ovisi o orijentaciji kolagenskih vlakana.

Materijal je krvnih žila neizotropan sa značajkama transverzalne izotropije. Uvjeti transverzalne izotropije za tri uzorka arterija prikazani su na sl. 37. Podaci u dijagramu pokazuju moguće kombinacije unutrašnjeg tlaka i aksijalne sile uz koje stijenke arterija imaju svojstvo transverzalne izotropije. Ako je, naime, odnos unutrašnjeg tlaka i aksijalne sile takav da točka u dijagramu na sl. 37 pada na graničnu krivulju, stijenka arterije ponašat će se kao izotropan materijal, a kao anizotropan materijal ako taj uvjet nije ispunjen.

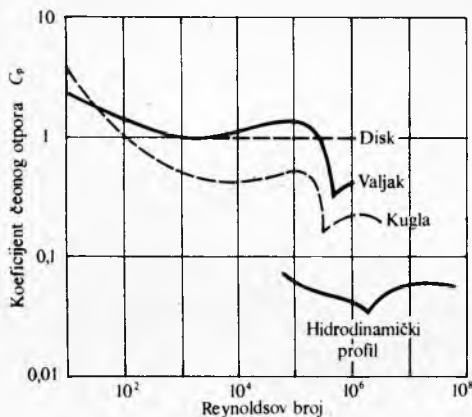


Sl. 37. Granični uvjeti transverzalne izotropije materijala stijenke triju različitih arterija

U području normalnog arterijskog tlaka (10,7...16 kPa, odnosno 80...120 mm stupca žive) i s aksijalnim opterećenjem uz koje krvna žila ima onu duljinu kao u živom organizmu, tkivo krvnih žila ponaša se kao transverzalno izotropan materijal. Tada se fizikalna svojstva arterije mogu prikazati pomoću četiri fizikalne konstante (jer su $\beta_{11} = \beta_{22}$ i $\beta_{12} = \beta_{33}$). Uz te uvjete duljina arterije ostaje konstantna bez obzira na promjenu unutrašnjeg tlaka.

GIBANJE ŽIVIH TIJELA U VODI I ZRAKU

Frontalni otpor gibanju. Kad se tijelo giba u fluidu (u tekućini ili plinu, odnosno za živa tijela u vodi ili zraku), na njega djeluje sila suprotna smjeru gibanja koja se suprotstavlja gibanju. To je frontalni otpor gibanju. Vrijednost te sile ovisi o vrsti fluida, o brzini gibanja, te o obliku i dimenzijama tijela koje se giba. Mjerenje te sile i ispitivanje ponašanja tijela u takvim uvjetima vrlo je teško ili nemoguće kad se tijelo giba, a fluid miruje. Zbog toga je pogodnije provoditi ispitivanja u uvjetima kad tijelo miruje, a fluid se giba. U tu svrhu upotrebljavaju se aerodinamički tuneli (v. *Aerotunel*, TE 1, str. 31).



Sl. 38. Ovisnost koeficijenta frontalnog otpora o Reynoldsovu broju za različite oblike tijela koji su okomiti na struju tekućine

