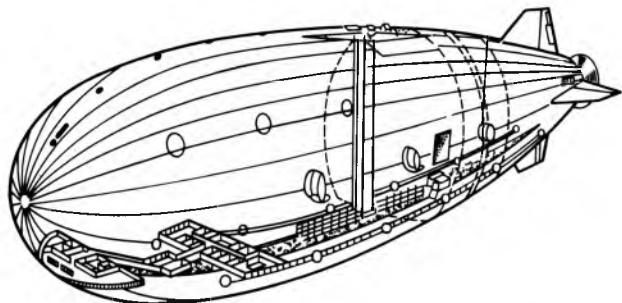


staklenih niti i nosivost od 500 t. Pogonski motori i propeler bili bi smješteni na repu iza kormila, a pomoćni motori s obje strane letjelice radi poboljšanja manevarskih sposobnosti. Letjelica bi mogla postići brzinu od 160 km/h, a predviđena je za prijevoz teških tereta koji bi bili smješteni na donjim platformama.

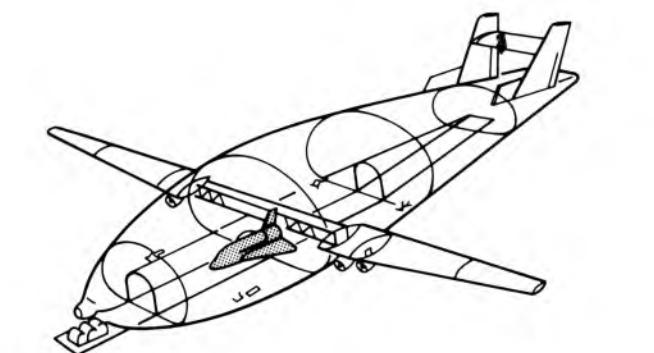
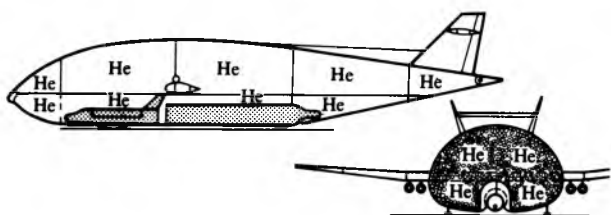


Sl. 20. Skica projektirane letjelice Skyship tvrtke Cargo Airship (Velika Britanija)

U SAD je tvrtka *Martin Marietta* izradila projekt vojne upravljive krute letjelice (sl. 21) obujma 263 000 m³, duljine 230 m i najvećeg promjera od 50 m. Unutar krutog tijela bilo bi smješteno 12 balona napunjenih helijem. Za upravljanje bi služile repne površine u obliku trokake zvijezde. Za pogon letjelice predviđene su četiri plinske turbine od kojih su dvije na prednjoj, a dvije na stražnjoj strani. Osi se propelera mogu zakretati prema gore i dolje za 60°, da bi se poboljšala upravljivost letjelicom. Masa bi pri polijetanju iznosila 188 t, a korisni teret 62 t, od čega 14 t otpada na radijsku i radarsku opremu. Predviđa se najveća visina leta od 3050 m i putna brzina od 148 km/h.



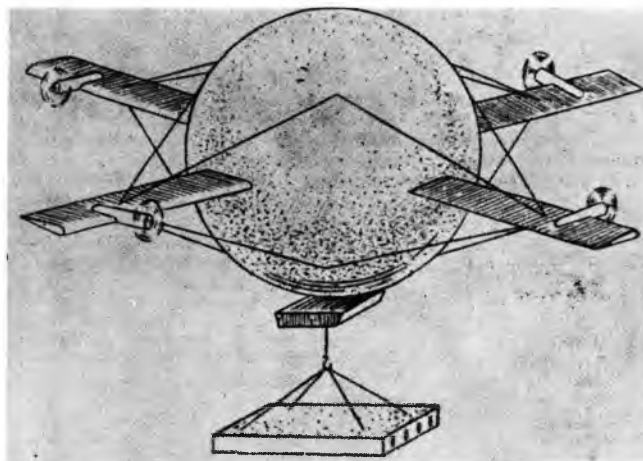
Sl. 21. Skica projektirane krute letjelice tvrtke Martin Marietta (SAD)



Sl. 22. Skica projektirane kombinirane statičko-dinamičke letjelice Megalifter (SAD)

Američka tvrtka *Megalift* objavila je projekt kombinirane statičko-dinamičke letjelice *Megalifter* (sl. 22). Duljina je trupa 198 m, a raspon krila 162 m. U trupu se nalaze baloni

obujma 210 000 m³ napunjeni helijem. Za pogon su predviđena četiri ventilatorska turboblazna motora, kakvi su na današnjim širokotrupnim zrakoplovima, svaki s potiskom od 186 kN, a na vrhu krila po jedan takav motor manje snage. Vanjski dijelovi letjelice bili bi izrađeni od polimernog materijala ojačana staklenim nitima. Masa potpuno natovarene letjelice (450 t) veća je od mase istisnutog zraka. Tako natovarena letjelica može poletjeti brzinom od 120 km/h, pri čemu 52% uzgona osiguravaju aerodinamičke sile koje djeluju na krila, a 48% uzgona baloni napunjeni helijem. Letjelica bi trebala postići maksimalnu brzinu od 380 km/h na maksimalnoj visini od 7000 m i dolet od 16000 km, uz propisanu rezervu goriva.



Sl. 23. Skica projektirane kombinirane statičko-dinamičke letjelice Aerocrane (SAD)

U SAD izrađen je projekt kombinirane statičko-dinamičke letjelice *Aerocrane* (sl. 23) za podizanje i prijevoz tereta od 70 t. Letjelica se sastoji od helijem napunjenog balona promjera 58 m i četiriju krila duljine 42 m i širine 7,5 m. Na svakom kraju krila nalazi se propeler i plinska turbina snage 2280 kW za njegov pogon. Pri vrtnji propelera postiže se okretanje letjelice sa 8,6 okreta u minuti, pri čemu krila ostvaruju 60% uzgona, a plin u balonima 40%. Za vrijeme horizontalnog leta letjelicom se upravlja promjenom koraka pojedinih propelera. Letjelica bi mogla postići brzinu od 70 km/h.

Osim toga, postoji niz sličnih projekata u Njemačkoj, Francuskoj, SSSR i Japanu.

LIT.: A. Fürst, *Das Weltreich der Technik*. Verlag Ullstein, Berlin 1926. – *Flugtechnisches Handbuch*, sv. IV. Verlag W. de Gruyter & Co, Berlin-Leipzig 1937. – D. Wirth, *Ballooning*. Marshall Editions Ltd, London 1980. – M. Я. Аруе, *Дирижабли*. Наукова думка, Киев 1986.

S. Bernfest

STATIKA GRAĐEVNIH KONSTRUKCIJA,

znanstveno područje koje se bavi ravnotežom nosivih građevnih konstrukcija koje preuzimaju različita statička opterećenja i druge statičke utjecaje. Statika je građevnih konstrukcija osnova za projektiranje nosive konstrukcije pomoću koje se određuju ležajne i unutrašnje sile i deformacije.

