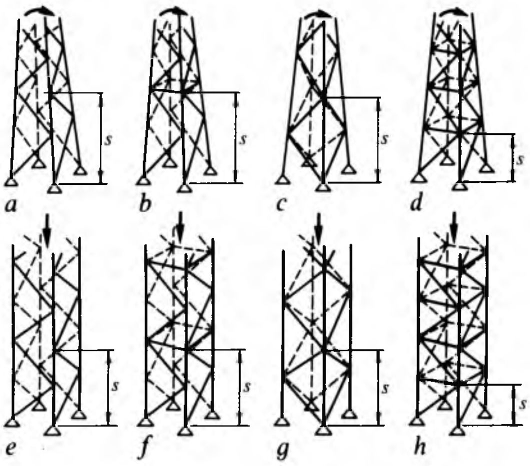


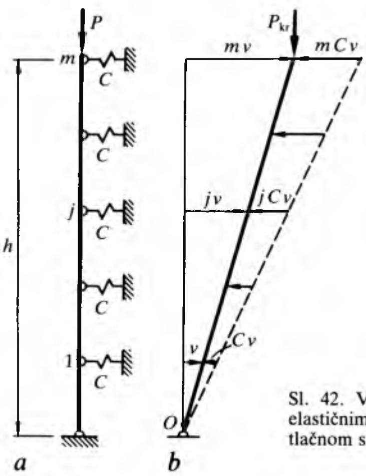
Sl. 41. Toranjske rešetke (s duljina mjerodavnog pojasnog štapa)

Tablica 7
VRIJEDNOSTI KOEFICIJENTA β I NJIHOVA OVISNOST O KONSTRUKCIJI I PROFILU ŠTAPOVA

Slika	*Tip*	β	*Slika*	*Tip*	β
41 a	1	0,65	41 e	1	0,75
	2	0,70		2	0,80
	3	0,85		3	0,90
41 b	1	0,60	41 f	1	0,70
	2	0,65		2	0,75
	3	0,80		3	0,85
41 c		0,95	41 g		1,00
41 d		0,85	41 h		0,90

VIŠEPOLJNI ŠTAPOVI S KONSTANTNOM UZDUŽNOM SILOM

Višekatni nedeformabilni stup s elastičnim ležajima opterećen je tlačnom aksijalnom silom P (sl. 42a). Treba metodom ravnoteže utvrditi kritičnu vrijednost sile koja će prouzrokovati bifurkaciju ravnoteže.



Sl. 42. Višekatni nedeformabilni stup s elastičnim ležajima opterećen aksijalnom tlačnom silom (a) i deformacija pri izvijanju (b)

Deformacija sustava pri izvijanju (sl. 42b) jest zakret stupa oko njegove pete. Stupanj je slobode bočni pomak v čvora 1. Uvjet ravnoteže

$$\sum M_O = 0 \tag{201}$$

daje

$$P_{kr} \cdot mv = \sum_{j=1}^{m} C \cdot jv \cdot jh, \tag{202}$$

pa je

$$P_{kr} = \frac{1}{6}(2m+1)(m+1)Ch. \tag{203}$$

Dvopoljni štap s elastičnim srednjim ležajem. Dvopoljni štap fleksijske krutosti K, s elastičnim srednjim ležajem krutosti C, opterećen je aksijalnom silom P (sl. 43a).

Ako je

$$C \geqq C^\circ = 16\pi^2 \frac{K}{L^3}, \tag{204}$$

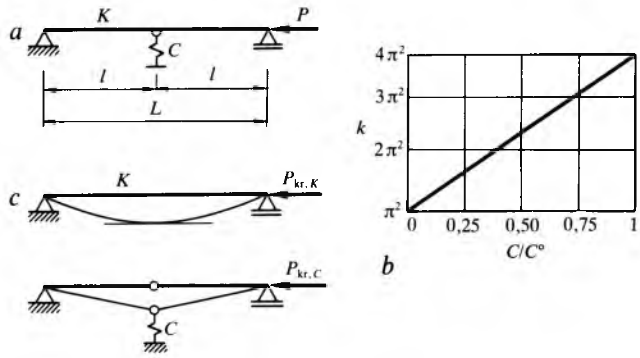
oba se polja štapa ponašaju kao Eulerov štap II, pa je

$$P_{kr} = 4\pi^2 \frac{K}{L^2}. \tag{205}$$

Ako je $C < C^\circ$, kritična je vrijednost sile P manja i iznosi, prema R. L'Hermiteu i W. Flüggeu, približno

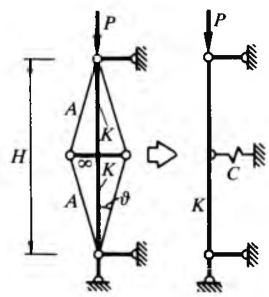
$$P_{kr} = \pi^2 \frac{K}{L^2} + \frac{3}{16} CL = \left(1 + 3\frac{C}{C^\circ}\right)\pi^2 \frac{K}{L^2} = k\frac{K}{L^2}. \tag{206}$$

Ovisnost koeficijenta k o omjeru C/C° prikazana je na sl. 43b.



