

temperaturno područje šire, to je umjerni postupak zahtjevni. Npr. u području od 0 °C do krutišta srebra (tabl. 3) termometar se umjerava pri trojnoj točki vode i krutištima kositra, cinka, aluminija i srebra. Izmjerena odstupanja omogućuju da se s pomoću odgovarajućih jednadžbi saznaupri padni faktori  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ .

Velik temperaturni raspon 13…1235 K ne može se svaldati jednom vrstom normiranoga platinskog otporničkog termometra. Upotrebljavaju se tri vrste: 1) za najniže temperature u kriostatima se upotrebljava platinski otpornički termometar sa zaštitnom cjevčicom od platine ili plemenita čelika koja je duga ~60 mm. Njegov je otpor pri temperaturi trojne točke vode 25 Ω, gornja mu je granica primjene ~200 °C, a mjerena nesigurnost ~1 mK pri temperaturi 13,8 K; 2) za temperaturno područje 83…800 K otpornički termometar ima zaštitnu cjevčicu od kremena ili plemenita čelika kojoj je promjer 6 mm, a duljina 600 mm. Otpor mu je pri temperaturi trojne točke vode 25 Ω; 3) za temperaturno područje 500…962 °C zaštitna je cjevčica od kremena. Mjerni je otpornik od deblje platinske žice nego u drugih termometara pa mu je otpor pri temperaturi trojnog stanja vode tek nekoliko oma. Deblja žica pridonosi stabilnosti termometra pri višim temperaturama. Nesigurnost mu je ~5 mK pri 660 °C, a ~10 mK pri 962 °C.

*Područje iznad 962 °C.* Iznad krutišta srebra Međunarodna temperaturna skala ITS-90 definira temperaturu  $T_{90}$  Planckovim zakonom savršenog zračila što ga opisuje jednadžba (15). Primjenom te jednadžbe na temperaturu  $T_{90}$  i na referentnu temperaturu  $T_{90}(X)$  dobiva se ishodište vrhunskog mjerjenja temperature spektralnim pirometrom prema izrazu

$$\frac{M_\lambda(T_{90})}{M_\lambda[T_{90}(X)]} = \frac{\exp \frac{c_2}{\lambda T_{90}(X)} - 1}{\exp \frac{c_2}{\lambda T_{90}} - 1}, \quad (27)$$

gdje  $T_{90}(X)$  označuje vrelje srebra, zlata i bakra (tabl. 3) prema kojima se pirometar umjerava da bi bio prikladan za mjerjenja što viših temperatura. Nesigurnost je pirometra ~10 mK pri 962 °C, a ~2 K pri 2200 °C.

**Ovisnost vrijednosti gustoće vode o ITS-90.** Prijelaz od  $t_{68}$  na  $t_{90}$  uzrokuje promjenu vrijednosti gustoće vode. Ta se promjena automatski prenosi dalje, npr. na vodene mješavine. Utjecaj se osjeća i pri određivanju gustoće kapljivina i čvrstih tvari mjernom usporedbom s gustoćom vode. Pri tlaku  $p_0 = 1,01325$  bar (1 atm) i temperaturi  $t_{90} = 20$  °C odzračena voda ima gustoću 998,2008 kg/m<sup>3</sup>. Za vrhunsko je mjeriteljstvo važna i ovisnost temperaturne rastezljivosti vode o  $t_{90}$ .

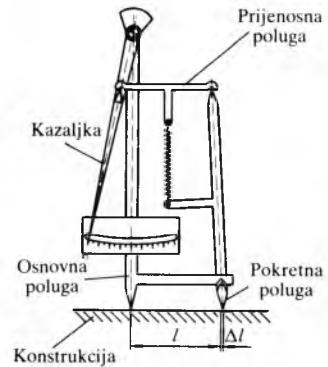
LIT.: M. Brezinščak, Mjerjenje i računanje u tehniči i znanosti. Tehnička knjiga, Zagreb 1971. – Échelle internationale de température de 1990 (EIT-90), Procès-verbaux CIPM 78 (1989). – M. Brezinščak, D. Đonlagic, L. Mihola, Međunarodna temperaturna skala ITS-90. Mjeriteljski vjesnik 9(1991)1, 1197…1206.