Glavni utjecaji koji djeluju na nosive konstrukcije jesu: stalna i korisna gravitacijska opterećenja, vjetar i potres, temperaturne promjene, slijeganje temeljnih podloga, skupljanje betona i prednaprezanje konstrukcija. Reakcije konstrukcija na pojedine utjecaje obično se analiziraju odvojeno.

Konstrukcije se analiziraju pomoću njihove *mehaničke sheme*. To je pojednostavnjeni prikaz nosive konstrukcije koji služi za utvrđivanje njezina mehaničkog ponašanja; ona mora vjerno prikazivati sva bitna svojstva konstrukcije, ali može grubo simulirati ili zanemariti njezina nebitna svojstva.

U statičkoj konstrukciji često se primjenjuje pojam *apsolutno krutog*, tj. nedeformabilnog tijela. To je tijelo koje se djelovanjem opterećenja ne deformira, što znači da se međusobni razmaci njegovih točaka ne mijenjaju. Nedeformabilnost je idealizacija koja se često pretpostavlja kad su deformacije konstrukcije malene u usporedbi s njezinim dimenzijama i kad se konstrukcija radi analize smatra skrućenom (zamrznutom). Zapravo, građevne su konstrukcije kruta tijela koja se djelovanjem opterećenja neznatno deformiraju.

Elastostatika konstrukcija, osim ravnoteže, razmatra i deformacije konstrukcija koje se određuju na osnovi pretpostavke da je materijal konstrukcije elastičan.

Početak tipično građevnostatičkog razmišljanja pripisuje se francuskom inženjeru L. Navieru (1785–1836).

Neki su pojmovi i spoznaje, fundamentalne za građevnu statiku, međutim, još stariji: Arhimedov zakon poluge (–287–212), statički moment, savijanje i svodovi od L. da Vinci (1452–1519), paralelogram sila od S. Stevina (1548–1620), čvrstoća greda od G. Galileja (1564–1642), zakon proporcionalnosti naprezanja i rastezanja od R. Hookea (1635–1703), verižni poligon od P. Varignon (1654–1722), zakrivljenost progibne linije i hipoteza ravnih presjeka od J. Bernoullija (1654–1705), stabilnost pritisnutih štapova od L. Eulera (1707–1783) i tlak zemlje od Ch. de Coulomba (1736–1806). Spomenuta teorijska razmatranja, međutim, nisu mnogo utjecala na graditeljstvo, jer ih nije bilo moguće izravno primijeniti na dimenzioniranje konstrukcija i jer matematičke formulacije u tim radovima graditeljskim nisu bile razumljive.

Razvoj graditeljstva do potkraj XVIII. st. bio je obrtničko-iskustven. Niz je graditeljskih majstora postigao, skupljanjem iskustava kroz generacije, divljenja vrijedan osjećaj za stanje unutrašnjih sila u konstrukcijama, npr. U. Grubenmann (1709–1783), koji je sagradio najveći drveni most svog vremena, i J. Perronet (1708–1794), koji je sagradio nekoliko izvanrednih kamenih mostova. Ti su veliki majstori bili jedinstveni, pa se njihova dostignuća istim sredstvima nisu mogla nadmašiti. Nepovezanost teorije i prakse dugo se zadržala, a ogleđa se npr. u malicioznoj izreci »Nosivost zgrade obrnuto je razmjerna znanstvenom obrazovanju njezina graditelja« engleskog inženjera Tregolda (1788–1829).

S porastom količine i veličine građevnih radova i s pojavom novih građevnih materijala trebalo je osjećaju za konstrukcije dodati znanstveno utemeljen instrumentarij, građevnu statiku, kako bi se dobile sigurne i ekonomične konstrukcije. L. Navier je u svojim glavnim djelima *Rapport et Mémoire sur les ponts suspendus* (1823) i *Résumé des leçons sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines* (1826) učinio presudan korak od teorijske mehanike prema građevnoj statici. Oba djela zapanjuju obilnošću tretiranih problema i fleksibilnošću proračunskih metoda, što omogućuje da konstruktor dode do željenih rezultata sa što manje računanja.

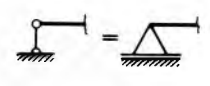
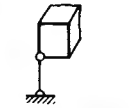
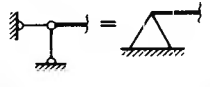
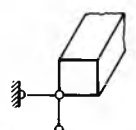
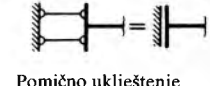
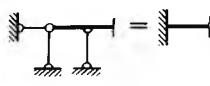
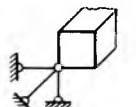
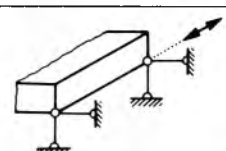
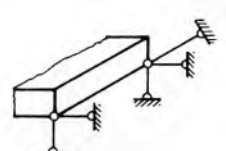
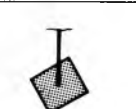
Nakon Naviera velike su doprinose građevnoj statici dali K. Culmann (1821–1881) i O. Mohr (1835–1918). Culmann je razradio grafičke metode i teoriju rešetki, a Mohr je analizirao deformaciju štapnih sustava. Grafičku je statiku dalje proširio W. Ritter (1847–1906), dok je H. Müller-Breslau (1851–1925) sistematizirao analitičke metode.

Posljednjih desetljeća elektronička su računala znatno pridonijela razvoju analitičkih metoda statike konstrukcija. Proračun mnogostruko statički i kinematički neodređenih sustava više nije problem.

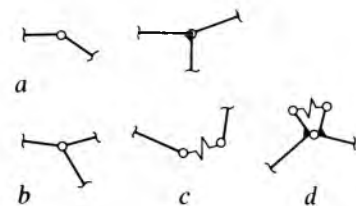
Veze pričvršćuju konstrukciju za podlogu i međusobno spajaju elemente konstrukcije. Svaka se *elementarna veza* zamišlja kao pendel, tj. štapčić sa zglobom na oba kraja. On može prenositi silu uzduž svoje osi i sustavu oduzima jedan od stupnjeva slobode, i to relativni pomak spojenih elemenata u smjeru štapčića. Štapčići se nazivaju ležajnicima ako sustav pričvršćuju za podlogu, a unutrašnjima ako međusobno spajaju elemente sustava. Veze se obično smatraju nedeformabilnim, ali se ponekad upotrebljavaju i elastične veze. Mjesta na kojima se nalaze veze nazivaju se *čvorovima* konstrukcije.

Na sl. 1. prikazane su uobičajene *ležajne veze*; broj veza jednak je broju stupnjeva slobode što ih ležajna veza oduzima sustavu.

