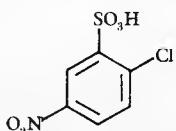


za određivanje organskih baza, s kojima daje lijepo kristalizirane soli, pikrate. Dobiva se nitriranjem klorbenzena, pri čemu nastaje 1-klor-2,4-dinitrobenzen, koji se hidrolizom prevede u 2,4-dinitrofenol i konačno ponovnim nitriranjem smjesom za nitriranje u 2,4,6-trinitrofenol.

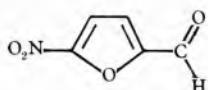
Nitronaftaleni. Nitriranjem naftalena dobiva se smjesa od dva mononitro-, dva dinitro-, četiri trinitro- i tri tetranitro-derivata. Industrijski se u velikim količinama proizvodi 1-nitronaftalen kao intermedijer za dobivanje 1-aminonaftalena. To je kristalna supstancija koja se otapa u većini organskih otapala, a upotrebljava se u proizvodnji bojila i kao sastojak nekih eksploziva.

Nitrobenzensulfonske kiseline (i nitrotoluensulfonske kiseline) i njihovi derivati služe u prvom redu kao međuproducti u proizvodnji bojila i u farmaceutskoj industriji. 6-klor-3-nitrobenzensulfonska kiselina,



čvrsta je supstancija koja iz vode kristalizira sa dvije molekule vode. Lako je topljiva u alkoholu i u octenoj kiselinici. Zagrijavanjem na temperaturu $>200^{\circ}\text{C}$ eksplozivno se raspada. Industrijski se proizvodi u velikim količinama. Klorbenzen se prvo sulfonira 100%-tom sulfatnom kiselinom, a zatim se u reakcijsku smjesu dodaje nitratna kiselina i nitririra. 6-klor-3-nitrobenzensulfonska kiselina važan je intermedijer u proizvodnji bojila.

Nitrofurani. Industrijski je važan 5-nitrofurfural,



koji služi kao intermedijer u proizvodnji supstancija s baktericidnim djelovanjem. Dobiva se nitriranjem furfurala smjesom nitratne kiseline i anhidrida octene kiseline na temperaturi 25°C . Nakon završene reakcije u reaktoru se dodaje voda i trinatrij-fosfat, a hlađenjem kristalizira 5-nitrofurfuraldiacetat.

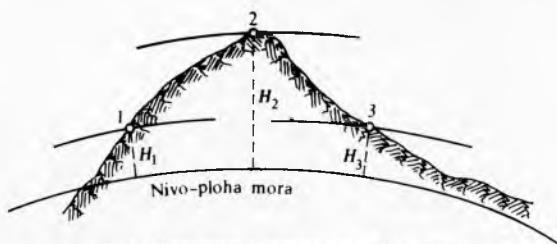
LIT.: C. R. Noller, *Kemijska knjiga*, Zagreb 1967. — Kirk-Othmer Encyclopedia of Chemical Technology, Vol. 13. Interscience Publishers, New York 1967. — Houben-Weyl, Methoden der organischen Chemie, Band X/1. Georg Thieme Verlag, Stuttgart 1971. — Ullmann's Encyclopädie der technischen Chemie, Band 17. Verlag Chemie, Weinheim 1979.

M. V. Proštenik

teoretski potpuno ispravni, ali korekcije koje bi trebalo provesti toliko su malene (manje od pogrešaka mjerjenja) da se gotovo za sve praktičke nivelmane radevine mogu zanemariti. Izuzetak je nivelman visoke točnosti i precizni nivelman.

Nivo-ploha mora zamišljena je ploha srednje razine mora produžene ispod kontinenata. Srednja razina mora jest nivo-ploha koja se dobiva na temelju višegodišnjih mjerjenja morske razine. To je nulta razina od koje se određuju absolutne visine.

Absolutna visina H neke točke na Zemljinoj površini vertikalna je udaljenost te točke od srednje razine mora (sl. 1).



Sl. 1. Nivo-plohe i srednja nivo-ploha mora

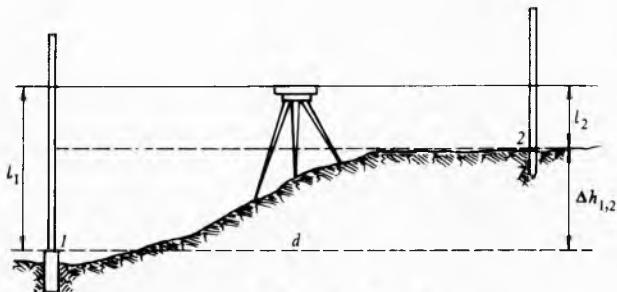
Relativna visina $\Delta H, \Delta h$ neke točke vertikalna je udaljenost njezina horizonta od horizonta polazne točke. To je visinska razlika između dvije točke na Zemljinoj površini (sl. 2). Ako se želi odrediti relativna visina točke 1 u odnosu na točku 2, postave se na obje točke nivelmane letve a između njih niveli. Na letvi postavljenoj u točki 1 očita se visina l_1 , a na letvi u točki 2 visina l_2 . Tada je relativna visinska razlika

$$\Delta h_{1,2} = l_1 - l_2. \quad (1)$$

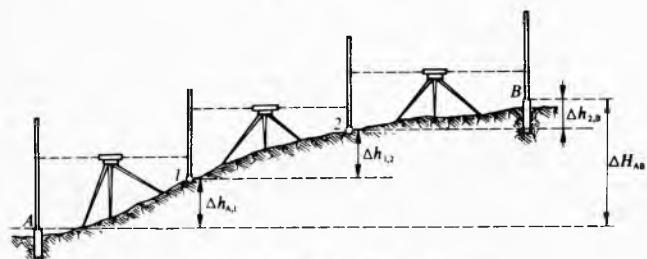
Ako je zadana absolutna visina točke 1 (H_1), absolutna je visina točke 2

$$H_2 = H_1 + \Delta h_{1,2}. \quad (2)$$

Iz toga slijedi da je za računanje visina (kota) niza točaka potrebno prethodno izmjeriti visinske razlike između tih točaka.



Sl. 2. Relativne visine



Sl. 3. Visinske razlike

Kad se visinska razlika dviju točaka (A, B) ne može neposredno izmjeriti nivelirom iz jednog stajališta (velika visinska razlika, prevelička udaljenost točaka, prevelička udaljenost letve od nivela), ona se izračuna zbrajanjem relativnih visina (sl. 3):

$$\Delta H_{A,B} = \Delta h_{A,1} + \Delta h_{1,2} + \Delta h_{2,B} = \Sigma \Delta h. \quad (3)$$

Kad se očitava nivelirom između postavljenih letava, očitanje unazad (vizura natrag) označuje se sa Z a očitanje prema

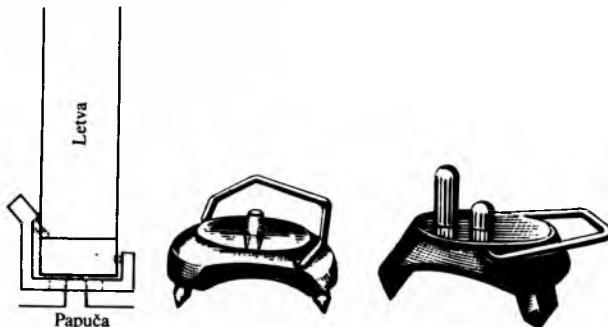
naprijed (vizura naprijed) sa P , pa visinska razlika iznosi

$$\Delta H_{A,B} = (Z_1 - P_1) + (Z_2 - P_2) + (Z_3 - P_3) = \Sigma Z - \Sigma P. \quad (4)$$

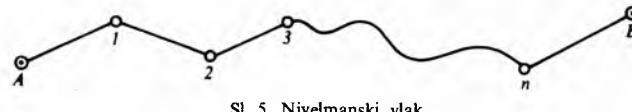
Početna (A) i krajnja točka (B) mogu biti čvrste, a njihove visine (kote) zadane.

Letve se tijekom mjerjenja prenose. Nakon očitavanja na točki A letva se prenosi na točku 2, a letva u točki 1 okrene se prema sljedećem položaju nivela. Za preciznija mjerjenja letve se postavljaju na čvrstu podlogu (posebne željezne papuče, sl. 4). Razmak između stabiliziranih nivelskih točaka A i B obično je velik. Radi lakše izmjere visina postavljaju se umetnute točke 1, 2, 3 itd., pa tako nastaje *nivelski vlak* (sl. 5). Razmak između dvije susjedne stabilizirane točke (repera) zove se nivelska strana (dionica). Više međusobno spojenih nivelskih vlakova (poligona) čini *nivelsku mrežu* (sl. 6).

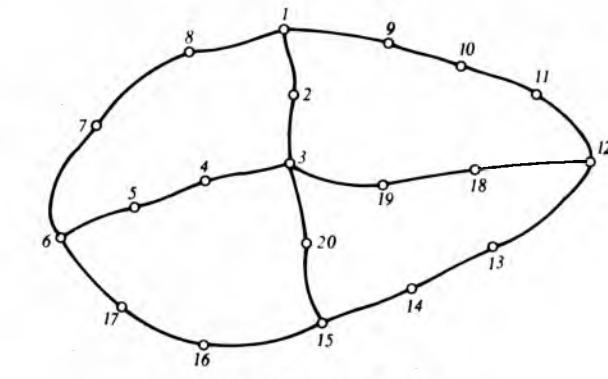
Zajedničke strane mreže zovu se *vezne strane*, a zajednički reper, u kojem se sastaju tri ili više vlakova, *čvorni reper*.



Sl. 4. Željezne papuče i podloga nivelske letve



Sl. 5. Nivelski vlak

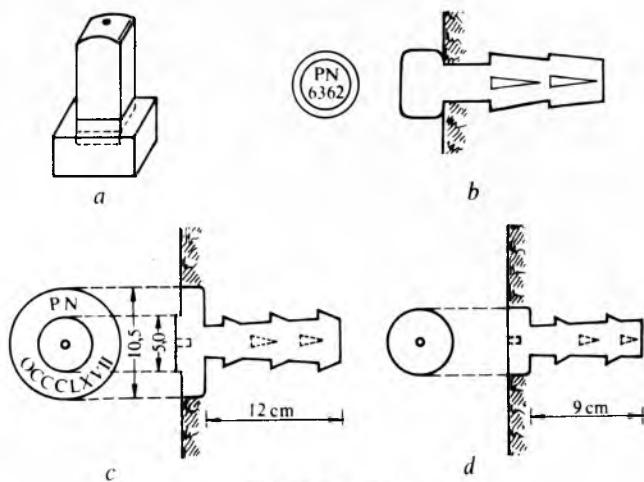


Sl. 6. Nivelska mreža

Vrste nivela. Nivelman može biti, s obzirom na svrhu, generalni i detaljni, a prema metodama mjerjenja geometrijski, trigonometrijski, barometrijski i hidrostaticki nivelman. Prema točnosti koju treba postići, generalni nivelman može biti (za SFRJ) nivelman visoke točnosti, precizni nivelman I reda, precizni nivelman II reda, tehnički nivelman povećane točnosti i tehnički nivelman. Detaljnim nivelmanom određuju se visine karakterističnih točaka na Zemljinoj površini i određeni profili, pa se razlikuju površinski nivelman i nivelman profila. Detaljni nivelman priključuje se na zadane točke generalnog nivelmmana.