M. Brezinščak

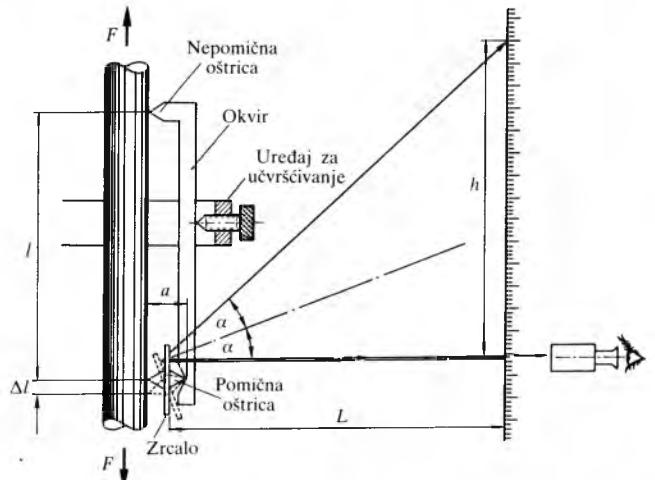
tenzometra. Tenzometri se razlikuju prema pojavama koje služe kao osnova za određivanje deformacija.

*Mehanički tenzometar* omogućuje mjerjenje, pomoću sustava poluga, promjene udaljenosti između dviju točaka na površini konstrukcije. Upotrebljava se od početka XX. st. Najpoznatiji je Huggenbergerov mehanički tenzometar (sl. 1) koji se pomoću prikladnih mehaničkih ili magnetskih uredaja učvršćuje na odabranu mjesto na konstrukciji. Sustavom poluga stvarni se pomak na skali prikazuje do 1200 puta većim. Nedostatak je tih tenzometara, osim velike mjerne duljine, što se ne mogu učvrstiti na manje pristupačna mesta, a nisu prikladni ni za mjerjenje dinamički opterećenih konstrukcija.

Sl. 1. Huggenbergerov mehanički tenzometar.  $l$  duljina osnove,  $\Delta l$  produženje



*Optički tenzometar* vrlo je sličan mehaničkom tenzometru, samo mu je dio poluga zamjenjen svjetlosnim snopom koji se reflektira od prikladno smještenih zrcala. Tom se zamjenom smanjuje tromost mehanizma i povećava točnost očitavanja. Takav je Martensov zrcalni tenzometar (sl. 2) koji uvećava i do nekoliko tisuća puta.



Sl. 2. Martensov zrcalni tenzometar;  $F$  sila

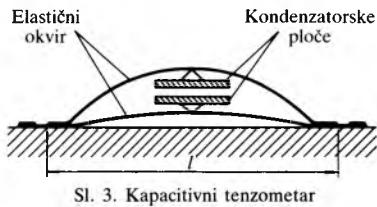
*Akustičkim tenzometrom* deformacije se mjeru posredno, preko promjena zvučne frekvencije napete žice koja se mijenja ovisno o deformacijama. Takvi se tenzometri odlikuju stabilnošću kroz dulje vrijeme, ali se rijetko upotrebljavaju.

*Fotoelastični tenzometar* osniva se na istoimenom efektu. Sloj fotoelastičnog materijala, debljine 1…2 mm, u obliku trake lijeplji se na konstrukciju ili na poseban nosač. U takvom se tenzometru zbog deformacija opterećenog tijela pojavljuje fotoelastični efekt, tj. izokrome koje se promatraju u refleksijskom polariskopu. Takvi su tenzometri obično dugi nekoliko centimetara, pa prikazuju samo prosječnu vrijednost deformacija na toj duljini. Fotoelastični tenzometri nisu pogodni za određivanje deformacija u pojedinim točkama napregnute konstrukcije.

*Električni tenzometar* omogućuje mjerjenje deformacija na temelju neke električne pojave. U takvu se tenzometru promjena duljine pretvara u promjenu neke električne veličine (električnog otpora, induktivnosti ili kapaciteta).

**TENZOMETRIJA**, eksperimentalna metoda mehanike kojom se na konstrukciji ili modelu određuje duljinska deformacija, da bi se odredila naprezanja na površini konstrukcije.