Frontalni otpor F može se izračunati pomoću izraza

$$F = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_p \quad (43)$$

gdje je ρ gustoća fluida, v brzina gibanja tijela, odnosno fluida,

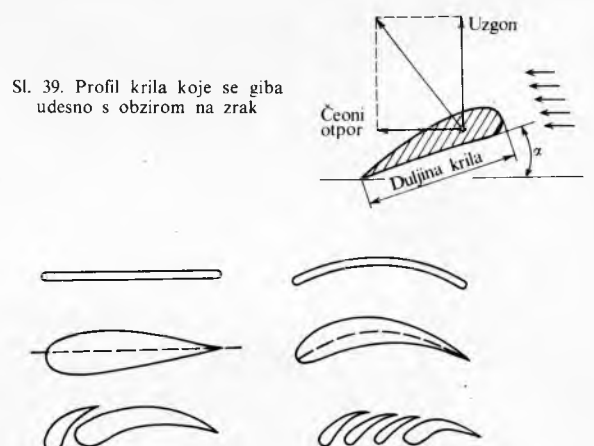
A površina projekcije tijela na ravninu okomitu na smjer gibanja, C_p koeficijent frontalnog otpora koji ovisi o obliku tijela i Reynoldsovoj značajki. Na sl. 38 prikazana je ovisnost koeficijenta C_p o vrijednosti Reynoldsove značajke za tijela različitog oblika. Koeficijent frontalnog otpora brzo se mijenja s promjenom Reynoldsove značajke u područjima malih vrijednosti do $Re = 100$. Toliku vrijednost imat će Reynoldsova značajka kad se, npr., tijelo duljine 1 cm giba u vodi brzinom od 1 cm/s, odnosno kad se tijelo jednake duljine giba u zraku brzinom od 14 cm/s. U području vrijednosti Reynoldsove značajke od $10^3 \dots 10^5$ koeficijenti frontalnog otpora ostaju gotovo konstantni, a koeficijenti frontalnog otpora imaju najmanje vrijednosti za kritičnu vrijednost Reynoldsove značajke koja iznosi $2 \cdot 10^5 \dots 2 \cdot 10^6$. Da bi se dostigla kritična vrijednost Reynoldsove značajke, tijelo mora imati relativno veliku duljinu ili se mora vrlo brzo gibati. Tako, npr., da se postigne Reynoldsova značajka od 10^6 , tijelo duljine 10 cm trebalo bi se gibati u vodi brzinom od 10 m/s, a u zraku brzinom od 140 m/s.

Frontalni otpor uvjetovan je djelovanjem tlaka i djelovanjem trenja. Njihov utjecaj ovisi o obliku tijela. Tijelo koje se giba u fluidu ostavlja za sobom trag u obliku vrtloga. U tim vrtlozima fluid ima kinetičku energiju u koju je pretvorena mehanička energija gibanja tijela kroz fluid. Mehanička je energija utrošena za svladavanje tlaka. To se uvijek događa kad tijelo ostavlja za sobom uzburkani trag. Kad se, međutim, kroz fluid giba tanka ploča, ona ne ostavlja iza sebe gotovo nikakav poremećaj u fluidu. Tada skoro sav frontální otpor nastaje djelovanjem trenja zbog pojave viskoznih sila između fluida i površine ploče u području tankoga graničnog sloja tekućine.

Aerodinamički profili živih tijela. Frontalni otpor nije jedina dinamička sila što djeluje na tijela koja se gibaju u fluidu ili koja se nalaze u struji fluida. Ako se, naime, tijelo giba pod nekim kutom s obzirom na struju fluida, na njega će djelovati dinamička sila pod nekim kutom s obzirom na smjer gibanja tijela (sl. 39). Ta se sila može rastaviti u dvije komponente: frontální otpor u smjeru gibanja tijela i uzgon okomito na smjer gibanja. Kad tijelo ima takav oblik da se pri gibanju u zraku pojavljuje uzgon, kaže se da tijelo ima aerodinamički profil. Vrijednost uzgona F_u može se izračunati iz izraza

$$F_u = \frac{1}{2} v^2 A C_u \quad (44)$$

gdje je v brzina gibanja, A površina najveće projekcije tijela, a C_u koeficijent uzgona koji ovisi o obliku tijela, o njegovu kutu s obzirom na smjer gibanja, odnosno na smjer strujanja zraka, i o vrijednosti Reynoldsove značajke.



Sl. 40. Različiti oblici jednostavnih profila i složenih profila krila

Ako dva krila imaju jednake vrijednosti Reynoldsove značajke i jednake kutove, imat će i jednak koeficijent uzgona. Za izračunavanje Reynoldsove značajke mjerodavna je duljina krila (sl. 39).

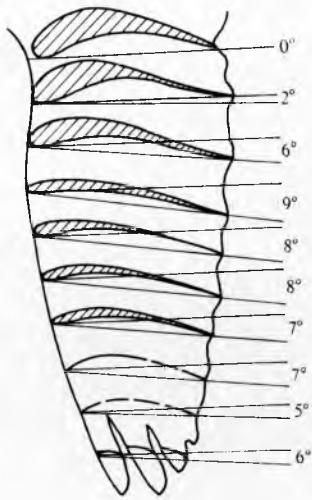
Koeficijent uzgona uz konstantu vrijednost Reynoldsove značajke obično je približno proporcionalan kutu djelovanja.