Nivelski reperi. Nivelske se točke trajno obilježavaju nivelskim biljegama, reperima. Oni su različitih konstrukcija, što ovisi o mjestu ugradnje. Reperi se izrađuju iz lijevanog ili kovanog željeza, a oblik i veličina ovise o redu mreže za koju se postavljaju, te o mjestu ili građevini na koju se ugra-

đuju. Reperi se ugrađuju horizontalno ili vertikalno tako da se na njih može postaviti vertikalna letva (sl. 7). Vrh glave na sl. 7b, odnosno sredina rupice na sl. 7a definira kotu. Ako na terenu nema prikladnih građevina, reper se ugrađuje vertikalno u betonske ili kamene stupice (sl. 7a) ukopane 70 cm u tlo. Stupići su usađeni u betonsku ploču $60 \times 60 \times 30$ cm da bi se reper osigurao od slijeganja, a glava stupa mora biti 10 cm iznad tla.



Sl. 7. Tipovi repera

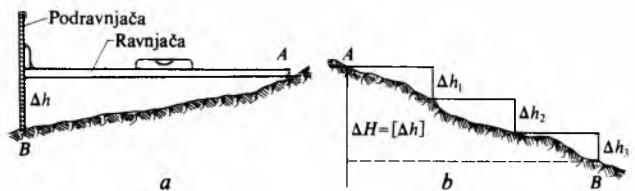
Postoje i drugi načini ugrađivanja repera na koje se ne može neposredno postaviti nivelska letva. Oni su uvidani u zid čvrste građevine, a vidljiva okrugla pločica s rupicom u sredini označuje visinu, te nosi oznaku nivelskog reda (PN — precizni nivelman, NVT — nivelman visoke točnosti) i broj repera. Prilikom mjerjenja u rupicu repera objesi se posebno ravnalo s milimetarskom podjelom umjesto letve za niveliranje (sl. 7c, d).

Nivelski instrumenti. To su niveli, letve i pomoćne sprave. Niveli su različitih konstrukcija i točnosti (v. *Geodetski instrumenti*, TE 6, str. 46). Za praktične radeve ne zahtijeva se velika točnost, a za precizna mjerjenja upotrebljavaju se niveli visoke točnosti. Nivelir ima astronomski durbin koji daje obrnutu sliku, a za vrijeme snimanja pričvršćen je na tronožni stativ. Durbin se sastoji od dvije cijevi uvučene jedna u drugu i dva sustava leća (okular i objektiv). Nivelir za precizni nivelman mora imati povećanje durbina 30 do 40 puta, promjer izlazne pupake okulara 1,5 mm, polumjer zakrivljenosti nivelskih libele 40 do 100 m, duljinu mjeđuhra libele najmanje 25 mm (za više temperature), te mora imati prizme za promatranje nivelačke libele i optički mikrometar. Te uvjete zadovoljavaju noviji niveli (konstrukcije Wild, Zeiss i Kern) za nivelman visoke točnosti (NVT) i precizni nivelman (PN).

Nivelir ima dvije libele, jednu, na njegovu podnožju, za grubo horizontiranje (dozna, kružna libela) i drugu, na durbinu, za precizno horizontiranje elevacijskim vijkom.

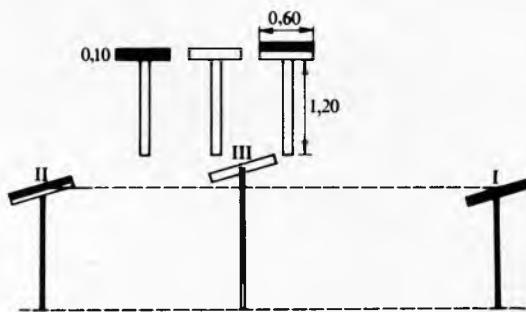
U praksi postoji više pomoćnih uredaja i nivela za građevne radeve, a upotrebljavaju se oni koji za određenu svrhu i postupak mjerjenja daju dovoljnu točnost.

Kad je brzina rada važnija od točnosti, za mjerjenje visinskih razlika strmih poprečnih profila na malim udaljenostima, najviše se upotrebljavaju križ za ravnanje (vizirni križ), ravnjača i podravnjača. Danas se, međutim, najčešće upotrebljava lagani i jef-tini niveli s manje osjetljivom libelom.



Sl. 8. Postupak mjerjenja ravnjačom i podravnjačom

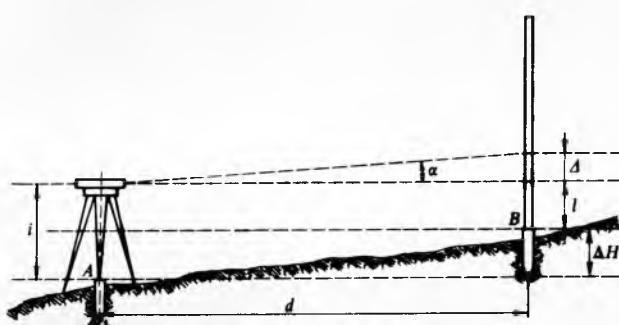
Ravnjača i podravnjača. Ravnjača je letva duljine 3–4 m, koja na donjoj strani ima decimetarsku podjelu (mjerjenje duljine), a na sredini gornje strane libelu. Jedan kraj ravnjače naslonjen je na tlo (A), a drugi (B) je postavljen uz podravnjaču, vertikalnu letvu s centimetarskom podjelom (sl. 8). Ravnjača se pomiče uz podravnjaču, a kad libela vrhuni, procita se visinska razlika na podravnjači.



Sl. 9. Vizirni križevi

Vizirni križ (sl. 9) izrađen je od dvije daske (duljina donje 100–120 cm, a gornje 60 cm). Radi se sa tri vizirna križa.

Metode geometrijskog nivelmana. Za geometrijski nivelman visinska razlika između dviju letava mjeri se horizontalnom vizurom nivela. Može se nivelerati s kraja i iz sredine.



Sl. 10. Niveliranje s kraja

Niveliranje s kraja. Niveler je postavljen u točki A (sl. 10). Pomoću dozne libele horizontira se alhidada nivela (dozna libela dovede se u paralelan položaj sa dva podnožna vijka i uravna se, zatim se alhidada okreće okomito na prethodni položaj i opet se uravna dozna libela). Letva na kojoj se očitava postavlja se vertikalno na točku B. Visinska je razlika

$$\Delta H = l - i, \quad (5)$$

gdje je l očitanje na latvi, a i visina nivela. Niveliranje s kraja je jednostavna metoda, no u praksi se malo koristi zbog više pogrešaka (čitanja na letvi, precizna visina nivela, pogreške zbog refrakcije i zakrivljenosti Zemlje, neparalelnost vizurne osi nivela i osi libele). Pogreška zbog zakrivljenosti Zemlje izražena je formulom

$$p = 0,5 \frac{d^2}{R}, \quad (6)$$

gdje je d horizontalna udaljenost između nivela i letve, a R srednji polumjer Zemlje (R je 6381 km). Za duljine do 50 m pogreška se zanemaruje (za $d = 100$ m pogreška je $p = 0,78 \approx 1$ mm). Na većim duljinama utječe refrakcija. Taj se utjecaj mijenja prema temperaturnim promjenama zraka. Pogreška zbog djelovanja refrakcije iznosi

$$r = \frac{kd^2}{2R}, \quad (7)$$

gdje je $k = 0,13$ (za naše prilike). Ukupno je djelovanje Zemlje zakrivljenosti i refrakcije

$$f = p - r = 0,44 \frac{d^2}{R}. \quad (8)$$

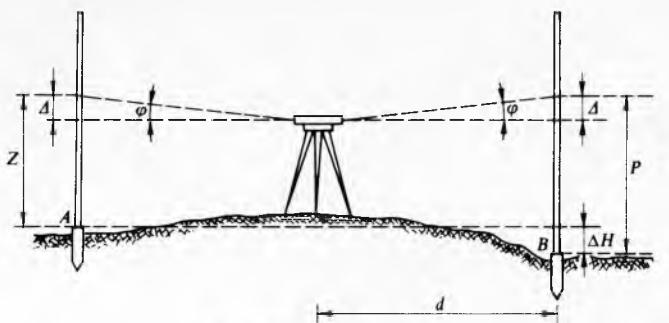
Niveliranje iz sredine. Niveler se postavi između dvije točke (sl. 11), na kojima su vertikalno (pomoću dozne libele) postavljene letve. Niveler se precizno horizontira (kao u prethodnom slučaju), a elevacijskim vijkom cijevna se libela dovede u položaj da vrhuni. Objekti (vizurne osi nivela i os libele) moraju biti međusobno paralelni. Zatim se očitaju odsječci na letvi (natrag Z i naprijed P). Razlika između tih očitanja jest visinska razlika između točaka A i B:

$$\Delta H = Z - P. \quad (9)$$

Ako su točke A i B veoma udaljene ili je teren strm, postupa se tako da se mjeri kraći rasponi (sl. 3). Visinska razlika točaka A i B suma je razlika čitanja natrag i naprijed

$$\Delta H = [Z] - [P]. \quad (10)$$

(Ovdje kao i dalje uglate zagrade označuju sumu.) Niveliranjem iz sredine, kad su duljine vizura natrag i naprijed jednake, isključuje se pogreška zbog Zemljine zakrivljenosti i mnogo se smanjuje utjecaj refrakcije, a potpuno se uklanja pogreška neparalelnosti vizurne osi nivela i osi libele.



Sl. 11. Niveliranje iz sredine

Usporedba niveleranja s kraja i iz sredine. Ako kod niveleranja iz sredine uvjet paralelnosti (vizurne osi durbina i osi libele) nije ispunjen, čitanjem na letvi nastaje odstupanje Δ (sl. 11). To odstupanje iznosi

$$\Delta = d \tan \alpha, \quad (11)$$

gdje je d duljina vizure, a α kut otklona osi libele od vodoravnog položaja. Tada je visinska razlika između točaka A i B

$$\Delta H = (P - \Delta) - (Z - \Delta) = P - Z. \quad (12)$$

Ako se niveleri jednakim duljinama vizura, neparalelnost vizurne osi durbina i osi libele ne utječe na rezultat mjerjenja.

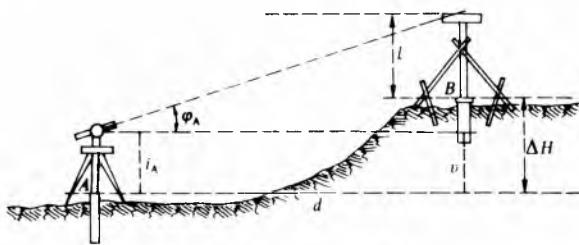
Pri niveleranju s kraja pojavit će se pogreška Δ (11) zbog neparalelnosti osi (sl. 10). Tada je visinska razlika

$$\Delta H_{A,B} = i + d \tan \varphi - l, \quad (13)$$

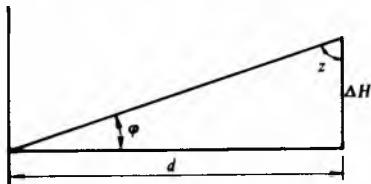
gdje je i visina nivela, a l očitanje na letvi. Mjerjenje s kraja pomoću instrumenata na kojima se može mjeriti kut φ (trigonometrijsko mjerjenje visina) često se primjenjuje u praksi.