Zglobovi su često (sl. 2) *unutrašnje veze ravninskih sustava*; oni omogućuju da se krajevi štapova, priključeni na zglob, pri deformaciji sustava kutno pomiču jedan prema drugom. *Jednostruki zglob* (sl. 2a), koji spaja dva diska, ekvivalentan je dvama štapčićima i može prenositi dvije sile. On sustavu oduzima dva stupnja slobode, i to obje komponente relativnog translacijskog pomaka spojenih elemenata. *Dvostruki zglob* (sl. 2b) spaja tri diska. ($m-1$)-*struki zglob* spaja m diskova i ekvivalentan je djelovanju $2(m-1)$ štapčića. Takav zglob može prenositi $2(m-1)$ silu i sustavu oduzima $2(m-1)$ stupanj slobode. Na sl. 2c dva su štapa spojena elastičnim pendelom, a na sl. 2d prikazan je *elastični jednostruki zglob*; tada pri deformaciji sustava u zglobu

Broj veza	Ležajne veze	
	diskova	blokova
1	 Pomičan zglobni ležaj	 Pendel-ležaj
2	 Nepomičan zglobni ležaj	 Zglobni ležaj nepomičan u ravnini, a pomičan okomito na ravninu štapčića
	 Pomično uklještenje	
3	 Uklještenje	 Kuglični zglob
4		 Pomičan cilindrični zglob
5		 Nepomičan cilindrični zglob
6		 Uklještenje

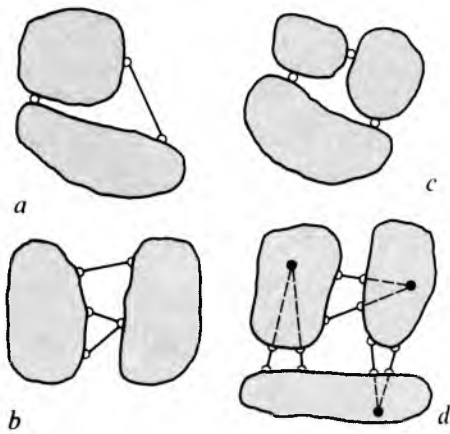
Sl. 1. Ležajne veze



Sl. 2. Zglobovi ravninskih sustava

nastaje moment proporcionalan relativnom kutnom pomaku krajeva štapova. Kad su čvorovi kruti, kut što ga čine osi štapova ne mijenja se pri deformaciji sustava.

Dva se diska mogu spojiti u oblikovno neizmjenjivu cjelinu, jedinstveni disk, zglobom i štapčićem kojemu pravac ne prolazi zglobom (sl. 3a), ili trima neparalelnim štapčićima (sl. 3b). Tri se diska mogu spojiti u oblikovno neizmjenjivu cjelinu ako se po dva diska spoje zglobom tako da sva tri zgloba ne leže na istom pravcu (sl. 3c), ili ako se po dva diska spoje parom štapčića tako da presjecišta parova štapčića (ekvivalentni zglobovi) ne leže na istom pravcu (sl. 3d). Podloga konstrukcije može se smatrati diskom.

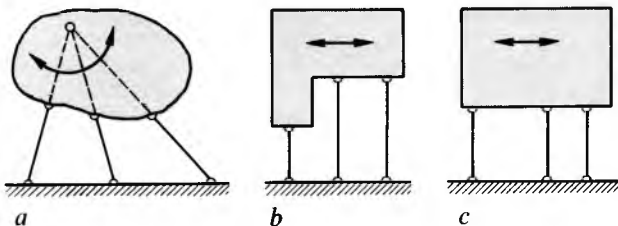


Sl. 3. Spajanje diskova

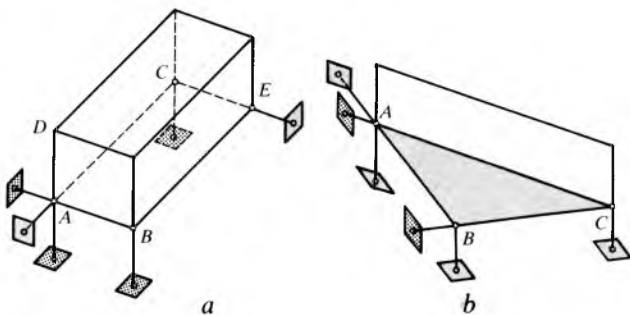
Oslanjanje konstrukcije. Sustav ležaja mora osigurati da konstrukcija pri opterećenju bude nepomična, tj. da se ne pojavi ni infinitezimalan ni konačan pomak konstrukcije. Konstrukcija je geometrijski stabilna, tj. nepomično oslonjena, ako se sustav ležaja odupire svakom pomaku konstrukcije. Potrebno je dovoljno ležajnih štapića, ali to nije i dovoljan uvjet da se ostvari adekvatan sustav ležaja.

Sustav je oslonjen statički određeno ako mu sustav ležaja oduzima sve stupnjeve slobode i ako se sve ležajne sile mogu odrediti iz uvjeta ravnoteže.

Disk ima tri stupnja slobode, pa ga za podlogu treba pričvrstiti sa tri nekonkurentna, neparalelna ležajna štapića. Dvije su konfiguracije sustava ležaja neprihvatljive: 1) ako su ležajni štapići konkurentni, tj. ako se njihovi pravci sijeku u jednoj točki (sl. 4a), moguć je infinitezimalan kutni pomak, tj. inicijalna rotacija konstrukcije oko presjecišta tih pravaca; 2) ako su svi ležajni štapići međusobno paralelni, tj. ako se sijeku beskonačno daleko u smjeru štapića, moguć je infinitezimalan (sl. 4b) ili konačan (sl. 4c) translacijski pomak konstrukcije okomito na štapiće.



Sl. 4. Neadekvatno oslanjanje diskova

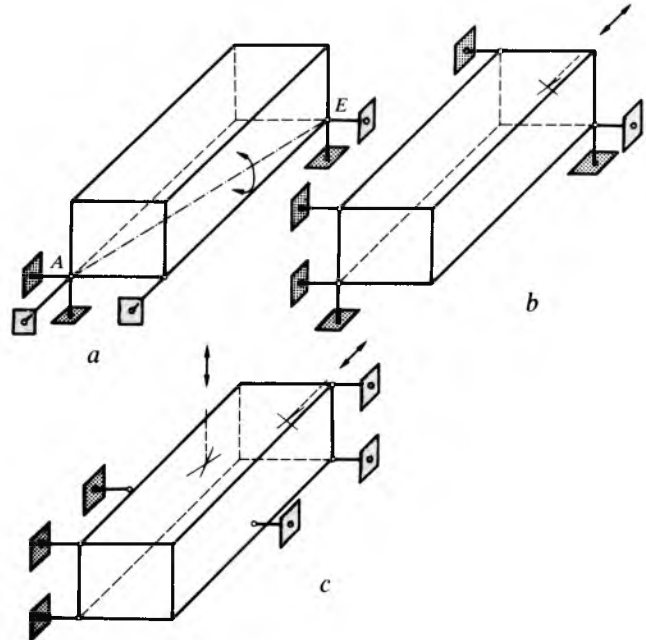


Sl. 5. Adekvatno oslanjanje blokova

Blok ima šest stupnjeva slobode, pa ga za podlogu treba pričvrstiti sa šest ležajnih štapića. Na sl. 5 vide se dva adekvatna sustava ležaja. U sustavu na sl. 5a kuglični zglobovi *A* oduzima bloku tri stupnja slobode, i to tri translacijska pomaka, a štapići *C*, *B* i *E* sprečavaju kutne pomake bloka oko osi *AB*, *AC*, odnosno *AD*. Sustav na sl. 5b sastoji se od kugličnog zgloba *A*, zgloba *B* od dvaju štapića kojima ravnina

ne prolazi točkom *A* i štapića *C* koji ne sijeku pravac *AB*; ležaji *A* i *B* čine nepomičan cilindrični zglobov.