To vrijedi samo do pojave odvajanja struje zraka od površine krila, pa se taj kut uz koji se pojavljuje odvajanje naziva graničnim kutom djelovanja.

Sila uzgona nastaje zbog razlike brzina strujanja zraka tiz gornju i donju plohu krila. Ako je struja zraka uz gornju plohu krila veća nego uz donju plohu, djelovat će, u skladu s Bernoullijevom jednadžbom (v. *Mehanika fluida*), manji tlak na gornju nego na donju plohu krila, pa će uzgon podizati tijelo koje se giba.

Krila mogu biti građena kao ravne i savijene tanke pločice (sl. 40), kao simetrični i nesimetrični aerodinamički profili, te kao složeni profili.

Krila ptica. Ptice imaju krila različitih presjeka. Pri gibanju tlak zraka savija krilo mijenjajući njegove profile. Na sl. 41 prikazani su profili golubova krila. W. Nachtigall i Y. Weiser mjerili su promjene golubova krila u aerodinamičkom tunelu u različitim uvjetima strujanja i s različitim napadnim kutovima struje zraka. Utvrđeno je da struja zraka širi krilo na vrhu, smanjujući tako kut djelovanja i savijanje krila. Kad se s povećanjem brzine smanjuje savijanje krila, ono se dobro prilagođuje zahtjevima leta. Da bi krila mogla podržavati težinu tijela pri malim brzinama, mora koeficijent uzgona imati veliku vrijednost, a to se lakše postiže uz veoma savijeno krilo.

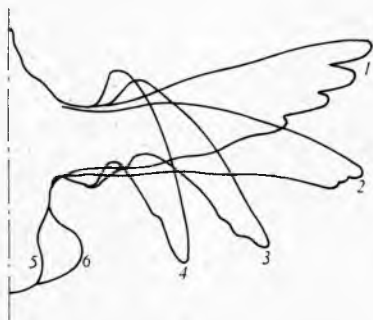


Sl. 41. Golubovo krilo i karakteristični profili presjeka

Na sl. 41 vidi se da prednji dio krila ima povoljan aerodinamički profil s odebljanjem na prednjem kraju u kojemu se nalaze kosti i mišići. Stražnji je dio krila kombinacija tankih savijenih ploča.

Iako ptice relativno brzo lete, Reynoldsova značajka ima malu vrijednost. Tako, npr., golubovo krilo ima duljinu ~ 12 cm (ne uzimajući u obzir dio oko vrška krila), a pri planiranju s brzinom od 15 m/s ima vrijednost Reynoldsove značajke od $\sim 130 \cdot 10^3$. Kad golub lebdi nepomično u zraku, krilima odgovara vrijednost Reynoldsove značajke od $\sim 40 \cdot 10^3$. Prema tome, golubova krila rade s promjenljivim karakteristikama.

Složeni oblici krila (sl. 40) imaju prednost prema jednodijelnim krilima zbog toga što se na jednodijelnim krilima



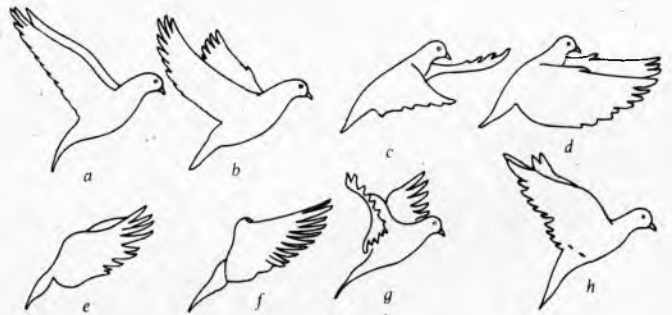
Sl. 42. Promjene površina galebova krila (1...4) i repa (5, 6)

pojavljuje odvajanje struje zraka od površine krila. Jednodijelna krila imaju koeficijent uzgona do vrijednosti od 1,5, dok se složenim krilima ostvaruje vrijednost toga koeficijenta veća od 2, pa čak i do 3,9.