Trigonometrijsko mjerjenje visina. Instrumenti za trigonometrijsko mjerjenje visina (teodoliti) imaju vertikalni krug za mjerjenje visinskih, odnosno zenitnih kutova; instrumentima za trigonometrijsko niveleranje detaljno se mjeri duljine i visinske razlike na kraćim udaljenostima (tahimetri). Kad se mjeri teodolitom (sl. 12), on se postavlja na točku A (visina instrumenta i_A je poznata), a na točki B se nalazi letva ili posebni signal na koji se vizira i mjeri vertikalni kut φ_A . Na manjim udaljenostima može se na letvi izmjeriti i duljina d . Inače se duljina može izmjeriti pomoću trokuta postavljenog u blizini cilja ako je on nepristupačan.

Visinska je razlika dviju točaka određena izrazom (13). Trigonometrijskim niveleranom dobiju se velike visinske razlike na velikim udaljenostima (do nekoliko kilometara) gdje je nemoguće primijeniti geometrijski nivelman. Tom metodom određuju



Sl. 12. Mjerenje s teodolitom



Sl. 13. Trokut, osnova trigonometrijskog nivelmana

se i visinske razlike između triangulacijskih točaka. Za računanje služe duljine između pojedinih točaka dobivene iz rezultata računanja triangulacijske mreže (iz koordinata). Visinska razlika može se izračunati iz pravokutnog trokuta (sl. 13) ako se izmjeri kut φ i duljina d , pa je

$$\Delta H = d \tan \varphi. \quad (14)$$

Umjesto kuta φ može biti izmjerjen zenithni kut z , pa je tada

$$\Delta H = d \cot z. \quad (15)$$

Visinski kutovi mjere se veoma precizno sekundnim teodolitima. Iz formule za ΔH srednja pogreška kuta može se izračunati

$$m_\varphi = \varrho'' \frac{m_{\Delta H}}{d}. \quad (16)$$

gdje je $\varrho'' = 206265$ (radijan), a $m_{\Delta H}$ srednja pogreška određivanja ΔH . Iz te formule može se zaključiti da za veće udaljenosti kut φ treba mjeriti točnije. Na točnost mjerjenja utječe pogreška refrakcije i pogreška zbog zakrivljenosti Zemljine površine. Njihov zajednički utjecaj daje formula

$$K = \frac{(1-k)}{2R} d^2, \quad (17)$$

gdje je k koeficijent refrakcije (za naše prilike $k = 0,13$), d horizontalna udaljenost između instrumenta i cilja u km, a $R = 6381$ km (polumjer Zemljine kugle) (tabl. 1). Prema tome ukupna je korekcija određena izrazom (8).

Tablica 1

VRIJEDNOSTI KOREKCIJE K PREMA FORMULI (17)

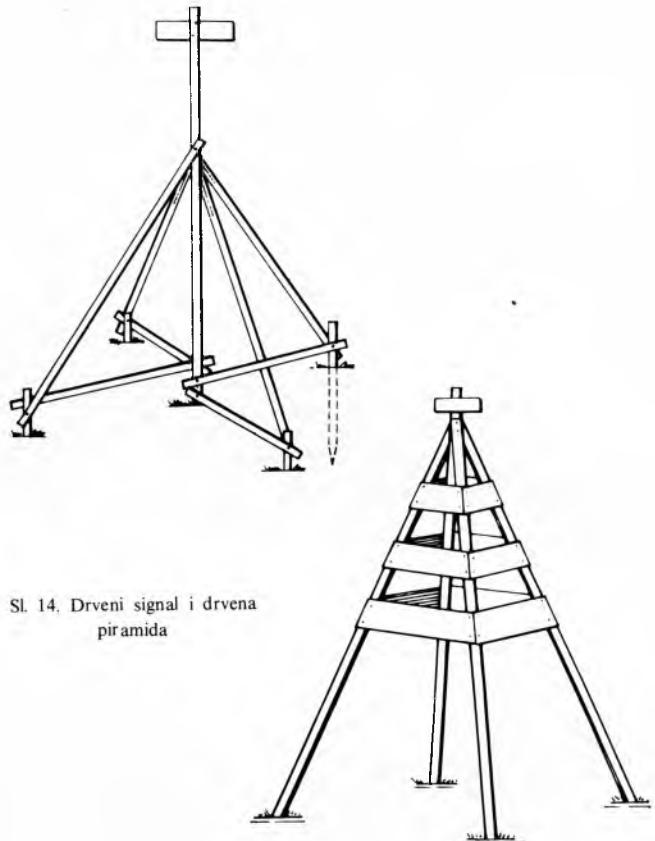
d_m	000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
0	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,06
1000	0,07	0,08	0,10	0,12	0,13	0,15	0,18	0,20	0,22	0,25
2000	0,27	0,30	0,33	0,36	0,39	0,43	0,46	0,50	0,53	0,57
3000	0,61	0,66	0,70	0,74	0,79	0,84	0,88	0,93	0,98	1,04
4000	1,09	1,15	1,20	1,26	1,32	1,38	1,44	1,51	1,57	1,64
5000	1,70	1,77	1,84	1,91	1,99	2,06	2,14	2,21	2,29	2,37
6000	2,45	2,54	2,62	2,71	2,79	2,88	2,97	3,06	3,15	3,26

d_m = dužina u metrima = zbroj jedne od vrijednosti iz prve kolone i iz glave tablice

Visinski kutovi, odnosno zenitne udaljenosti mjere se univerzalnim teodolitima s vertikalnim krugom i uređajem za fino očitanje. Kad se određuje visina triangulacijskih točaka, točke treba označiti običnim signalima ili drvenim piramidama (sl. 14). Obični signali imaju na vrhu jednu ili dvije horizontalne letvice na koje se vizira i mjeri visinski kut. Sa točke A (sl. 12) izmjeri se kut φ_A i izračuna visinska razlika:

$$\Delta H = d \tan \varphi_A. \quad (18)$$

U praksi se visinske razlike mjeri obostrano s obje točke. Treba izmjeriti visinu signala l_B na točki B , a na točki A visinu instrumenta i_A . S točke B mjeri se kut φ_B (depresijski kut) s negativnim predznakom.



Sl. 14. Drveni signal i drvena piramida

Za drugo mjerjenje postavlja se signal na točku A i mjeri se njegova visina, a s točke B ukloni se signal i centririra instrument. Visine signala (ili piramide) i instrumenta mjere se ručno čeličnom vrpcom. Udaljenost d između točaka A i B može se izračunati iz koordinata triangulacijske mreže. Kutovi φ_A i φ_B mjereni su od prividnog horizonta, pa visinske razlike treba korigirati (pogreške utjecaja Zemljine zakrivljenosti i djelovanja refrakcije). Visinska razlika kao rezultat prvog mjerjenja s točke A iznosi

$$\Delta H_{A,B} = d \tan \varphi_A + (i_A - l_B) + \frac{d^2}{2R} (1-k), \quad (19)$$

dok je rezultat drugog mjerjenja s točke B

$$-\Delta H_{B,A} = -d \tan \varphi_B - (i_B - l_A) - \frac{d^2}{2R} (1-k). \quad (20)$$

Srednja vrijednost izmjerenih visina iznosi

$$\Delta H_{sr} = \frac{\Delta H_{A,B} + (-\Delta H_{B,A})}{2} = \frac{1}{2} [d(\tan \varphi_A - \tan \varphi_B + (i_A - i_B) + (l_A - l_B))], \quad (21)$$

gdje je φ_A elevacijski kut, a φ_B depresijski kut s negativnim predznakom.

Kako je $\tan(-\varphi_B) = -\tan \varphi_B$, umnožak je $-d(-\tan \varphi_B) = d \tan \varphi_B$; iz toga slijedi da je

$$\frac{d}{2} \tan \varphi_A + \frac{d}{2} \tan \varphi_B = d \tan \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}. \quad (22)$$

Rezultat obaju mjerjenja bit će

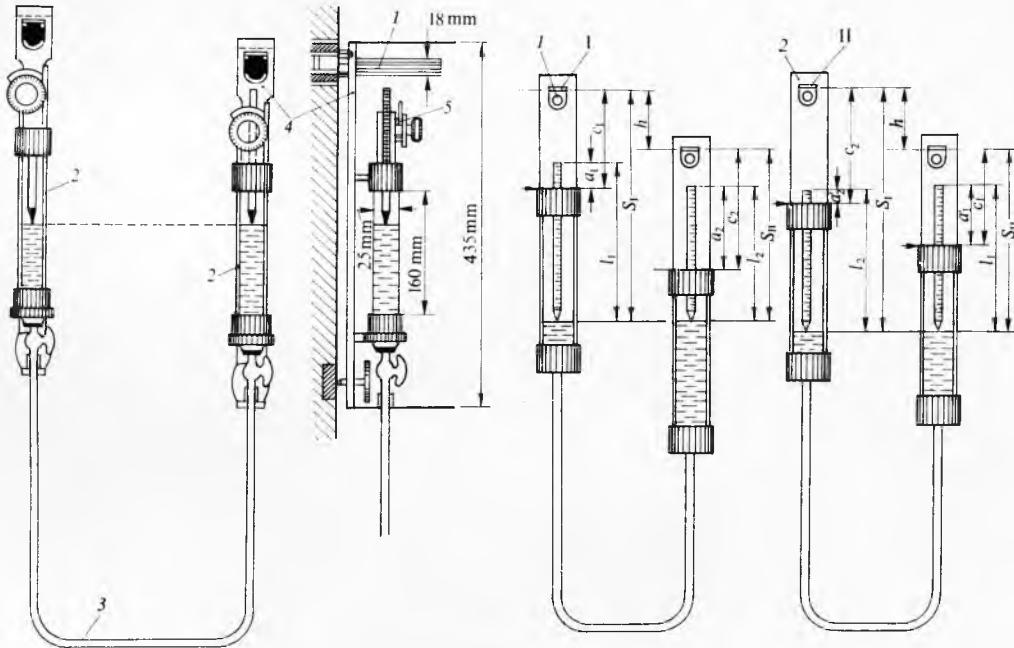
$$\Delta H_{sr} = \frac{\Delta H_A + (-\Delta H_B)}{2} = d \tan \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2} + \Delta i + \Delta l. \quad (23)$$

Kad se računa s aritmetičkim srednjim vrijednostima uklojene su pogreške zbog Zemljine zakrivljenosti i atmosferske refrakcije.

Barometrijsko mjerjenje visina. Ta metoda zasniva se na mjerjenju atmosferskog tlaka pomoću barometra. Barometar može biti sa živom ili metalnim (aneroid). Atmosferski tlak mijenja se s nadmorskom visinom (veća visina, manji tlak). Za visinsku razliku od približno 11 m (barometrijski stupanj) živa se u barometru pomakne za 1 mm.

Ako se tlak zraka izmjeri na dva mjesta, njihova će visinska razlika biti jednaka razlici izmijerenog tlaka pomnoženog barometrijskim stupnjem. Ta je metoda mjerjenja jednostavna, ali manje točna. Barometar se najviše upotrebljava za meteorološka mjerjenja. Atmosferski tlak definira se kao težina zračnog stupca iznad određene točke, a u barometru se vidi kao visina živinog stupca iste težine. U troposferi atmosferski tlak na istim visinama nije jednak zbog djelovanja različitih temperatura zraka, konfiguracije terena, vjetra itd. Najnepovoljniji su klimatski odnosi za barometrijska mjerjenja u najnižem dijelu atmosfere (na visini 1 do 1,5 m). Više se primjenjuju aneroidi, jer su manjih dimenzija, lako prenosivi i manje osjetljivi.