Na sl. 6 vide se dva neadekvatna sustava ležaja. U sustavu na sl. 6a pravci svih ležajnih štapića sijeku pravac *AE*, pa reakcije ne mogu preuzeti napadni moment oko tog pravca; moguć je zbog toga infinitezimalan kutni pomak oko tog pravca. U sustavima na sl. 6b i 6c svi su ležajni štapići paralelni s jednom ravninom. Ako štapići nisu međusobno paralelni (sl. 6b), moguć je konačan translacijski pomak okomito na tu ravninu, a ako su međusobno paralelni (sl. 6c), mogući su konačni translacijski pomaci u dva međusobno okomita smjera okomita na štapiće.



Sl. 6. Neadekvatno oslanjanje blokova

Klasifikacija konstrukcija. Konstrukcije se mogu klasificirati prema tipu elemenata, prema prostornoj raspodijeljenosti, prema vrsti dominantnog naprezanja, prema načinu spajanja elemenata konstrukcije, prema smjeru ležajnih sila zbog vertikalnog opterećenja te prema količini ležajnih i unutrašnjih veza.

Prema tipu elemenata konstrukcije mogu biti: a) konstrukcije od štapnih elemenata (jednodimenzijski elementi), koji mogu biti pravocrtni, poligonski i lučni; b) konstrukcije od plošnih elemenata (dvodimenzijski elementi) koji mogu biti ravninski ili prostorni; ravninski se element naziva diskom ako je opterećen u svojoj ravnini, a pločom ako je opterećen okomito na svoju ravninu; c) konstrukcije od masivnih elemenata (trodimenzijski elementi) i d) konstrukcije od dva ili više tipova elemenata.

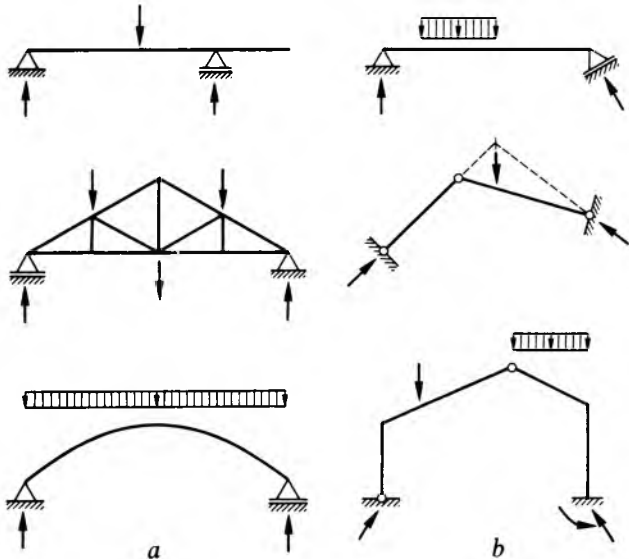
Prema prostornoj raspoređenosti konstrukcije mogu biti: a) ravninske konstrukcije koje su opterećene samo u svojoj ravnini i u kojoj su osi svih štapova, srednje plohe diskova i sve napadne i ležajne sile u istoj ravnini; b) ravninske konstrukcije opterećene okomito na svoju ravninu u kojoj su osi svih štapova i srednje plohe ploča u istoj ravnini, a sve su napadne i ležajne sile okomite na tu ravninu i c) prostorne konstrukcije. Prostorne se konstrukcije pri razmatranju nastoje raščlaniti u ravninske.

Prema dominantnim naprezanjima razlikuju se: a) fleksijske konstrukcije gdje su neki ili svi elementi dominantno napregnuti na savijanje (npr. okviri) i b) rešetkaste konstrukcije gdje su svi elementi dominantno napregnuti uzdužnim silama.

Prema tipu spajanja elemenata, konstrukcije mogu biti: a) konstrukcije gdje su svi elementi zglobno spojeni (npr. rešetke), b) konstrukcije gdje su svi elementi kruto spojeni (npr. kontinuirane grede) i c) konstrukcije s elementima gdje

ih je dio zglobno, a dio kruto spojen (npr. okviri s jednim ili više zglobova).

Prema smjeru ležajnih sila zbog djelovanja vertikalnog opterećenja razlikuju se: a) konstrukcije samo s vertikalnim ležajnim silama (sl. 7a) i b) konstrukcije s kosim ležajnim silama (sl. 7b).



Sl. 7. Konstrukcije gdje vertikalno opterećenje uzrokuje (a) vertikalne i (b) kose ležajne sile

Prema količini ležajnih i unutrašnjih veza postoje: a) statički određene konstrukcije za koje se sve ležajne i unutrašnje sile mogu odrediti iz jednadžbi ravnoteže i b) statički neodređene konstrukcije za koje se sve spomenute sile ne mogu odrediti iz jednadžbi ravnoteže.

Osnovni pojmovi o silama i pomacima. Sile koje djeluju na element konstrukcije mogu biti pravocrtne i kružne. Pravocrtne sile nastoje potaknuti translacijski, a kružne sile kutni pomak elementa na koji djeluju. Prema svojoj raspoređenosti u prostoru sile su koncentrirane ili raspodijeljene po liniji, površini ili volumenu.

Koncentrirane pravocrtne sile su sile u užem smislu, pa se definiraju veličinom, hvatištem i orijentiranim smjerom (orijentirani smjer može se opisati jediničnim vektorom), a koncentrirane kružne sile, obično zvane moment, veličinom i orijentiranim smjerom (orijentirani smjer definira ravninu u kojoj sila djeluje i njenu orijentaciju s obzirom na smjer gibanja kazaljke na satu).

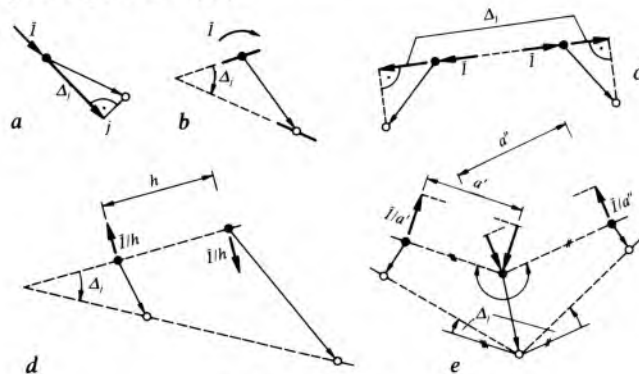
Koncentrirana kružna sila može se zamisliti kao par antiparalelnih koncentriranih pravocrtnih sila, tako da je produkt veličine koncentriranih pravocrtnih sila i njihove udaljenosti jednak toj koncentriranoj kružnoj sili. Raspodijeljene pravocrtne sile, obično nazvane raspodijeljena opterećenja, definiraju se svojom intenzivnošću, tj. veličinom po jedinici duljine, površine, odnosno volumena, područjem na koje djeluju i orijentiranim smjerom, ili ukupnom veličinom sile (rezultantom), njenim hvatištem, područjem djelovanja i orijentiranim smjerom.