Sl. 43. Dvopoljni štap s elastičnim srednjim ležajem na koji djeluje tlačna aksijalna sila (a), dijagram koeficijenta $k(C/C^\circ)$ kritične sile (b) i dva podsustava za utvrđivanje kritične sile prema Southwellu (c)

Sl. 44. Stup ojačan užetima



Radi usporedbe može se kritična sila sustava odrediti primjenom Southwellova poučka kao zbroj kritičnih sila dvaju podsustava (sl. 43c):

$$P_{kr} = P_{kr,K} + P_{kr,C} = \pi^2 \frac{K}{L^2} + \frac{CL}{4}. \tag{207}$$

Navedeni izrazi mogu se primijeniti npr. na stup ojačan užetima (sl. 44); krutost elastičnog ležaja što je stupu daje užad iznosi:

$$C = \frac{2EA}{H} \sin^2\vartheta \cos\vartheta, \tag{208}$$

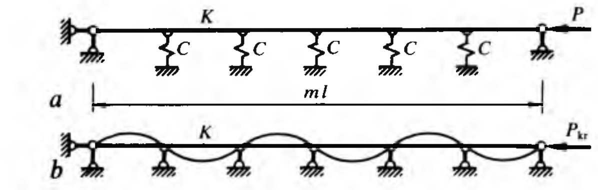
pa je kritična sila

$$P_{kr} = \pi^2 \frac{K}{H^2} + \frac{3}{16} CH. \tag{209}$$

Greda s više polja i s elastičnim unutrašnjim ležajima. m-poljna greda fleksijske krutosti K, s elastičnim unutrašnjim ležajima krutosti C, opterećena je aksijalnom silom P (sl. 45a).

Ako krutost C nije manja od granične krutosti C°, kritična je sila ista kao za m-poljnu zglobnu gredu (183):

$$P_{kr} = (m\pi)^2 \frac{K}{(ml)^2} = \pi^2 \frac{K}{l^2}. \tag{210}$$



Sl. 45. m-poljna greda s elastičnim unutrašnjim ležajima, opterećena tlačnom silom (a) i progibna linija pri izvijanju (b)

Progibna se linija pri izvijanju sastoji od m polusinusoida (sl. 45b). U ležajnim su presjecima točke infleksije progibne linije, pa na tim mjestima ne utječe fleksijska krutost grede, tako da se konstrukcija ponaša kao zglobna greda.

KONZOLNI STUP S PRIKLJUČENIM PENDEL-STUPOVIMA

Potpuno upet konzolni stup visine H i fleksijske krutosti K opterećen je aksijalnom silom P i bočnom silom W te bočno pridržava niz aksijalno opterećenih pendel-stupova (sl. 46a). Bočni pomak v glava stupova jednoznačno definira deformaciju sustava.

Bezdimenzijski je parametar sustava

$$c = \frac{H}{P} \sum_j \frac{P_j}{H_j}, \tag{211}$$

gdje se suma proteže na sve pendel-stupove.

R. Rosman i C. Petersen razradili su *strogo rješenje* zadatka. Moment uklještenja M^1 konzolnog stupa bez utjecaja deformacije i koeficijent α_M povećanja tog momenta zbog deformacije iznose

$$M^1 = WH, \qquad \alpha_M = 1 + \frac{(1+c)(\sin\varepsilon - \varepsilon\cos\varepsilon)}{\varepsilon\cos\varepsilon - c(\sin\varepsilon - \varepsilon\cos\varepsilon)}, \tag{212}$$

gdje je koeficijent labilnosti stupa definiran izrazom $H\sqrt{P/K}$. Ovisnost koeficijenta α_M o ε prikazana je na sl. 46b.

Rješenje homogenog zadatka daje jednadžbu bifurkacije ravnoteže:

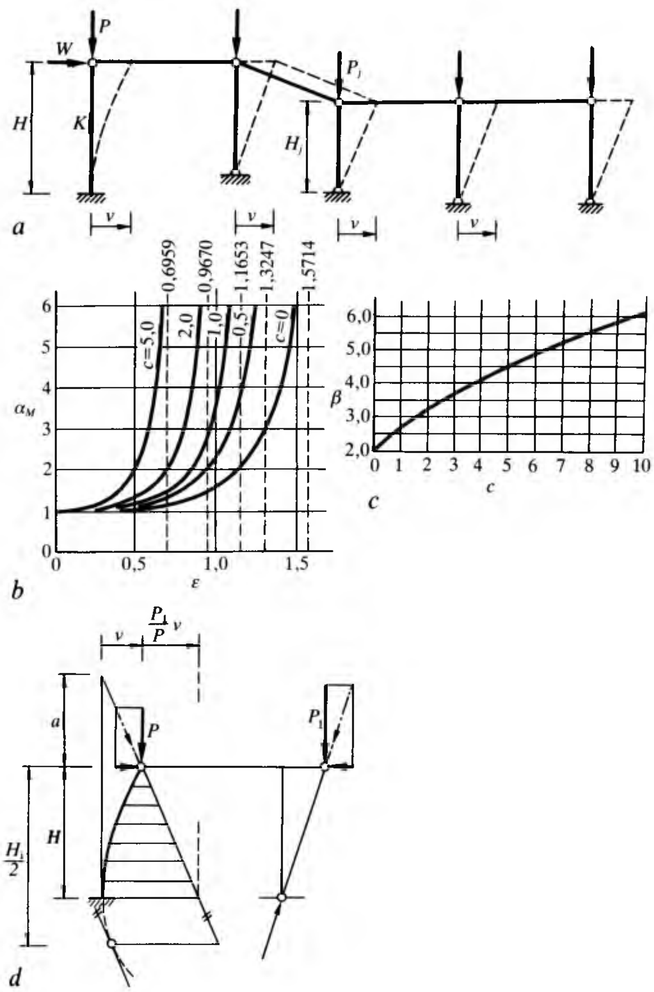
$$\frac{1+c}{c}\varepsilon_{\mathrm{kr}} = \tan\varepsilon_{\mathrm{kr}}, \tag{213}$$

gdje je $\varepsilon_{\mathrm{kr}}$ kritična vrijednost koeficijenta labilnosti jednaka $H\sqrt{P_{\mathrm{kr}}/K}$. Na osnovi relacije $\beta = \pi/\varepsilon_{\mathrm{kr}}$ konstruiran je dijagram koeficijenta β duljine izvijanja $H_{\mathrm{i}} = \beta H$ stupa u ovisnosti o c (sl. 46c).

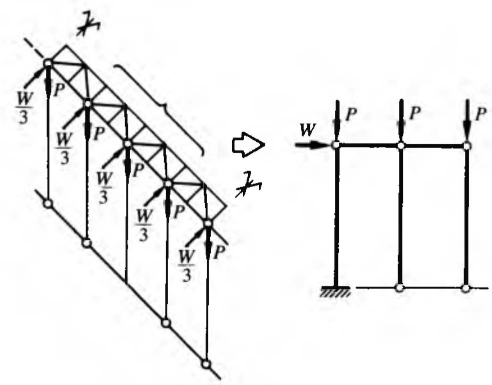
Deformacija sustava s jednim pendel-stupom vidi se na sl. 46d; pri tome je udaljenost

$$a = v\cot\left(\frac{P_1}{P}\cdot\frac{v}{H}\right) = \frac{P}{P_1}H. \tag{214}$$

Opisano rješenje primjenjivo je dakako i na prostorne sustave ako je konstrukcijskom dispozicijom izbjegnuta torzija (sl. 47).



Sl. 46. Potpuno upet konzolni stup, opterećen aksijalnom i bočnom silom, s priključenim pendel-stupovima (a), dijagram koeficijenta α_M povećanja momenta uklještenja konzolnog stupa (b), dijagram koeficijenta β njegove duljine izvijanja (c), deformacija sustava s jednim pendel-stupom (d)



Sl. 47. Prostorni sustav od jednog upetog i dvaju priključenih pendel-stupova

Sattlerovom metodom može se izvesti *približan izraz* za koeficijent kritične vrijednosti P_{kr} sile P (sl. 48a). Pendel-stup j (sl. 48b) bočno pridržava sila $V_j = (P_j/H_j)v$, pa se na konzolni stup preko prečaka prenosi sila (sl. 48c).

$$V = \sum V_j = v \sum_j \frac{P_j}{H_j}. \tag{215}$$

Na osnovi pripadnog momentnog dijagrama M (sl. 48d), kojemu je dio što se odnosi na silu P aproksimiran parabolom, i momentnog dijagrama $\overline{M}$ (sl. 48e) zbog djelovanja jedinične bezdimenzijske sile za određivanje progiba v, Mohrova formula daje

$$v = \frac{1}{K}\int_0^H M\overline{M}\,\mathrm{d}z = (1{,}25 + c)\,\frac{P_{\mathrm{kr}}vH^2}{3K}, \tag{216}$$

pa je

$$P_{\mathrm{kr}} = \frac{3}{1{,}25 + c}\cdot\frac{K}{H^2} = k\frac{K}{H^2} = \pi^2\frac{K}{(\beta H)^2}, \tag{217}$$

gdje su koeficijent kritične sile k i koeficijent β duljine izvijanja konzolnog stupa:

$$k = \frac{3}{1{,}25 + c}, \qquad \beta = \pi\sqrt{\frac{1{,}25 + c}{3}}. \tag{218}$$

Analize, dakle, pokazuju da pendel-stupovi smanjuju koeficijent k i povećavaju koeficijent β, pa tako povećavaju opasnost od izvijanja. Ako nema pendel-stupova, bezdimenzijski je parametar $c = 0$.