Hidrostaticki nivelman. Hidrostaticki nivelman zasniva se na principu spojenih posuda. Pribor za niveliranje sastoji se od dvije staklene cijevi međusobno spojene gumenim crijevom s metalnim uloškom i pipcem napunjениm tekućinom, alkoholom ili destiliranim vodom (sl. 15). Visina vode u staklenoj cijevi može se mjeriti mehanički (pomoću indeksa) ili pomoću milimetarske skale na staklenoj cijevi.



Sl. 15. Hidrostaticki niveler, pribor Terzaghi

Hidrostaticki nivelirom mogu se prenositi visine na velike udaljenosti i odrediti visinski pomaci na građevinama kad se ne može primijeniti geometrijski nivelman. Tekućina se puni isavanjem zraka, te ona nesmetano prelazi iz jedne staklene cijevi u drugu. Kad obje razine u staklenim cijevima osciliraju, zrak je potpuno istisnut.

Hidrostaticki nivelman provjerava se određivanjem nultih točaka na staklenim cijevima. Na istim visinama razine tekućine pokazuju da su postolja na istoj razini. Postolja sa staklenim cijevima postavljenima su na točno horizontalnu ravnicu, a na cijevima se zabilježe položaji vrha tekućina. Postolja sa cijevima mogu se postaviti na dva mjesta jednakih kota. Visinska razlika odabranih točaka mjeri se nivelirom, a dovođenje na jednaku visinu postiže se podlaganjem. Takvim postupkom točnost je određivanja visinskih razlika u granicama 0,2...0,3 mm.

Hidrostaticki pribor Terzaghi (sl. 15) sastoji se od dvije staklene cijevi (2), učvršćene na usku mjedenu pločicu (4), i gumenog crijeva (3) napunjeno tekućinom. Mjedena se pločica za vrijeme mjerjenja vješa na klin (1) koji se usaćuje u reper posebnog oblika. Pločica ima potkovičasti otvor kojemu je gornji ravni rub točka od koje se mjeri udaljenost do razine vode u cijevi. Na mjedenim kapicama, koje s gornje strane zatvaraju cijevi, pričvršćen je uređaj za očitavanje (5) (pločica s milimetarskom podjelom, koja završava oštrim vrhom, i bubreži s podjelom i nonijem). Oštri vrh doveđe se do koincidencije s ravninom vode u cijevi. Visinska razlika iznosi

$$h = S_1 - S_{II} \quad (24)$$

gdje je S_1 udaljenost između razine vode u prvoj staklenoj cijevi i prve visinske točke, a S_{II} udaljenje između razine vode u drugoj staklenoj cijevi i druge visinske točke, pa je

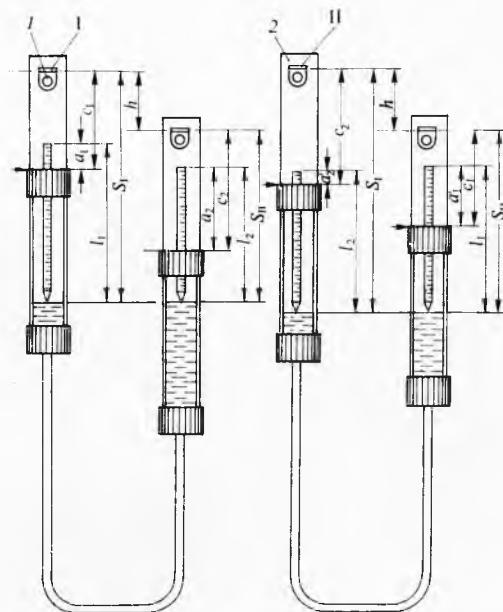
$$\begin{aligned} S_1 &= (l_1 - a_1) + c_1, \\ S_{II} &= (l_2 - a_2) + c_2, \end{aligned} \quad (25)$$

gdje su a_1 i a_2 očitanja na skalama z_1 i z_2 kojim se određuje duljina dijela letvice što izlazi iz kapice, c_1 i c_2 stalne veličine između visinske točke i kapice cijevi, a l_1 i l_2 duljina letvice od gornje točke do kraja oštrog vrha. Uvrštavanjem vrijednosti iz (25) u (24) dobiva se

$$h = (a_2 - a_1) + c_1 + (l_1 - l_2) - c_2. \quad (26)$$

Ako se postavi da je

$$k = (l_1 - l_2) + (c_1 - c_2) = \Delta l + \Delta c \quad (27)$$



dobiva se

$$h = (a_2 - a_1) + k. \quad (28)$$

Veličina k određuje se izmjerom iste visinske razlike dva puta, tako da se pri drugom mjerenu promijene staklene cijevi; rezultat je prvog mjerena h , a drugog h' . Između očitanja a_1 i a_2 u prvom mjerenu te očitanja a'_1 i a'_2 u drugom mjerenu postojat će razlika, pa će visinska razlika u drugom položaju iznositi

$$h' = S'_1 - S'_{II},$$

gdje je

$$S'_1 = (l_2 - a'_2) + c_2,$$

$$S'_{II} = (l_1 - a'_1) + c_1,$$

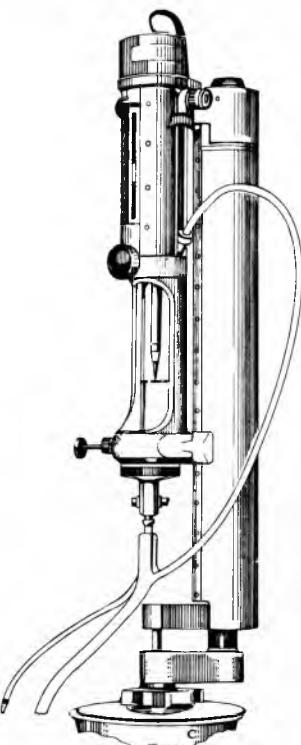
pa je

$$h' = (a'_1 - a'_2) - k, \quad (30)$$

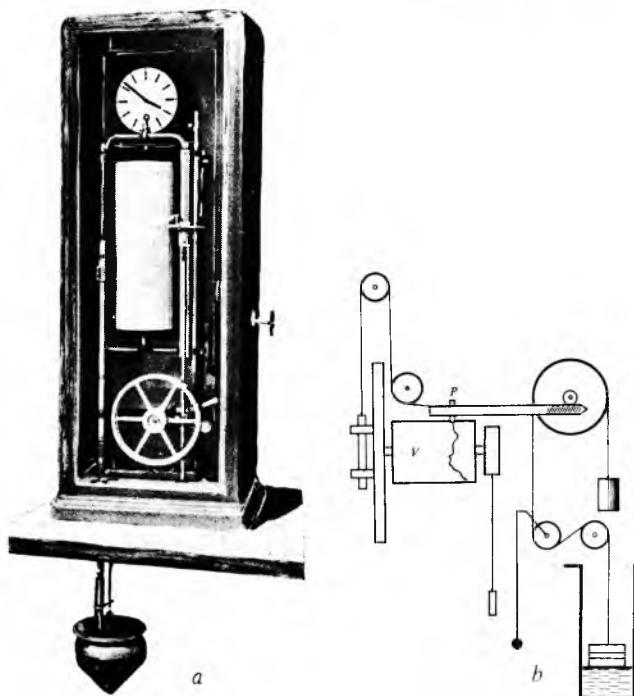
gdje je k veličina određena izrazom (27). U aritmetskoj srednjoj vrijednosti obaju mjerjenja nema konstante k , pa je

$$h = \frac{(a'_1 - a'_2) + (a_2 - a_1)}{2}. \quad (31)$$

Ta je metoda jednako točna na manjim i većim udaljenostima. Instrument tvrtke Freiberger Präzisionsmechanik (sl. 16), konstruiran je na istom principu kao i pribor Terzaghi, samo je uređaj za očitavanje precizniji (točnost čitanja do 0,01 mm). Taj je postupak veoma prikladan za mjerjenje visinskih pomaka u zatvorenom prostoru, jer je točniji od geometrijskog nivelmana, a može se nivelerati i preko stativa.

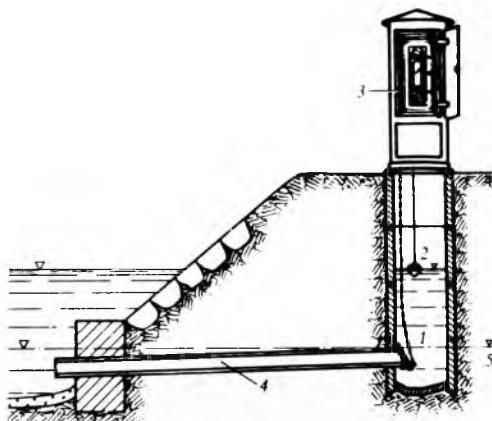


Sl. 16. Hidrostaticki niveler, pribor Freiberger



Sl. 17. Mareograf (a) i njegova shema (b)

Odredivanje nulte plohe mora. Nulta (referentna) nivo-ploha srednja je razina mora dobivena višegodišnjim mjerjenjima kolebanja morske razine. Kolebanja morske razine mjere se posebnim preciznim instrumentom, mareografsom (sl. 17). Mareograf se sastoji od bakrenog plovka koji pliva na površini mirnog mora u bunaru mareografske stanice. Kolebanje morske razine pokreće mehanizam koji pisaljkom registrira pomak na registračkoj traci (mareogram). Traka je namotana na valjak što ga okreće satni mehanizam. Dugogodišnjim promatravanjem (najmanje 18 godina) određuje se normalna srednja morska razina, nazvana nulom mareografa. Ona je označena (stabilizirana) u prostoriji gdje je smješten mareograf. Od te točke započinje mjerjenje nadmorskih visina svih nivelmanskih točaka na Zemljinoj površini. Mareografska stanica (sl. 18) gradi se na morskoj obali, obično u lukama većih gradova. Bunar je spojen s morem podzemnim kanalom (4), tako da valovi, i vjetar ne djeluju na kolebanje plovka u bunaru.



Sl. 18. Mareografska stanica, 1 bunar, 2 plovak mareografa, 3 mareografska kućica, 4 podzemni kanal

Normalni reper. Za nivelmanska mjerena određuje se u blizini mareografa na obali tzv. normalni reper. To je čvrsto ugrađena nivelmanska točka od koje se određuju nadmorske (apsolutne) visine svih točaka na Zemlji. Apsolutna visina normalnog repera određuje se posebnim mjerjenjem od nule mareografa (5). Za kontrolu stabilnosti normalnog repera postavlja se na određenoj udaljenosti nekoliko kontrolnih repera. Za SFRJ srednja morska razina određena je nulom mareografa u tršćanskoj luci. Ta srednja morska razina (razinska ploha) nalazi se 3,352 m niže od normalnog repera koji je ugrađen na gatu Molo Sartorio u Trstu (Yacht Club Adriaco).