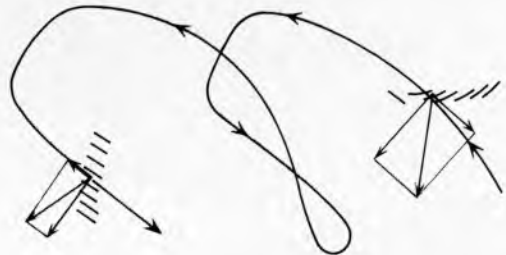
Mjerenjima C. J. Perryckica utvrđene su karakteristike galebova leta. Maksimalna vrijednost koeficijenta uzgona iznosila je 1,8, koji je potreban da se održi težina tijela pri planiranju brzinom od 7 m/s s potpuno raširenim krilima. Ako je kut planiranja prema horizontu iznosio $\sim 7^\circ$, bila je potrebna minimalna brzina od $1,22$ m/s.

Pri većim brzinama krila se nalaze u položajima 2 i 3 (sl. 42), dok se pri malim brzinama širi rep da bi se ostvario dopunski uzgon.

Let mahanjem krila. R. H. J. Brown proučavao je polijetanje goluba snimanjem pomoću brze filmske kamere. Utvrdio je da golub može načiniti krilima do devet zamaha u 1 s. Na sl. 43 prikazane su karakteristične faze uzlijetanja goluba. U trenutku uzlijetanja tijelo je nagnuto pod relativno velikim kutom prema horizontu (sl. 43a). Zatim se krila opuštaju i zanose naprijed šireći se na strane. Nakon toga glava se spušta među krila, a poslije toga slijedi nagli trzaj kad se krila vraćaju u početni položaj. Pri polijetanju važna su pera na krilima i njihov poredak. To naročito vrijedi za resasti dio u korijenu krila.



Sl. 43. Golubove konture pri polijetanju prema snimkama brzom kamerom u razmacima od $0,01$ s

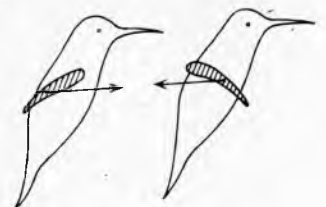


Sl. 44. Trajektorija gibanja goluba pri polijetanju s profilima konturnih pera i njihovim silama

Na sl. 44 prikazana je trajektorija polijetanja goluba s naznakom položaja krila i sa smjerom djelovanja sila.

Let vibracijskim gibanjem krila. S mehaničkog gledišta kolibrić lebdi u zraku na poseban način. Kolibrić se, naime, hrani sisanjem nektara iz cvjetova a da na njih ne sjeda. On mora, dakle, lebđeti, što ostvaruje brzim treperenjem krila (vibracijskim gibanjem), koja se gibaju naprijed-natrag, kako je prikazano na sl. 45. Krilo djeluje kao lopatica u ventilatoru, s razlikom da se smjer okretanja oko osi stalno mijenja. Tako se postiže da je uzgon stalno usmjeren prema gore. Snaga

Sl. 45. Shema gibanja krila kolibrića dok lebdi u zraku



potrebna za takvo lebđenje iznosi

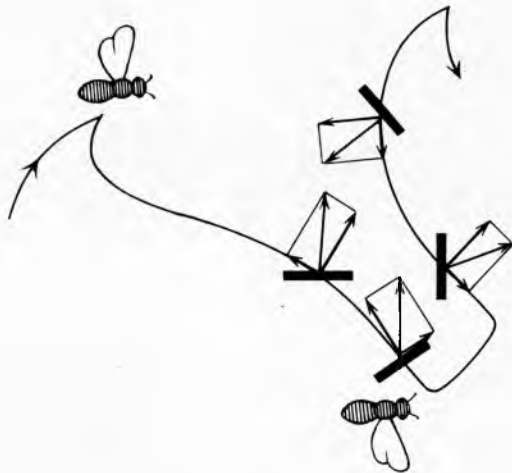
$$P = \left(\frac{1}{2} \frac{m^3 g^3}{A \rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (45)$$

gdje je m masa kolibrića, g ubrzanje sile teže, ρ gustoća zraka, a A površina koju opisuje vrh krila u jednom ciklusu pokretanja krila (naprijed i natrag). Masa je kolibrića 3 g, gustoća zraka $\sim 1,3 \text{ kg/m}^3$, a površina A iznosi $2/3$ površine kruga polumjera 4 cm, jer je toliki polumjer kruga što ga opisuju vrhovi krila i jer se krilo zakreće za 120° kružno naprijed i natrag. Prema tome, snaga potrebna za lebđenje iznosi 53,7 mW.