Poseban su oblik sila reaktivne sile zbog jediničnih bezdimenzijskih pomaka, a nazivaju se utjecajnim koeficijentima sila ili krutosti. Uravnotežene grupe sila jesu one sile kojima je rezultanta jednaka nuli.

Pri pronalaženju pomaka zbog djelovanja vanjskih utjecaja računa se sa silama koje su samo pomoćne računске veličine. To su pravocrtne i kružne jedinične bezdimenzijske koncentrirane sile \bar{I} ; njihova je vrijednost 1, a nemaju dimenzije.

Kad je konstrukcija izložena djelovanju vanjskih utjecaja, njene se točke pomiču. Pojam se pomaka upotrebljava u generaliziranom smislu. U statici ravninskih štapnih konstrukcija promatraju se sljedeći tipovi pomaka Δ_j (sl. 8; pun kružić označuje položaj točke prije, a prazan kružić položaj te točke nakon deformacije konstrukcije): a) projekcija translacijskog

pomaka neke točke konstrukcije na neki orijentirani smjer (sl. 8a); b) orijentirani kutni pomak osi nekog pravocrtnog štapa ili tangente na os lučnog štapa u nekoj točki ili kutni pomak nekog čvora (sl. 8b); c) projekcija povećanja udaljenosti dviju točaka konstrukcije na smjer njihove spojnice (sl. 8c); d) orijentirani kutni pomak spojnice dviju točaka konstrukcije, npr. nekog štapa (sl. 8d); e) relativni kutni pomak dvaju pravaca, npr. štapova konstrukcije, koji je pozitivno orijentiran ako se zadani kut što ga zatvaraju ta dva pravca povećava (8e).



Sl. 8. Tipovi pomaka

Kad se određuje pomak, pretpostavlja se orijentacija pomaka. Ako proračun daje pozitivan rezultat, pomak je orijentiran kao što je pretpostavljeno, a ako je negativan, orijentacija je pomaka suprotna od pretpostavljene. Ako, npr., proračun pomaka na sl. 8c daje negativan rezultat, udaljenost je promatranih točaka smanjena, a projekcija smanjenja na smjer njihove spojnice ima proračunanu vrijednost.

Pomaci točaka grede okomiti na njezinu os i pomaci točaka ploče okomiti na njezinu srednju ravninu nazivaju se *progibima*; obično se smatraju pozitivnima ako su orijentirani naniže.

Određenoj (generaliziranoj) sili odgovara određeni (generalizirani) pomak i obratno; umnožak sile i pripadnog pomaka uvijek ima dimenziju rada. Na sl. 8 navedene su uz pomake i pripadne jedinične sile. To su za pomak na sl. 8a sila \bar{I} na mjestu pomaka i u orijentiranom smjeru pomaka, za pomak na sl. 8b kružna sila \bar{I} pretpostavljene orijentacije na mjestu pomaka, za pomak na sl. 8c par sila \bar{I} kojima su hvatišta u označenim točkama i koje su usmjerene uzduž spojnice tih točaka, a orijentirane jedna od druge, za pomak na sl. 8d to je moment \bar{I} na mjestu pomaka iste orijentacije kao pomak, a ostvaren je dvjema silama kojima su hvatišta u označenim točkama okomito na njihovu spojnicu, te za pomak na sl. 8e dva jedinična momenta \bar{I} , tako orijentirana da nastoje povećati zadani kut što ga zatvaraju označeni pravci, a ostvarena su po jednim parom sila okomitih na te pravce.

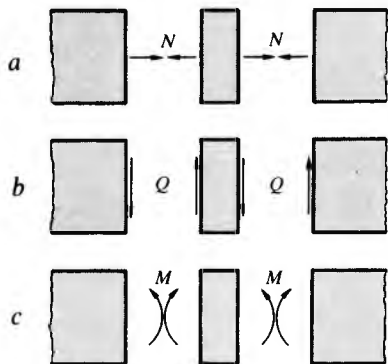
Posebni su oblici pomaka oni koji nastaju zbog djelovanja jediničnih bezdimenzijskih sila; zovu se *utjecajni koeficijenti pomaka ili podatljivosti*.

Ležajne i unutrašnje sile. Da bi se moglo računati sa silama, treba ih učiniti vidljivima. U tu se svrhu primjenjuje Eulerov i Lagrangeov postupak presijecanja veza. Tijelo se presijecanjem ležajnih veza odvoji od podloge ili se presijecanjem unutrašnjih veza rasiječe u dijelove, a djelovanje se presječenih veza zamijeni silama u tim vezama. Odsječci tijela mogu biti konačni ili infinitezimalni. Na crtežima tijela odvojenog od podloge i na crtežima dijelova tijela, tzv. oslobođenog tijela ili oslobođenih dijelova tijela, ležajne i unutrašnje sile postaju vidljive; one djeluju u paru, kolinearano i suprotno orijentirano na oba kraja presječene veze.

Aksiom ravnoteže sustava apsolutno krutih tijela glasi: Tijelo je u ravnoteži ako su svi njegovi dijelovi sami za sebe u ravnoteži. Često se primjenjuje aksiom skrućivanja koji glasi: Oslobođeno tijelo koje nije apsolutno kruto jest u ravnoteži ako je u ravnoteži pripadno apsolutno kruto tijelo.

Deformacija dakle ne utječe, u teoriji prvog reda, na ravnotežu.

Unutrašnje sile (sl. 9) poprečnog presjeka nekog štapa su rezultante naprezanja u tome poprečnom presjeku. Uzdužna se sila N (sl. 9a) obično smatra pozitivnom ako je vlačna, poprečna sila Q (sl. 9b) pozitivnom ako nastoji krajeve štapa uz presjek zakrenuti u smjeru gibanja kazaljke na satu, a moment savijanja M pozitivnim (sl. 9c) ako na donjoj strani štapa uzrokuje vlak.