Izvor pogrešaka i rektifikacija nivelmanskih instrumenata. Poznavanje uzroka svih pogrešaka i njihova utjecaja na rezultate mjerena omogućuje primjenu metode mjerena koja će u određenim uvjetima dati traženu točnost uz najmanji gubitak vremena i najmanje troškove. Poznavanje uzroka pogrešaka i svojstava instrumenta posebno je važno za nivelman visoke točnosti. Niveliranjem na strmom terenu ili niveliranjem dugačkih vlakova na relativno ravnom tlu dobiveni su rezultati kao zbroj mnogobrojnih visinskih razlika s pojedinih stajališta. Sistematske pogreške mogu postati velike iako se pri mjerenu s pojedinih stajališta ne zapažaju, jer mogu biti istog predznaka na svim stajalištima. Međutim, ako su sistematske pogreške različitog predznaka, u daljem će mjerenu imati drugu vrijednost (promjenljive sistematske pogreške).

Nivelmanski instrumenti danas su vrlo precizni, pa nije više osnovno pitanje povećanje njihove točnosti nego eliminiranje sistematskih pogrešaka pri mjerenu. To je najvažnije postići u osnovnim nivelmanskim mrežama na koje se priključuju mreže nižih redova i koje služe kao podloga znanstvenim istraživanjima. Studij unutrašnjih utjecaja pogrešaka, osim za duge nivelmanske vlakove visoke točnosti, potreban je i za kratke nivelmanske vlakove, osobito kad se mijere slijeganja i deformacije građevina.

Ukupna je srednja pogreška za n stajališta

$$m = \pm \sqrt{n^1 \mu^2 + n^2 c^2}, \quad (32)$$

gdje je μ srednja slučajna pogreška, c prosječna sistematska pogreška za jedno stajalište, a n broj stajališta. Pojavljuju se, osim toga, različiti izvori pogrešaka za koje treba znati da li su slučajnog ili sistematskog karaktera, da li djeluju sistematski u jednome ili u oba smjera mjerjenja, u nekoliko dionica ili u cijelom vlaku.

Paralaksa nitnog križa. Ta pogreška nastaje zbog nepoklapanja ravnine nitnog križa s ravninom stvarne slike objektiva. Slika predmeta tada nije oštra, pa se na letvi ne može jasno očitavati. Pogreška se može odstraniti točnim zaoštrenjem durbinskog nitnog križa.

Pogreška zbog pomicanja okularne cijevi pri zaoštrevanju. Zaoštrevanje se postiže uvlačenjem i izvlačenjem okularne cijevi turbina na kojoj je nitni križ. Ako se ona ne pomiče po pravcu, dolazi do nepravilnog položaja vizurne osi i osi libele. U novim tipovima nivelmanih instrumenata nema toga nedostatka. Niveliranjem starijim instrumentom strogo iz sredine izbjegći će se takva pogreška. To je slučajna pogreška, koja može imati različite vrijednosti, jer je pomak okularne cijevi moguć u različitim smjerovima.

Pogreška runa optičkog mikrometra. Run optičkog mikrometra nastaje kad se okretanjem za 360° vizurni pravac ne podigne točno za jednu podjelu na letvi. Pogreška runa ispituje se u laboratoriju mjerjenjem na preciznom staklenom linealu. To je slučajna pogreška i može nastati promjenom temperature mehanizma kojim se planparalelna ploča pokreće, a može imati različite vrijednosti.

Pogreška zbog neparalelnosti osi libele i vizurne osi može se ispitati posebnim postupkom i libela rektificirati. Pogreška se, međutim, uklanja niveliranjem strogo iz sredine. Ipak se u praksi ta pogreška ne može potpuno ukloniti, pa će se i nakon rektifikacije između osi libele i vizurne osi pojaviti mali kut i . Kod nivelmana visoke točnosti mjeri se duljina između nivela i letava, a razlika duljina ne smije biti veća od jednog metra. Vrijednost kuta i može se utvrditi na komparatoru, izgrađenom na pogodnom mjestu, pa se niveličić mora ispitivati. Budući da se te duljine najčešće neće moći mjeriti, potrebno je uzeti u obzir pogrešku koju uzrokuje kut i , te ju treba ukloniti iz rezultata mjerjenja. Taj se kut može izračunati iz podataka mjerena:

$$i'' = \frac{\Delta h - (Z - P)}{d_p - d_z} \varrho'', \quad (33)$$

gdje je Δh visinska razlika dobivena niveliranjem točno iz sredine, a Z i P su očitanja na letvi natrag i naprijed s različitim duljinama vizura (d_z i d_p). Pomoću kuta i'' i razlike $d = d_p - d_z$ dobiva se korekcija visinske razlike iz izraza

$$\Delta h_i = \pm \frac{i'' d}{\varrho''}. \quad (34)$$

Rektifikacijom libele može se kut i smanjiti na $3\dots7''$. Za kut $i = 3''$ i razliku duljina $d = 5$ m potrebna je korekcija od $0,07$ mm, a za kut $i = 7''$ i razliku duljina $d = 1$ m potrebna je korekcija od $0,03$ mm. Da bi se izbjeglo računanje i uvođenje korekcije, naše instrukcije propisuju da kod nivelmana visoke točnosti razlika duljina vizura ne bude veća od 1 m, pa se duljine između stajališta nivela i letava mjeri.

Pogreške mjerjenja. *Pogreška viziranja* često se pojavljuje u geodetskim mjerjenjima. To je slučajna pogreška. Sigurnost pri viziranju ovisi o iskustvu opservatora, atmosferskim prilikama, rasvjeti, o povećanju i jasnoći turbina, o podjeli na letvi i o udaljenosti letve od nivela.

Ta je pogreška proporcionalna duljini vizure. Mjerjenje je točnije kad je duljina vizure kraća. Pri kraćim vizurama bit će više stajališta, pa treba naći optimum duljine vizura ($30\dots50$ m).

Pogreška zbog netočnog horizontiranja libele. Točnost horizontiranja libele ovisi o njenoj osjetljivosti. Ta je pogreška

prividno slučajna (s različitim predznakom i vrijednošću), a može biti i sistematska. Libele s koindiciranjem dviju polovica mjehura (novije konstrukcije nivela) smanjuju pogrešku horizontiranja. Na rektifikaciju libele djeluje i povećanje temperature zraka, a na njehur libele različiti pomaci i temperaturne promjene nivela i stativa (mjehur libele pomiče se stalno u istom smjeru). Zbog toga opservator mora horizontirati libelu i brzo pročitati podatke na letvi.

Niveliri s automatskim horizontiranjem vizure pomoću tzv. kompenzatora drže vizuru za očitavanje stalno u horizontalnom položaju, bez obzira na potpunu horizontalnost nivela. I tada se pojavljuju pogreške u horizontiranju zbog nedovoljne ili nagle korekcije. Nagib vizure pojavljuje se zbog nedovoljne kompenzacije (mjerjenje kosom vizurom). Pogreška u kompenzaciji za $1''$ iznosi 2 mm na 40 m. Kod Zeissova nivela NI2 srednja pogreška u kompenzaciji iznosi $\pm 0,2''$. Pogreška može biti slučajna ako je slučajna i pogreška približnog horizontiranja nivela pomoću dozne libele.

Pogreške letve mogu biti: u podjeli letve, u visini nule na letvi, zbog neverikalnosti i zbog savijenosti letve.

a) Pogreška u podjeli letve može biti ravnomerna ili neravnomerna. Kad se pojavljuje ravnomerna pogreška, podjeli su na letvi međusobno jednakе, ali dulje ili kraće od nominalne vrijednosti (Kod nivela tvrtki Wild i Zeiss slučajna je pogreška u podjeli $\pm 0,01$ do $\pm 0,02$ mm). Podjeli na letvi laboratorijski se ispituju. Pogreška podjeli iznosi i do $\pm 0,07$ mm.

b) Pogreška u visini nule na letvi uočuje se pri niveliraju sa dvije letve. Ona je rijetka ako se radi s letvama jednakih duljina i iste proizvodnje. Pogreška se može izbjegti tako da se pri niveliraju ista letva postavi na početnom i završnom reperu dionice u oba smjera niveliranja. Projektom se dionica unaprijed podjeli na paran broj stajališta.

c) Letva se pri mjerjenju mora držati vertikalno uz pomoć dozne libele. Ako libela nije rektificirana, nastaje otklon letve od vertikale, koji može biti u smjeru nivela ili lijevo ili desno od smjera nivela. Taj se otklon lako primjećuje u vidnom polju turbina (razlika između vertikalne niti nitnog križa i podjeli na letvi) i lako se ispravlja dovođenjem letve u pravilan položaj. Međutim, otklon letve u smjeru vizurnog pravca ne može se uočiti u vidnom polju nivela, pa će očitanje na letvi biti pogrešno (uvijek veće nego pri pravilnom položaju letve). Tako nastaje sistematska pogreška (osobito na neravnom i nagnutom terenu) koja može mnogo utjecati na točnost mjerjenja. Ista se sistematska pogreška javlja ako na letvi libela ne vrhuni, ili nije ispitana i rektificirana. Točnost dozne libele je u granicama $5'\dots10'$.

Ako je dozna libela ispitana i rektificirana, letva ima podupirače, pa ta pogreška ne utječe mnogo na točnost mjerjenja. Za nivelman visoke točnosti ispravnost dozne libele mora se kontrolirati svaki dan prije mjerena.

d) Pogreška zbog savijenosti letve nastaje utjecajem vlage, temperature i lošeg rukovanja. Za nivelman visoke točnosti i precizni nivelman upotrebljavaju se letve koje u sebi imaju nategnutu invarnu traku, pa je nemoguće savijanje letve.

Pogreška zbog promjene temperature. Promjenom temperature mijenja se temperatura nivela i zagrijava se stativ. Nagla promjena temperature nastaje pri vađenju nivela iz kutije, a temperatura se postepeno mijenja tijekom dana, uz jednostrano zagrijavanje dijela nivela Sunčevim zračenjem. Različiti dijelovi nivela nejednako brzo reagiraju na promjenu temperature (različiti materijali), pa se mijenja kut i (neparalelnost vizure i tangente na libelu). Niveli se zato mora zaštiti suncobranom. Promjene temperature za 1°C mijenjaju kut i za $0,4''\dots0,6''$. Promjena temperature na invarnoj letvi uzrokuje sistematsku pogrešku. Međutim, budući da je koeficijent rastezanja invare malen ($\mu = 0,000002$), pogreška se zanemaruje. Pri promjeni temperature od 10°C invarna traka duga 3 m mijenja duljinu za $0,06$ mm.

Utjecaj refrakcije. Utjecaj vertikalne komponente refrakcije vrlo je važan za nivelman visoke točnosti. Slojevi zraka zagrijavaju se od tla na više, a intenzivnost zagrijavanja ovisi o vegetaciji, sastavu tla, vlažnosti, nagibu tla i vjetru. Ako su navedene okolnosti na cijelom terenu jednakе, refrakcija djeluje

jednolično i uzrokuje stalnu pogrešku očitanja na letvi. Vizure pri niveleranju prolaze slojevima zraka do visine 3,0 m. gdje su meteorološki odnosi vrlo različiti i promjenljivi (mikroklima). Za nivelman visoke točnosti veoma je važan utjecaj vertikalne komponente refrakcije. Refrakcija više djeluje na otklon vizure kad je ona blizu tla. Na ravnom i blago nagnutom terenu utjecaj pogreške refrakcije niveleranjem iz sredine može se zanemariti, a za mjerjenje na strmijem terenu treba skratiti duljinu vizure. Da bi se izbjegao utjecaj refrakcije, nivela se u vrijeme slabijeg zagrijavanja (do 9 sati ujutro i poslije 16 sati poslije podne), dok kod oblačnih dana nema ograničenja. Utjecaj različitog zagrijavanja zraka zapaža se na letvi kao treperenje slike koja ometa mjerjenje, pa niveleranje nije ni moguće. Diferencijalna je refrakcija, koja utječe na rezultate niveleranja, u slojevima višim od 0,5 m i proporcionalna je temperaturnom gradijentu, mjerenoj visini i kvadratu duljine. Vizura ne smije biti niža od 0,50 m iznad terena, a idealno je vrijeme za niveleranje oblačno s laganim vjetrom.