O. P. Pearson i R. S. Lasiewski izmjerili su potrošnju kisika kolibrića koji u lebđenju troši $127 \text{ cm}^3/\text{sat}$, a u mirovanju $\sim 18 \text{ cm}^3/\text{sat}$. Iz toga je procijenjena snaga koja se troši za vrijeme lebđenja, pa ona iznosi 640 mW. Prema tome, stupanj djelovanja pretvorbe energije u mehanički rad iznosi $\sim 0,08$. Čovjek ostvaruje mnogo bolji stupanj djelovanja energetske pretvorbe, jer iznosi $\sim 0,20$ prema mjerenjima pomoću ergometrijskog bicikla.

Let insekata. Za krila insekata vrijede male vrijednosti Reynoldsove značajke. Tako, npr., skakavac leti brzinom od 3,50 m/s, tetiva krila duga je $\sim 2 \text{ cm}$, pa Reynoldsova značajka ima vrijednost 5000. Skakavci spadaju među najveće insekte, pa za njih vrijede i veće vrijednosti Reynoldsove značajke, ako se računa s podjednakom brzinom letenja.

Krila insekata jesu tanke i često savijene pločice. One nisu glatke, a protkane su ispupčenim žilicama. Čini se, međutim, da te žilice nemaju veći utjecaj na frontalni otpor, pogotovo kad su male vrijednosti Reynoldsove značajke.



Sl. 46. Trajektorija gibanja krila muhe (*Phornia*) sa silama koje vjerojatno djeluju na krilo

W. Nachtigall proučavao je let muhe (*Phornia*) snimanjem brzom filmskom kamerom. Na sl. 46 prikazana je trajektorija leta muhe te dva krajnja položaja krila, uz napomenu da krila opisuju vrlo složene krivulje. Na slici su prikazani i poprečni presjeci krila u četiri položaja muhe s vjerojatnim smjerovima aerodinamičkih sila. U dijelu trajektorije koja se spušta prednji dio krila nešto je niži od zadnjeg dijela, a za vrijeme uzgona krilo se zakrene.

Muha za vrijeme leta čini ~ 120 , a skakavac ~ 17 zamaha u sekundi.

Frontalni otpor gibanju delfina. Delfini (*Tursiops gilli*) brzo plivaju, pa je i vrijednost Reynoldsove značajke dosta velika. Tako je, npr., za jednog od proučavanih delfina duljine 1,90 m vrijednost Reynoldsove značajke iznosila $1,6 \cdot 10^7$. Taj je delfin mogao plivati s maksimalnom brzinom od 8,3 m/s, a tokom jedne minute s brzinom od 6,1 m/s.

Tijelo delfina ima vrlo pogodan hidrodinamički profil. Taj je oblik sličan obliku torpeda, uglavnom ima kružni presjek, a postepeno se sužava od glave prema repu. Omjer suženja iznosi oko 5, što je vrlo blisko idealnom omjeru (4,5). Posebno

grudne, repne i leđne peraje imaju povoljan hidrodinamički profil. Koža delfina je glatka. Sve to pokazuje da je frontalni otpor delfina vrlo malen.

Frontalna površina proučavanog delfina iznosila je $0,11 \text{ m}^2$, a koeficijent frontalnog otpora 0,055 uz Reynoldsovu značajku od $1,6 \cdot 10^7$. Frontalni otpor, prema relaciji (43), a uz brzinu od 8,3 m/s, iznosi 208 N, pa je potrebna snaga 1726 W. Budući da je stupanj djelovanja manji od 1, može se računati da je snaga mišića $\sim 2000 \text{ W}$. Uz ukupnu masu delfina od 89 kg može se procijeniti da masa mišića koji pokreću delfina iznosi $\sim 15 \text{ kg}$, što daje specifičnu snagu mišića od $\sim 130 \text{ W/kg}$. To je otprilike trostruko veća snaga od snage koju mogu razviti ljudski mišići na ergometrijskom biciklu. Tako velika razlika specifičnih snaga mišića navela je istraživače da posumnjaju u točnost pretpostavka, pa se misli da se u graničnom sloju pojavljuje laminarno strujanje bez obzira na visoku vrijednost Reynoldsove značajke. Pokusi su, međutim, pokazali da je u graničnom sloju gibanje turbulentno.