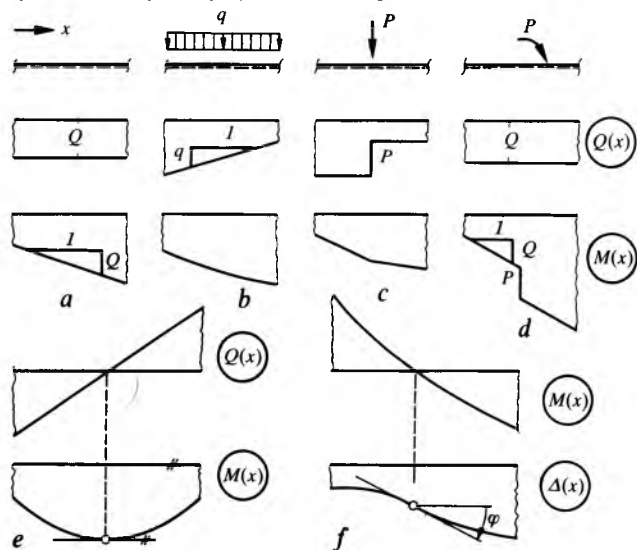


Sl. 9. Unutrašnje sile štapa

Dijagrami mehaničkih veličina savijanih elemenata grafički su prikaz jednadžbi mehaničkih veličina, tj. funkcijâ koje te mehaničke veličine prikazuju u ovisnosti o apscisi orijentiranoj uzduž osi štapa ili njezine projekcije (npr. na horizontalu). Često se odustaje od postavljanja jednadžbe mehaničke veličine i određuje se njezine vrijednosti u karakterističnim točkama. Zaključna je linija dijagrama paralelna s osi štapa ili s njezinom projekcijom. Vrijednosti mehaničke veličine nanose se okomito na zaključnu liniju, obično pozitivne vrijednosti naniže, odnosno na stranu referentne (isprekidane) linije.

Iz mehanike je poznato da su veličine progib Δ , nagib progibne linije φ , moment savijanja M , poprečna sila Q i intenzivnost raspodijeljenog opterećenja q pravocrtnih štapa svaka redom jednake derivacijama po apscisi (x) prethodno navedenih veličina. To znači da je npr. poprečna sila (Q) jednaka derivaciji momenta savijanja (dM/dx). Te relacije olakšavaju konstrukciju i kontrolu dijagrama mehaničkih veličina.

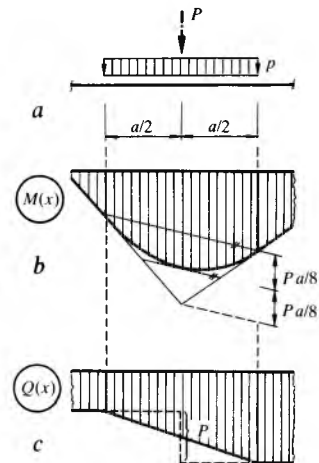
Šest pravila (sl. 10) pridonosi intuitivnom shvaćanju odnosa među mehaničkim veličinama: 1) uzduž neopterećenog pravocrtnog odsječka savijanog štapa poprečna je sila Q konstantna, a moment savijanja M pravac (sl. 10a); 2) uzduž odsječka na kojemu je jednoliko raspodijeljeno opterećenje



Sl. 10. Relacije među mehaničkim veličinama

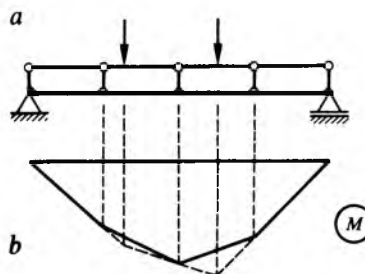
intenzivnosti q poprečna je sila Q pravac, a moment savijanja M parabola drugog stupnja (sl. 10b); 3) na mjestu djelovanja koncentrirane sile P okomite na os štapa linija poprečne sile Q ima lom, a linija momenta savijanja M siljak (sl. 10c); 4) na mjestu djelovanja koncentriranog momenta P linija je poprečne sile Q paralelna sa zaključnom linijom, a linija momenta savijanja M ima skok (sl. 10d); 5) na mjestu gdje je poprečna sila $Q = 0$ moment savijanja M poprima ekstremnu vrijednost (sl. 10e); 6) na mjestu gdje je moment savijanja $M = 0$ linija progiba Δ ima točku infleksije, a nagib φ progibne linije poprima ekstremnu vrijednost (sl. 10f).

Na odsječku duljine a štapa na koji djeluje jednoliko raspodijeljeno opterećenje intenzivnosti p (sl. 11a) momentna je linija parabola drugog stupnja ispuščena u smjeru opterećenja, sa strelicom $pa^2/8$ (sl. 11b). Postupak se pronalazanja unutrašnjih sila može pojednostavniti ako se najprije umjesto s raspodijeljenim opterećenjem računa s njegovom rezultantom $P = pa$ i onda rezultati modificiraju (sl. 11c).

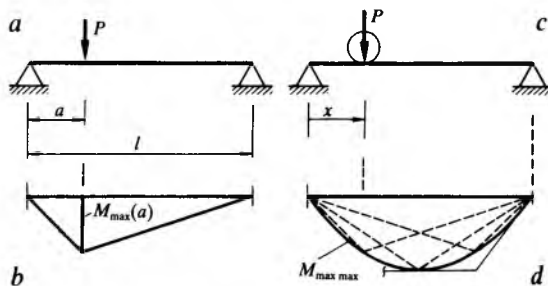


Sl. 11. Zamjena raspodijeljenog opterećenja njegovom rezultantom

Ako je neka glavna greda opterećena posredno (sl. 12a), njezina momentna linija može se odrediti tako što se pretpostavi da opterećenje djeluje neposredno. Onda se na tako dobivenu momentnu liniju projiciraju ležaji sekundarnih greda i dobivene se točke spoje pravcima (sl. 12b). Isti se rezultat dobiva ako se najprije odrede akcije sekundarnih greda na glavnu gredu i pomoću njih momenti savijanja.



Sl. 12. Posredno opterećena greda i njezin momentni dijagram



Sl. 13. Prosta greda na koju djeluje pokretna sila P

Ako na prostu gredu (sl. 13a) na udaljenosti a od lijevog ležaja djeluje sila P , momentni je dijagram trokut s maksimalnom ordinatom (sl. 13b):

$$M_{\max}(a) = \frac{a(l-a)}{l} P. \quad (1)$$

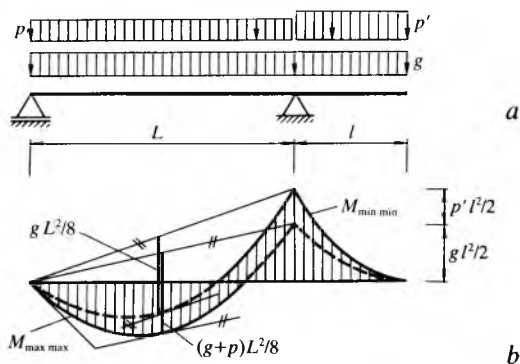
Ako je sila pomična (sl. 13c), najveći mogući moment savijanja u nekom presjeku x grede iznosi

$$M_{\max\max} = \frac{x(l-x)}{l} P. \quad (2)$$

Krivulja $M_{\max\max}$ anvelopa je momentnih linija grede koje odgovaraju različitim položajima sile (sl. 13d).

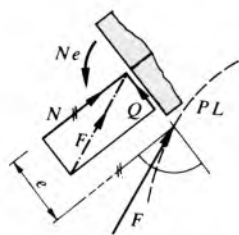
Pri određivanju oblika nosivih konstrukcija potrebno je poznavati ekstremne, tj. najveće pozitivne i najveće negativne vrijednosti mehaničkih veličina. One se pojavljuju pri stalnom i pokretnom opterećenju u najnepovoljnijem položaju.