Karakter pogrešaka pri mjerenu visoke točnosti. Nivelmanskim mjerjenjem nastaju mnoge pogreške slučajnog i sistematskog karaktera. Slučajne pogreške na svakom stajalištu mogu imati različite vrijednosti i predznak, već prema duljini vizure i broju stajališta između dva repera. Pogreške viziranja ovise o duljini vizure, nepreciznom horizontiranju libele, kolebanju refrakcije, temperaturnim promjenama nivela i njegova nepreciznog postavljanja između letava. Te pogreške rastu proporcionalno duljini vlaka. Vrlo je komplikirano odrediti djelovanje pogrešaka, pa je teško odrediti točnost niveleranja.

Sistematske pogreške ovise o smjeru niveleranja (naprijed i natrag). U istom smjeru njihov je predznak isti za duže vrijeme niveleranja. Uzroci su slijeganje papuče letava i nivela tijekom mjerjenja, temperaturne promjene nivela i drugi utjecaji. Obostranim niveleranjem eliminira se više pogrešaka. Sistematske pogreške nastaju i zbog vanjskih utjecaja, kao što je zagrijavanje Sunčevim zračenjem i stalni vjetar, zatim pogreške ovisne o visinskom razlici, te pogreške refrakcije. Većom visinskom razlikom povećava se broj stajališta nivela, a time i broj slučajnih pogrešaka. Pogreške ovisne o visinskoj razlici ne uklanjaju se dvostrukim niveleranjem. Sistematske pogreške, zbog vanjskih utjecaja, više su izražene na većim udaljenostima pa se dugački vlakovi dijele u nekoliko dionica, a niveleranje u oba smjera obavlja se neposredno, jedno za drugim. Sistematske pogreške rada samo su slučajne. S obzirom na djelovanje pogrešaka u nivelmanu visoke točnosti treba primijeniti sljedeće: osnovnu nivelmansku mrežu projektirati kratkim vlakovima, nivelerati u oba smjera neposredno jedno za drugim, upotrijebiti sunčobran za zaštitu nivela (kad niveler ima automatsko horizontiranje, to nije potrebno).

Ocjena točnosti niveleranja. Na osnovi općeg zakona o prijstu slučajnih i sistematskih pogrešaka došlo se do formula za jedinčnu empirijsku srednju pogrešku iz dvostrukih mjerjenja.

Jedinčne srednje pogreške (na 1 km) η_{km} mogu se računati iz podataka mjerena na osnovi triju različitih kriterija:

$$\eta_{kmR} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{N_R} \left[\frac{\varrho^2}{R} \right]}, \quad (34a)$$

$$\eta_{kmL} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{N_L} \left[\frac{\lambda^2}{L} \right]}, \quad (34b)$$

$$\eta_{kmF} = \sqrt{\frac{1}{N_F} \left[\frac{\varphi^2}{F} \right]}, \quad (34c)$$

gdje je R duljina nivelmanske dionice između dva repera (≈ 1 km), L duljina poligona gdje je $L = [R] (< 10$ km), F duljina opseg-a zatvorenog poligona $F = [L]$, ϱ i λ su razlike dvostrukih mjerena duljine R , odnosno L , λ je $[\varrho]$ u poligona, φ nesuglasica u zatvorenom poligona iz rezultata obostranih mjerena (iz aritmetičke sredine), a N_R , N_L i N_F broj elemenata R , L i F u nivelmanskoj mreži, gdje su R , L i F izraženi u km.

Analiziranjem točnosti pomoći tih formula neće se dobiti iste točnosti, jer se u razlikama i nesuglasicama pojavljuju različite vrste sistematskih pogrešaka. Redovno će η_{kmF} biti

uvijek veće od η_{kmR} što znači da za nivelmanske pogreške na veće udaljenosti ne vrijedi zakon o prirastu slučajnih pogrešaka (Böhm). Nakon izjednačenja mreže (samo izjednačenje vidi kasnije) jedinčna je srednja pogreška

$$\eta_{kmv} = \sqrt{\frac{1}{N} \left[\frac{vv}{L} \right]}, \quad (35)$$

gdje su v popravci iz izjednačenja mreže.

Srednje pogreške η_{kmF} i η_{kmv} morale bi biti međusobno bliske, jer su nesuglasice φ u zatvorenom poligoni jedina odstupanja u uvjetnim jednadžbama za izjednačenje mreže. Veličine η_{kmR} i η_{kmF} također bi morale biti međusobno bliske. Budući da empirijska srednja pogreška η_{kmR} ne sadrži u sebi sistematske pogreške na kraćim udaljenostima, nego samo utjecaj slučajnih i kratko periodičnih sistematskih pogrešaka, može se pomoći nje ocijeniti točnost rezultata niveleranja:

$$m_H = \eta_{kmR} \sqrt{R}. \quad (36)$$

gdje je η_{kmR} srednja pogreška na 1 km, a R duljina u km.

Nivelman visoke točnosti. Osnovna nivelmanska mreža izrađuje se niveleranom visoke točnosti. Vlakovi se postavljaju uzduž prometnica I reda, cesta blagog nagiba i željeznica, u duljinu do 200 km. Na taj nivelman priključuje se precizni nivelman I reda, koji se postavlja uzduž sporednih željezničkih pruga, cesta i većih rijeka. Duljine vlakova mogu biti 50 do 200 km. Na taj nivelman priključuje se precizni nivelman II reda. Vlakovi se niveleraju u oba smjera (naprijed i natrag). Prema našim instrukcijama nivelman visoke točnosti treba biti određen uz srednju jedinčnu empirijsku slučajnu pogrešku $\eta_{km} = \pm 1,0$ mm/km. Za precizni nivelman točnost je izražena srednjom jedinčnom pogreškom $\eta_{km} = 2$ mm/km. Na precizni nivelman II reda nastavlja se precizni nivelman trećeg reda, koji se postavlja uzduž ceste i lokalnih pruga. Reperi se stabiliziraju na međusobnoj udaljenosti od ~ 2 km.

Točnost niveleranja odabire se prema kategoriji nivelmana. Opća načela za nivelman visoke točnosti odredila je Međunarodna unija za geodeziju i geofiziku (International Union of Geodesy and Geophysics, službena kratica UGGI). Prema tim načelima geometrijski nivelman visoke točnosti dobije se niveleranjem strogo iz sredine (s jednakim duljinama vizura natrag i naprijed). Niveler za ta mjerena mora imati durbin s povećanjem najmanje 30 puta, a polujer zakrivljenosti libele mora biti najmanje 40 m s podjelom (pars) od 2 mm. Pri niveleranju služe dvije letve s invarnom trakom poluentimetarske podjele, koje na sebi nose kružnu (doznu) libelu, hvataljke i podupirače. Nivelira se dva puta (naprijed i natrag) u različito doba dana. Duljina vizura ovisi o nagibu terena i atmosferskim prilikama. Optimalna duljina vizure ne bi smjela biti veća od 35 m. Za nivelman visoke točnosti duljina vizura, prema našim instrukcijama, ne smije prekoraci 50 m, a razlika između duljine vizura mjerena natrag i naprijed ne smije biti veća od 1 m. Duljinu između letava treba mjeriti da bi razlika duljina vizura natrag i naprijed bila u granici propisane tolerancije.

Visina vizure iznad terena ne smije u cijelom toku biti manja od 0,5 m. Vizura se smije spustiti ispod 0,5 m samo kod kratkih vizura do 20 m. Za precizni nivelman vrijede ista pravila i postupci kao za nivelman visoke točnosti.

Prije računanja visinu točaka vlaka potrebno je za nivelman visoke točnosti i precizni nivelman korigirati visinske razlike korekcijama za pogreške duljine metra na letvi, tako da se visinske razlike množe korekcijskim faktorom i dodaju izmjerenum visinskim razlikama. Ispitivanjem u laboratoriju pomoći normalnog metra mora se ustanoviti duljina od 1 m na letvi. Na osnovi ispitivanja izdaje se certifikat za svaku letvu (za pojedine odsječke duge 1 m na letvi označena su na invarnoj traci odstupanja od nominalne vrijednosti). Neka su za letve br. 73 i br. 74, određena odstupanja $v_{73} = +0,14$ mm i $v_{74} = -0,08$ mm. Potrebno je, dakle, sva čitanja na letvi 73 (u metrima) množiti sa 1,00014, a na letvi 74 sa 1,000008. Jednostavnije je primijeniti približnu formulu kojom se korekcije računaju neposredno za izmjerenu visinsku razliku. Tada se korekcija u mm određuje iz formule

$$k = \Delta h \frac{a + b}{2}, \quad (37)$$

gdje je Δh izmjerena visinska razlika u m, a a i b odstupanja (mm) za upotrijebljene letve. Za spomenute letve br. 73 i 74 korekcija iznosi 0,11 Δh .

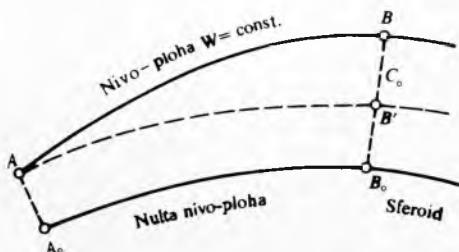
Na primjer, visinska je razlika između dva repera $\Delta h = +32,623$ m, a duljina je dionice 1,12 km sa 34 stajališta. Prema podacima komparacije odstupanja za letve 73 i 74 jesu

$$v_{73} = a = +0,14 \text{ mm}, v_{74} = b = +0,08 \text{ mm},$$

$$k = \Delta h \frac{a + b}{2} = 32,623 \cdot 0,11 = +3,59 \text{ mm}.$$

Osim te korekcije, treba za obje kategorije preciznog nivelmana uvesti i korekcije za neparalelnost razinskih ploha između početne i krajne točke nivelmanског vlaka. Povećanje točnosti omogućuje upotrebu nivelmana visoke točnosti u znanstvenim istraživanjima (određivanje razlika srednjih razina različitih mora, ispitivanja tektonskih promjena Zemljine kore i posljedica potresa).

Ortometrijske visine i ortometrijski popravci. Ortometrijska visina apsolutna je visina neke točke, odnosno vertikalna udaljenost te točke od nulte nivo-plohe mora. Suma visinskih razlika ($\Sigma \Delta h$) točke A_0 na nultoj razini mora i točke B (sl. 19) bila bi nadmorska visina tih točaka kad bi nivo-plohe u objemu točkama bile paralelne. One zbog utjecaja gravitacijskog polja nisu paralelne, pa za nivelman visoke točnosti i precizni nivelman nastaju pogreške koje se ne smiju zanemariti. Zbog toga je u konačnom računanju potrebno uvesti ortometrijske popravke zbog neparalelnosti nivo-ploha. Dok nije bilo gravimetrijskih instrumenata za mjerjenje intenziteta sile teže uz nivelmane vlakove, upotrijebljavali su se teorijski popravci, normalni ortometrijski popravci prema geografskim širinama i nadmorskim visinama. Takvi su popravci veoma maleni (manji od pogrešaka mjerjenja), pa se uglavnom i danas upotrijebljavaju.