LIT.: F. Pauwels, Der Schenkelhalsbruch ein mechanisches Problem. Enke, Stuttgart 1935. — C. Г. Техникий, Теория упругости анизотропного тела. Гостехиздат, Москва-Ленинград 1950. — Biomechanics and related bio-engineering topics. Proc. Symposium, Glasgow 1964. — E. G. Tickner, A. H. Sacks, A theory for the static elastic behavior of blood vessels. Biorheology 4, 1967. — R. M. Alexander, Animal mechanics. Lidgwick and Jackson, London 1968. — D. Bazjanac, Nauka o čvrstoći. Tehnička knjiga, Zagreb 1968. — P. Keros i sur., Funkcionalna anatomija. Medicinska naklada, Zagreb 1968. — Handbuch der medizinischen Radiologie, Bd. 4, Teil 1. Springer, Berlin 1970. — J. B. Paul, Load action on the human femur in walking, and some resultant stresses. Exp. Mech. 11/3, 1971.

O. Muftić

MEHANIZACIJA GRAĐEVINSKIH RADOVA, upotreba mašina za izvođenje građevinskih radova. Posljednjih godina građevinska mehanizacija zauzima dominantno mesto u tehnologiji građenja, jer je najefikasnije sredstvo za povećanje produktivnosti i brzine radova. Međutim, nije samo to bitno. Dok su posljednjih deset godina nabavne cene mašina porasle tri do četiri puta, u istom su periodu lični dohoci porasli deset puta, s tendencijom i daljeg bržeg porasta ličnih dohodaka. Ako se analizira učinak ljudskog rada i uporedi sa radom mašina, izlazi da je rad mašina više od dvadeset puta ekonomičniji od ljudskog rada.

Razvoj građevinske mehanizacije veoma je intenzivan, i to na svim oblastima radova. Glavna linija razvoja jest težnja da mašine budu što pokretljivije, da im rad bude što elastičniji i brži a kapacitet što veći, i da se povezivanjem mašina omogućí ostvarenje savremene i napredne tehnologije. To znači da se nastoji zameniti donji stroj na gusenicama postavljanjem mašina na pneumatike, klasične mehaničke komande hidrauličnim komandama (pa čak i pun prelaz na hidraulični pogon), instalisana snaga motora primenom dvojnih (twin) motora čija je snaga već i do 735 kW (1000 KS).

Osnovi korištenja mašinskim radom. Učešće mašina u nekom radu i primena mehanizovanog načina građenja može se izraziti na više načina. a) Step en zahvata radova mehanizacijom izražava se procentom koji je odnos obima radova koji se izvršavaju prema ukupnom obimu radova. To može biti po vrednosti radova ili po naturalnom pokazatelju. Vrednost ovog procenta može se odnositi za neki određeni vremenski period, npr. za godinu dana, za neko određeno mesto ili objekat, i pokazuje koji se deo od celine izvršava primenom mehaničkih sredstava. b) Step en mehanizovanosti (mehanoopremljenosti) gradilišta, jest procentualni odnos vrednosti primenjenih mehaničkih sredstava, koja su upotrebljena na nekom gradilištu (objektu ili preduzeću), prema ukupnom godišnjem iznosu radova na tom gradilištu (objektu ili preduzeću). c) Step en energije jest iznos instalisane snage građevinskih mašina i uređaja u kW (KS) koji dolazi na jednog uposlenog radnika na nekom gradilištu. d) Step en iskorištenja mehanizacije u građevinarstvu manji je nego u industriji. Odnos vremena iskorištenja mehanizacije prema ukupnom radnom vremenu u određenom vremenskom