Primjer. Na gredi s prepustom nalazi se jednoliko raspodijeljeno stalno opterećenje intenzivnosti g , u polju je jednoliko raspodijeljeno korisno opterećenje intenzivnosti p , a na prepustu jednoliko raspodijeljeno korisno opterećenje intenzivnosti p' (sl. 14a). U polju se dobiva linija $M_{\max\max}$ kad je polje opterećeno sa $g+p$ i prepust sa g , a linija $M_{\min\min}$ kad je polje opterećeno sa g i prepust sa $g+p'$. Na prepustu se dobiva linija $M_{\min\min}$ kad je prepust opterećen sa $g+p'$ (sl. 14b).



Sl. 14. Linije ekstremnih momenata savijanja

Potporna linija je pojam iz grafostatike koji se upotrebljava u analizi ravninskih potisnih konstrukcija na koje djeluju vertikalna opterećenja. U poprečnom presjeku nekog štapa rezultanta F vanjskih sila u tom presjeku prodire presjek u točki udaljenoj od težišta presjeka za $e = M/N$ (sl. 15). Potporna je linija za promatrano opterećenje geometrijsko mjesto tih točaka cijelog sustava.

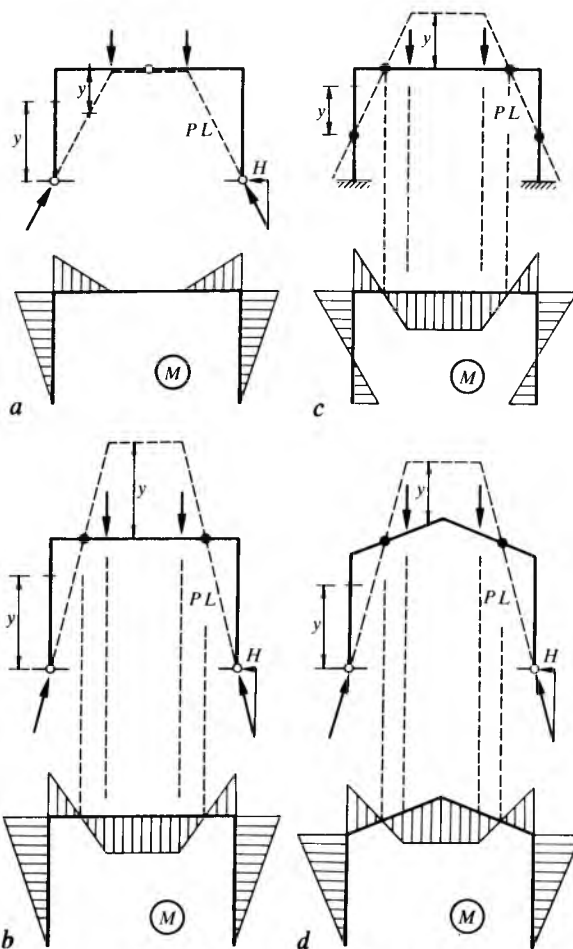


Sl. 15. Uz definiciju potporne linije

U području gdje se opterećenje sastoji od koncentriranih sila potporna linija je poligon s lomovima ispod sila, a u području gdje je opterećenje raspodijeljeno ona ima oblik luka. Potporna linija siječe os sustava u zglobovima i momentnim nultočkama. Poprečni presjeci štapova tlačeni su na strani okrenutoj prema potpornoj liniji; kako se momentna linija dogovorno crta na zategnutoj strani štapa, ona je uvijek na strani suprotnoj od potporne linije.

Na sl. 16 prikazane su potporne linije pravokutnog trozglobnog (sl. 16a), dvozglobnog (sl. 16b) i bezglobnog okvira (sl. 16c) te trapezoidnog dvozglobnog okvira (sl. 16d) na koje djeluju dvije koncentrirane sile. Momenti savijanja u poprečnim presjecima stupova i prečke iznose

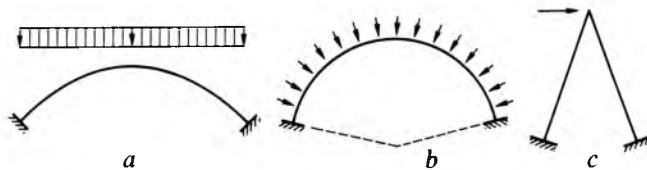
$$M = Hy, \quad (3)$$



Sl. 16. Potporne linije četiriju okvira

gdje je H horizontalni potisak okvira, a y vertikalna udaljenost od zgloba ili momentne nultočke do promatrane točke osi stupa, odnosno vertikalna udaljenost od potporne linije do promatrane točke osi prečke.

Ako os sustava koincidira s potpornom linijom ($e \equiv 0$), u poprečnim presjecima štapova za zadano opterećenje nema momenata savijanja ni poprečnih sila, a os je sustava optimalna za to opterećenje. Tako je luk oblikovan po paraboli drugog stupnja potporna linija za horizontalno jednoliko raspodijeljeno opterećenje (sl. 17a), a kružni je luk potporna linija za radijalno jednoliko raspodijeljeno opterećenje (sl. 17b). Dakako, os sustava može biti potporna linija samo za jedan tip opterećenja, pa se preporučuje da se os luka oblikuje po potpornoj liniji dominantnog opterećenja.



Sl. 17. Primjeri oblikovanja osi konstrukcije prema potpornoj liniji

Pojam potporne linije može poslužiti ne samo kad se analiziraju utjecaji vertikalnih opterećenja nego i kad se promatraju utjecaji bilo kakvih opterećenja. Tako je npr. okvir na sl. 17c oblikovan po potpornoj liniji za koncentriranu horizontalnu silu.

Simetričnost konstrukcija. Simetrične se konstrukcije sistematiziraju prema svojem elementu simetrije, a to su: a) središte simetrije, b) os simetrije i c) ravnina simetrije. S obzirom na element simetrije, a to je točka, pravac ili ravnina, mogu se provesti operacije simetrije. Operacijom se simetrije

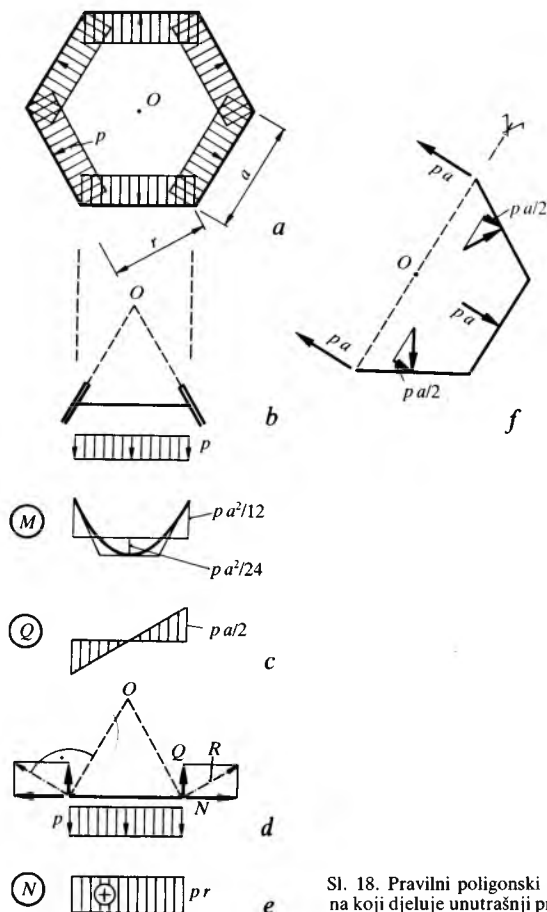
smatra zamišljeni pomak konstrukcije kojim se ona od polaznoga dovodi u neki identični položaj, što se naziva preklapanjem. Preklapanje se ne odnosi samo na geometrijske, nego i na mehaničke karakteristike, napose na krutost.