Sl. 19. Ortometrijske visine

Svojstvo je nivo-plohe da je ona u svim svojim točkama okomita na smjer sile teže. U svakoj se točki na bilo kojoj visini nad morem može postaviti, odnosno zamisliti nivo-plohu. Sila teže je na polovima veća nego na ekuatoru, pa su općenito susjedne nivo-plohe na manjoj međusobnoj udaljenosti kad su bliže polovima nego kad su bliže ekuatoru. Niveliranjem se zapravo postavlja u svakoj točki nivo-ploha. Upravo zbog tih neparalelnosti nivo-ploha moraju se unositi ortometrijski popravci. U posljednje vrijeme služe normalni ortometrijski popravci uz popravak s obzirom na mjesne anomalije sile teže.

Normalni ortometrijski popravak sastoji se od dva dijela: teorijske vrijednosti ortometrijskog popravka i utjecaja anomalija sile teže dobivene gravimetrijskim mjerjenjima (v. *Gravimetrija*, TE 6, str. 254). Budući da se radi o malim vrijednostima, za normalne ortometrijske popravke služi formula:

$$k_0 = -0,0000264 H_{sr} \Delta \varphi''. \quad (38)$$

Koefficijent 0,0000264 određen je iz normalne sile teže, H_{sr} je nadmorska visina obju točaka u metrima, a $\Delta \varphi''$ je razlika njihovih geografskih širina (iz topografskih karata).

Neka je npr. potrebno odrediti visinu između točaka A i B (sl. 19), koje leže na jednoj nivo-plohi. Nultu nivo-plohu sijeku težišnice tih točaka u A_0 i B_0 . Ako se mjeri visinska razlika između točaka u smjeru $A-B-B_0$, dobije se visinska razlika BB_0 , jer se na trasi $A-B$ nadmorska visina ne mijenja. Niveliranjem u smjeru $A-A_0-B_0$ dobije se visinska razlika AA_0 . Budući da nivo-plohe nisu međusobno paralelne (jedna se od druge odmiče), udaljenost

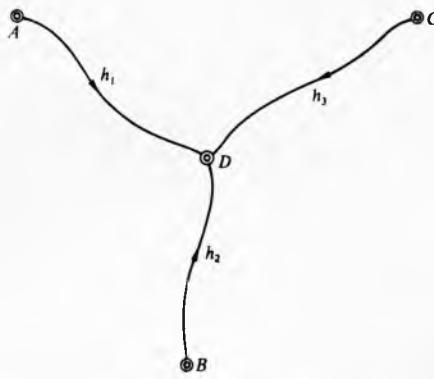
AA_0 nije jednaka BB_0 . Razlika je izražena veličinom C_0 , koja se dobije ako se točkom A postavi paralela sa A_0B_0 . Dakle, ako se nivelira od točke A prema B (po nivo-plohi visinska razlika niveliranja je nula) da bi se dobila ispravna visinska razlika AB , mora se dodati veličina C_0 , nazvana normalnim ortometrijskim popravkom.

Stabilizacija nivelmanских točaka. Kad se bira prikladni smještaj nivelmanских točaka (repera) za nivelmane vlakove i detaljne nivelmane mreže, treba prethodno pažljivo upoznati teren. Reperi se moraju ugraditi u čvrste i sigurne građevine. Nove građevine nisu pogodne za ugradivanje repera jer se još slijedi. Građevine moraju biti stare barem 3 godine. Ugrađeni reper mora omogućiti vertikalno postavljanje letve. Postavljanje nivelmane mreže nižih redova ovisi o mjerjenju detaljnih visinskih točaka. U gradovima i naseljima jedan reper postavlja se na površini od 4 ha, a na slobodnom prostoru na 25 ha. Nakon stabilizacije repera izrađuje se položajni opis.

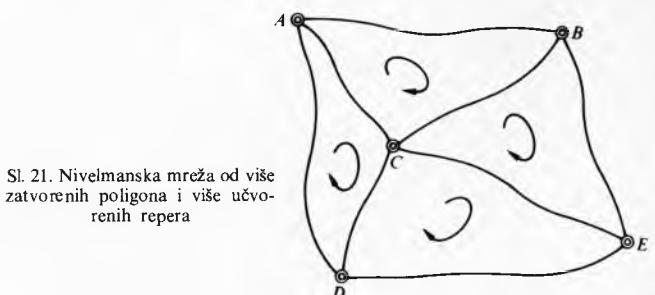
Postupak mjerjenja. Stajalište instrumenta odabire se točno u sredini između letava, na tvrdoj podlozi, a noge stativa se učvrste. Nakon toga se nivelir horizontira doznom libelom (glavna os instrumenta u vertikalnom položaju), a nivelačka libela precizno se uravna elevacijskim vijkom (pomicanje mjeđu libele treba uvijek biti u istom smjeru, prema objektivu ili okularu). I završno dotjerivanje libele također mora biti u istom smjeru. Podaci mjerjenja očitavaju se na vertikalno postavljenoj letvi na kojoj je pričvršćena dozna libela. Kod nivelman visoke točnosti letve su postavljene na željeznim papučama i imaju dvostrukе podupirače. Podjela na letvama je centimetarska (nivelman niže točnosti) ili polcentimetarska (nivelman visoke točnosti). Na centimetarskim letvama milimetri se procjenjuju, a na polcentimetarskim milimetri se čitaju pomoću optičkog mikrometra. Mjeri se tako da se jedna letva postavlja naprijed, a druga natrag. Niveliranje se uvijek počinje s vezne točke mjerjenjem vizure natrag. To može biti točka već određene kote na kojoj se već mjerilo. U zapisniku se bilježe čitanja naprijed i natrag, broj nivela, početak i kraj mjerjenja, a za nivelman visoke točnosti bilježi se temperatura i ostale meteoroške prilike.

Za mjerjenje preciznim nivelmanom i nivelmanom visoke točnosti postoje preporuke Međunarodne geodetske unije (International Union of Geodesy, IUG).

Izjednačenje nivelmana. Izjednačenje je općenito uklanjanje odstupanja između mjerjenih i zadanih vrijednosti na koje se prve uključuju. Nivelman se sastoji od pojedinačnih nivelmanских vlakova i nivelmane mreže priključene na repere poznatih nadmorskih visina (sl. 20 i 21).



Sl. 20. Učvoren reper



Sl. 21. Nivelmana mreža od više zatvorenih poligona i više učvorenih repera

Pri obradbi rezultata mjeranja mjerodavne su visinske razlike nivelliranja u oba smjera. Rezultati mjeranja iskazuju se za svaki vlak u posebnom formularu aritmetičkim srednjim vrijednostima obostranih mjerena. Za dugačke vlakove nivelmana visoke točnosti i preciznog nivelmana dodaju se i ortometrijski popravci.

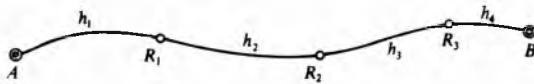
Izjednačenje nivelmaninskog vlaka priključenog na dva repera. Između točaka A i B (sl. 22) s nadmorskim visinama H_A i H_B umetnut je nivelmaninski vlak u kojem se nalazi n izmjerenih visinskih razlika (4) i $n - 1$ umetnutih repera (3). Zbog pogrešaka mjeranja u pojedinim dionicama suma njihovih visinskih razlika $[h]$ neće biti jednaka visinskoj razlici između zadanih repera, nego će se pojaviti odstupanje

$$f = [h] - (H_A - H_B). \quad (39)$$

Izjednačenjem vlaka svakoj se visinskoj razlici u pojedinim dionicama vlaka dodaje pripadna korekcija v_i , pri čemu treba biti zadovoljen uvjet

$$[v_i] + f = 0. \quad (40)$$

Računanje popravaka visinskih razlika (v_i) pojedine dionice za početni reper R_1 (sl. 22): između točaka A i B postoje dvije po duljini različite dionice $A-R_1$ i R_1-B . Između repera A i R izmjerena je visinska razlika h_1 , a između repera R_1 i B visinska razlika h_2 . Različite duljine dionica nisu izmjerene jednakom točnošću (točnost ovisi o duljini), pa će pri izjednačenju imati i različite težine (p_i), a težine su obratno proporcionalne duljinama dionice (l_i).



Sl. 22. Nivelmanski vlak

Izjednačenje bilo kojeg repera (R_i) u nivelmanском vlaku izraženo je formulom:

$$H_i = H_A + [h]_{A-i} + \frac{f}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}} \cdot \frac{1}{p_i}, \quad (41)$$

gdje je H_A kota početnog repera, $[h]_{A-i}$ zbroj visinskih razlika od početnog repera A do i -tog, a f nesuglasica izražena formulom:

$$f = [h] - (H_A - H_B). \quad (42)$$

Formula (41) služi za bilo koju točku u vlaku s različitim težinama

$$p_i = \frac{1}{l_i}, \quad (43)$$

gdje je l_i duljina dionice u vlaku $A-i$ u km. Prema tome, popravci visinskih razlika u nivelmanском vlaku obrnuto su proporcionalni njihovim težinama, pa je

$$v_i = -\frac{f}{l_1 + l_2} l_1. \quad (44)$$

Takvo izjednačenje nivelmaninskog vlaka priključenog na dvije zadane visinske točke može se primijeniti kad je teren između pojedinih repera jednoličan (iste kategorije). Ako se vlak nalazi na terenu s dionicama različitih kategorija (usponi, padovi), popravci se ne mogu računati pomoću težina koje su obrnuto proporcionalne duljinama vlaka. Prema metodi najmanjih kvadrata moraju se tada upotrijebiti težine obrnuto proporcionalne kvadratu srednjih pogrešaka

$$p_i = \frac{k}{m_i^2}. \quad (45)$$

gdje je k bilo kakva konstanta, može biti 1, a m_i srednja pogreška nivelliranja i -te dionice. Popravci se tada računaju prema formuli

$$v_i = -\frac{f}{[m^2]} m_i^2. \quad (46)$$

Međutim, te se težine mogu izračunati i tako da one budu jednakе recipročnoj vrijednosti kvadrata dopuštenih odstupanja Δ_i u vlaku između nivelliranja naprijed i natrag:

$$p_i = \frac{1}{\Delta_i^2}. \quad (47)$$

Vrijednosti dopuštenih odstupanja nalaze se u službenim geodetskim instrukcijama.

Razdiobom nesuglasica f između nadmorskih visina točaka (zadanih veličina) A i B i izmjereni visinskih međutočaka razlika $[\Delta h]$ u vlaku proporcionalno duljinama dionica eliminiira se i sistematska pogreška istog predznaka i iste (srednje) vrijednosti za cijeli vlak, koja raste proporcionalno izmjerenoj visinskoj razlici Δh .