Ako je element simetrije središte simetrije, operacija simetrije je inverzija, tj. promjena koordinata x , svake točke u $-x$. Takva se konstrukcija naziva *koso simetričnom*. Ako je element simetrije os simetrije, operacija je simetrije rotacija oko osi simetrije, a konstrukcija se naziva *ciklički simetričnom*. Mogući broj operacija simetrije najveća je vrijednost broja n u izrazu $2\pi/n$ za vrijednost kutnih pomaka, gdje je n stupanj cikličke simetrije. Ako je element simetrije ravnina simetrije, operacija je simetrije refleksija kroz tu ravninu, a konstrukcija se naziva *zrcalno* ili *bilateralno simetričnom*.

To vrijedi i za opterećenja konstrukcije i za pripadne ležajne i unutrašnje sile. Poseban su oblik simetričnih opterećenja te ležajnih i unutrašnjih sila antimetrična opterećenja, ležajne i unutrašnje sile. Opće definicije glase: a) opterećenje je simetrično konstrukcije simetrično ako se operacijom simetrije postiže preklapanje i b) opterećenje je simetrično konstrukcije antimetrično ako se operacijom simetrije i promjenom predznaka postiže preklapanje.

Na osnovi iskustva mogu se formulirati aksiomi: a) simetrično opterećenje simetrične konstrukcije uzrokuje simetrične ležajne i unutrašnje sile te deformaciju; b) antimetrično opterećenje simetrične konstrukcije uzrokuje antimetrične ležajne i unutrašnje sile te deformaciju. Bilo kakvo nesimetrično opterećenje može se rastaviti u simetričnu i antimetričnu komponentu, pa se njihovi utjecaji superponiraju.

Primjena aksioma simetrije veoma pojednostavljuje mehaničke analize simetričnih konstrukcija. Može se smanjiti stupanj statičke i kinematičke neodređenosti, a nekada statički ili kinematički neodređena konstrukcija može postati statički odnosno kinematički određena. Može se ustanoviti koje ležajne i unutrašnje sile te koji pomaci u nekom presjeku moraju biti jednaki nuli.



Sl. 18. Pravilni poligonski prsten na koji djeluje unutrašnji pritisak

Neka na *regularnopoligonski* prsten (sl. 18), s brojem stranica koji nije manji od 3, djeluje unutrašnji pritisak intenzivnosti p (sl. 18a). Zbog cikličke simetrije prstena i opterećenja analiza se može provesti na jednom štapu sustava (sl. 18b). S obzirom na savijanje štap se ponaša kao obostrano upeta greda (sl. 18c). Smjer je reakcija R takav da je njihova radialna komponenta jednaka nuli (sl. 18d). Izrazi li se stranica a pomoću polumjera upisane kružnice r u poligonu, dobiva se vlačna sila

$$N = pr \quad (4a)$$

i reakcija

$$R = pa. \quad (4b)$$

Prsten je, dakle, napregnut konstantnom vlačnom silom (sl. 18e). Za kontrolu može se provjeriti ravnoteža polovice sustava (sl. 18f).

Ako se uz konstantan polumjer upisane kružnice r smanjuje stranica a , smanjuju se i moment savijanja M i poprečna sila Q . Za $a=0$ dobiva se

$$M \equiv 0, \quad Q \equiv 0, \quad N = pr \quad (5)$$

za kružni prsten polumjera r .

U zrcalnosimetričnim ravninskim konstrukcijama kad je opterećenje simetrično, simetrične su i reakcije R , uzdužne sile N , momenti savijanja M i progibi Δ , a antimetrične poprečne sile Q i nagibi progibne linije φ . U osi simetrije poprečna sila Q i nagib progibne linije φ jednaki su nuli. Kad je opterećenje antimetrično, vrijedi obratno, pa su Q i φ simetrične, a reakcije te N , M i Δ antimetrične veličine. U kososimetričnim ravninskim konstrukcijama kad je opterećenje antimetrično, reakcije te N , M i Δ su antimetrične, a Q i φ simetrične veličine; kad je opterećenje simetrično, vrijedi obratno, pa su Q i φ antimetrične, a reakcije te N , M i Δ simetrične veličine.

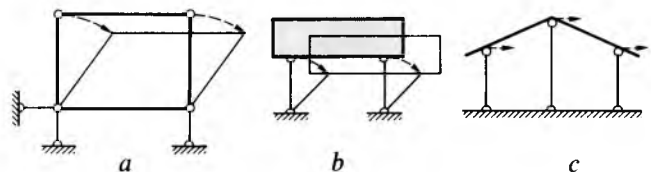
Analiza zrcalnosimetričnih i kososimetričnih konstrukcija na koje djeluju simetrična i antimetrična opterećenja može se provesti na polovici konstrukcije.

KINEMATIČKA ANALIZA KONSTRUKCIJA

Geometrijska stabilnost. Građevne konstrukcije moraju biti geometrijski stabilne. To znači da one ne smiju biti pomične ili, detaljnije rečeno, ne smiju biti a) konačno pomične (pomične u krupnom), tj. konačno oblikovno izmjenljive ili konačno pomično oslonjene, niti b) infinitezimalno pomične (pomične u sitnom, klimave, degenerirane), tj. infinitezimalno oblikovno izmjenljive ili infinitezimalno pomično oslonjene.

Sustav je konačno ili infinitezimalno oblikovno izmjenljiv ako je, uz pretpostavku da su svi njegovi elementi potpuno kruti, moguća konačna (sl. 19a) ili infinitezimalna promjena njegova oblika. Sustav nije oblikovno izmjenljiv ako svoj oblik može mijenjati samo zbog deformacije materijala.

Sustav je konačno ili infinitezimalno pomično oslonjen ako je, uz pretpostavku da je potpuno krut i da su ležajne veze potpuno krute, moguć konačan (sl. 19b) ili infinitezimalan (sl. 19c) pomak sustava kao cjeline.



Sl. 19. Pomični sustavi

Sustav je infinitezimalno pomičan ako se bez deformacije njegovih elemenata i veza može ostvariti infinitezimalan pomak i tako, uz beskonačno velike unutrašnje i/ili ležajne sile, ravnoteža sustava. U analizi infinitezimalno pomičnih sustava pretpostavka potpuno krutog tijela nije primjenljiva.

Kad na prostu gredu djeluje napadni moment (sl. 20), reakcija B iznosi