Ako je nesuglasica f mnogo veća od očekivane srednje pogreške $\eta_R \sqrt{R}$ ili $\sqrt{\eta^2 R + \sigma^2 R^2}$, a visinska razlika velika, može se smatrati da je sistematska pogreška proporcionalna izmjerenoj visinskoj razlici. η_R je srednja pogreška u vlaku R na 1 km, $\eta_R \sqrt{R}$ je srednja pogreška u vlaku R na R kilometara; η je srednja pogreška slučajnog karaktera na 1 km. Međutim, sistematske pogreške nastaju i zbog vanjskih utjecaja (sunčanog zagrijavanja, vjetra i slično). Tu se ubrajaju i pogreške koje ovise o visinskoj razlici, te pogreške u određivanju duljine 1 metra na letvi i njezine promjene tijekom mjerena. Izjednačenje nivelmaninskog vlaka prema formuli (48) u skladu je s teorijom pogrešaka, tj. odgovara metodi najmanjih kvadrata. Kad se izjednačenje provodi metodom uvjetnih mjerena, vrijednosti visinskih razlika $h_1, h_2, h_3 \dots h_n$ moraju zadovoljiti uvjetnu jednadžbu, odnosno dobiveno neslaganje f u (42) koja ima oblik (40), ili u općem obliku

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n - f = 0. \quad (48)$$

Budući da svako mjerjenje h_i ima svoju težinu, to i pripadni v_i ima težinu $p_i = 1/l_i$.

Ako se riješi ta uvjetna jednadžba, dobije se

$$\left[\frac{1}{p} \right] k - f = 0,$$

gdje je k korelata koja omogućuje rješenje, pa je

$$k = \frac{f}{\left[\frac{1}{p} \right]}. \quad (49)$$

Popravci su sada

$$v_i = \frac{1}{p_i} k = \frac{1}{p_i} \cdot \frac{f}{\left[\frac{1}{p} \right]}. \quad (50)$$

Iz toga se zaključuje da se nesuglasica f dijeli na pojedine visinske razlike proporcionalno recipročnim vrijednostima težina.

Izjednačenje nivelmaniske mreže. Najjednostavniji slučaj izjednačenja nivelmaniske mreže jest izjednačenje jedne čvorne točke. Čvorna točka je sastajalište triju ili više nivelmaninskih vlakova koji polaze od repera zadanih visina (sl. 21). Najprije se izračuna približna visina repera čvorne točke iz podataka repera A, B, C (reperi mreže višeg reda) i izmjereni visinskih razlika za svaki učvoren vlak. Za približnu vrijednost čvornog repera uzima se najmanja vrijednost kote čvornog repera (sve su nesuglasice u vlakovima pozitivnog predznaka). Te tri približne vrijednosti za H_D označe se sa H_1, H_2 i H_3 : $H_1 = H_A + h_1$, $H_2 = H_B + h_2$, $H_3 = H_C + h_3$. Konačna je visina čvornog repera aritmetička sredina svih veličina za H_D (triju kota repera H_D):

$$H_D = \frac{H_1 p_1 + H_2 p_2 + H_3 p_3}{p_1 + p_2 + p_3} \quad (51)$$

Težine su recipročne vrijednosti duljina vlakova (43), ako su oni postavljeni po terenu jednakе kategorije. Ako su postavljeni po

terenu različitih kategorija, težine su obrnuto proporcionalne kvadratu srednjih pogrešaka za svaki vlak pa je

$$p_i = \frac{m_0^2}{m_i}. \quad (52)$$

m_0^2 je jedinična empirijska srednja pogreška na 1 km, koja se računa prema formuli

$$m_0 = \eta_{kmR} = \sqrt{\frac{[pff]}{n-1}}. \quad (53)$$

Nesuglasice f računate su iz visina čvornog repera i pojedinih visinskih razlika: $f_1 = H_D - h_1$, $f_2 = H_D - h_2$, $f_3 = H_D - h_3$, a n je broj vlastova.

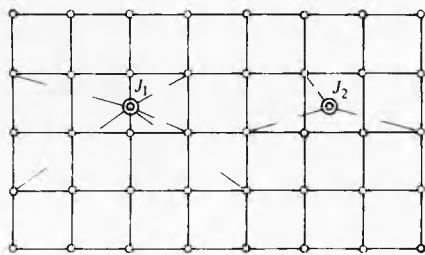
Srednja je pogreška visine čvornog repera

$$M_0 = \pm \sqrt{\frac{m_0}{[p]}}. \quad (54)$$

Kompliciranje je izjednačenje nivelmane mreže ako je ona sastavljena od više zatvorenih poligona ili više učvorenih repera. U prvom slučaju ujednačuje se metodom uvjetnih mjerjenja, a u drugom metodom posrednih mjerjenja. Osnovni je uvjet za izjednačenje metodom uvjetnih mjerjenja da suma visinskih razlika u svakom poligonu bude nula ($[h] = 0$).

Zbog pogrešaka u mjerenu taj uvjet neće biti zadovoljen ($[h] \neq 0$), pa je potrebno izračunati korekcije za svaki zatvoreni poligon. Popravci se dobivaju posebnim postupkom računanja (rješavanjem tzv. normalnih jednadžbi) koji zadovoljava uvjet da suma kvadrata odstupanja bude minimalna ($[pvv] = \min$). U posljednje vrijeme takva se računanja izvode elektroničkim računalima.

Nivelman površina. Taj nivelman služi za uređivanje zemljишnog prostora (gradilišta, stadioni, trgovci, aerodromi, premjere gradova). Nivelmanom se određuju visinske razlike niza točaka koje karakteriziraju teren. Pomoću tih točaka na planovima se prikazuje reljef terena slojnicama ili u vertikalnoj projekciji po profilima. Točke plošnog nivelmana odabiru se na mjestima gdje se teren lomi, odnosno na međusobnim razmacima 30–50 m. Osim visinskih kota, za te točke mora se odrediti i njihov horizontalni položaj da bi se mogle ucrtati na planu (kartu). Za tu svrhu mogu se upotrijebiti instrumenti manje točnosti ili teodoliti pri mjerenu s horizontalnom vizurom.



Sl. 23. Mreža kvadrata

Ako se zahtijeva veća točnost, površinski se nivelman provodi pomoću mreže kvadrata, pravokutnika ili rasutih točaka (sl. 23). Za nivelman pomoću mreže kvadrata potrebno je iskolčiti kvadratnu mrežu sa stranicama 10–20 m. Uglovi mreže stabiliziraju se drvenim kolcima i postave se točke za stajalište nivela, tako da se s jednog stajališta može izmjeriti više točaka. S polazne točke treba odrediti ravninu za regulaciju površine. Letva se postavi u promatranoj ravnini i očita se rezultat na letvi, zatim se letva postupno postavlja na sve točke u dometu instrumenta i očitava. Očitavane vrijednosti uspoređuju se sa zadanim ravninom, a razlike pokazuju visinu nasipa ili iskopa.

LIT.: C. Lallemand, Lever des plans et niveling. Paris 1912. — A. Kos-tić, N. Švećnikov, Nivelman. Beograd 1938. — J. Böhm, Geometrická nivelačka. SNTL, Praha 1960. — M. Janković, Inženjerska geodezija, II dio. Tehnička knjiga, Zagreb 1966. — S. Macarol, Praktična geodezija. Tehnička knjiga, Zagreb 1968. — M. Janković, Inženjerska geodezija, III dio. Liber, Zagreb 1980.

M. Janković

NOMOGRAFIJA, matematička disciplina za grafičko prikazivanje međusobne ovisnosti dviju ili više promjenljivih veličina i za određivanje vrijednosti neke promjenljive veličine koja je ovisna o jednoj ili više drugih veličina. Te su ovisnosti prikazane nomogramima koji su grafičke predodžbe odnosa definiranih matematičkim relacijama.

Naziv je nomografija prema grč. νόμος zakon i γράφειν graficati; naziv nomogram prihvaćen je 1890. god. na Međunarodnom Kongresu matematičara u Parizu.

Međusobne ovisnosti promjenljivih veličina mogu se prikazati i dijagramima (grč. διάγραμμα diagrama nacrt), koji se mogu smatrati posebnim oblikom nomograma, ali se oni mogu upotrijebiti za prikaz odnosa između dviju ili trijek veličina. Dijagramski prikaz odnosi među više od tri veličine, međutim, nije pregledan, pa je tada zgodnije upotrijebiti nomogramske prikaze.

Nomografija je svojedobno bila vrlo važna metoda računanja, posebno u tehničkim proračunima. Nomogramima su se rješavali problemi gdje bi za egzaktno rješavanje trebala velika matematička vještina ili mnogo vremena. S pojavom elektroničkih računala nomografija je izgubila tu svoju prednost, nomogrami se znatno rjeđe upotrebljavaju, ali još postoje područja tehničkih primjena gdje se upotrebljavaju zbog ociglednosti i preglednosti računanja.

BROJČANE LJESTVICE

Dužine razdijeljene na dijelove označene crticama (zarezima) s brojčanim naznakama iznad crtica ili pored njih nazivaju se brojčanim ljestvicama. Takve ljestvice nalaze se, npr., na vrpcama za mjerjenje duljina, na termometrima za mjerjenje temperature i sl. Razmaci među crticama mogu biti međusobno jednak (jednakomjerna ljestvica) ili različiti (nejednakomjerna ljestvica). Crta na koju se nanose crtice zove se nosač ljestvice, a može biti dio pravca ili krivulje.

Zakon raspodjele crtica na nosaču ljestvice može se prikazati izrazom

$$\xi = \mu f(x), \quad (1)$$

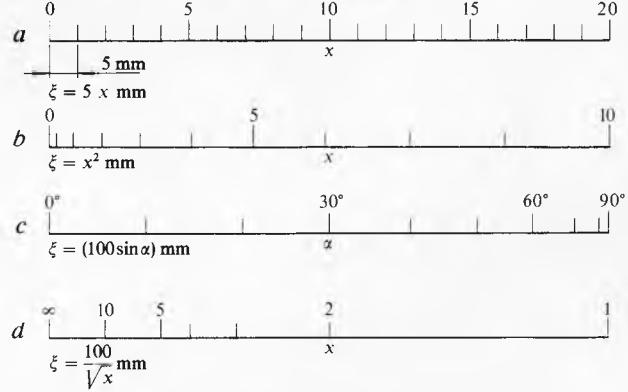
gdje je ξ udaljenost između početne (nulte) točke na ljestvici i crtice koja odgovara brojčanoj vrijednosti veličine x . Duljina ξ mjerena je u nekom mjerilu koje je izraženo mjerilom ili modulom ljestvice μ , i za promatranu je ljestvicu konstanta. Dimenzija je mjerila ljestvice duljina (mm, cm, ...), a vrijednošću mjerila određena je duljinom ljestvice.

Ako ljestvica ne počinje vrijednošću $x = 0$, nego npr. od vrijednosti x_m , zakon raspodjele crtica na ljestvici može se prikazati izrazom

$$\xi_m - \xi_n = \mu f(x_m) - f(x_n). \quad (2)$$

Kad su poznate vrijednosti $f(x_m)$ i $f(x_n)$, a to su brojčane vrijednosti između početne i posljednje crtice na brojčanoj ljestvici, i kad je poznata udaljenost tih crtica koja je jednak razlici $\xi_m - \xi_n$, modul ljestvice dobiva se iz izraza

$$\mu = \frac{\xi_m - \xi_n}{f(x_m) - f(x_n)}. \quad (3)$$



Sl. 1. Primjeri brojčanih ljestvica

Na sl. 1 prikazano je nekoliko primjera brojčanih ljestvica.

Logaritamska ljestvica određena je jednadžbom

$$\xi = \mu \lg x, \quad (4)$$

gdje je μ mjerilo ljestvice.