**Tenzometar** je dio mjernog uredaja kojim se određuje duljinska deformacija (v. *Nauka o čvrstoći*, TE 9, str. 284) na površini konstrukcije. Mjerena se osnivaju na mehaničkim, optičkim, električnim ili drugim učincima koji su posljedica promjene duljine. Osnovna su obilježja svakog tenzometra: aktivna duljina unutar koje se mjeri prosječna deformacija, osjetljivost, odredena najmanjom deformacijom što je tenzometar može izmjeriti, područje mjerjenja, određeno najvećom deformacijom koja se može izmjeriti, te točnost, karakterizirana pogreškom mjerjenja koja ovisi o tipu i konstrukciji



Spojen je na merni uredaj koji tu električnu veličinu mjeri, pohranjuje ili obrađuje (v. *Električna mjerena neelektričnih veličina*, TE 3, str. 638).

**Poluvodički tenzometar** mjeri deformacije na temelju piezotporničkog efekta u germaniju. Odlikuje se velikom osjetljivosti, a primjenjuje pretežno pri konstrukciji instrumenata za mjerjenje drugih fizikalnih veličina.

**Kapacitivni tenzometar** mjeri deformacije na osnovi promjene kapaciteta kondenzatora (sl. 3).

### ELEKTROOPTORNIČKI TENZOMETRI

Elektrooptornički tenzometar osniva se na promjeni električnog otpora vodiča u zavisnosti od promjene duljine. Takvi se tenzometri u posljednje vrijeme najviše upotrebljavaju.

Dva su pronalazača gotovo istodobno (1938) konstruirala elektrooptorničke tenzometre. E. E. Simmons (Californian Institute of Technology) prvim je tenzometrima mjerio udarna opterećenja na uzorcima materijala. A. C. Ruge (Massachusetts Institute of Technology) mjerio je deformacije na modelu vodotornja uz simulirani potres.

Rugeova se osnova zamisao razlikovala od Simmonsove u tome što je elektrooptornički vodič nalijepljen na tanku foliju kao podlogu. Takav se tenzometar nalijepi na bilo koji dio površine konstrukcije te služi podjednako za mjerjenja naprezanja pri statičkim i pri dinamičkim opterećenjima. Prva su mjerena elektrooptorničkim tenzometrima u Hrvatskoj provedena 1949. na Tehničkom fakultetu u Zagrebu.

**Konstrukcija elektrooptorničkog tenzometra.** Na podlogu od papira, sintetske smole i sl. nalijepljen je aktivni dio koji može biti od tanke žice promjera 0,025 mm ili od metalne folije naprskane na podlogu i oblikovane fotografskim postupkom.

Proizvodnja se elektrooptorničkih tenzometara usavršavala pronalaskom prikladnih legura (tabl. 1) za izradbu vodiča.

Tablica 1  
LEGURE ZA IZRADBУ TENZOMETARA

Naziv	Sastav	Faktor K
Konstantan	60% Cu, 40% Ni	2,0...2,1
Nikrom	80% Ni, 20% Cr	2,2
Kromel C	65% Ni, 20% Fe, 15% Cr	2,5
Karma	74% Ni, 20% Cr, 3% Fe, 3% Al	2,0
Izoelastik	52% Fe, 36% Ni, 8% Cr	
	3,5% Mn + Si + Cu + V, 0,5% Mo	3,6
Platina-iridij	80...90% Pt, 20...10% Ir	5,7...6,0
Platina-volfram	92% Pt, 8% W	4,0
Platina	100% Pt	6,0
Poluvodič	silicij, tip P	+ 110...+ 130
Poluvodič	silicij, tip N	- 80...- 100

**Odnos deformacije i promjene otpora.** Vodiču kružna presjeka, duljine  $l$  i promjera  $d$ , nakon promjene tih veličina za  $\Delta l$  i  $\Delta d$ , bit će uzdužna deformacija

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1)$$

i poprečna

$$\epsilon_q = \frac{\Delta d}{d}, \quad (2)$$

a njihov međusobni odnos

$$\epsilon_q = -v\epsilon, \quad (3)$$

gdje je  $v$  Poissonov koeficijent.

Relativna je promjena električne otpornosti  $\varrho$  prema Bridgmanovu zakonu proporcionalna relativnoj promjeni

obujma vodiča  $V$ , pa je

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho} = C \frac{\Delta V}{V}, \quad (4)$$

gdje je  $C$  Bridgmanova konstanta.

Logaritmiranjem i diferenciranjem izraza za obujam vodiča,  $V = d^2 \pi l / 4$ , te zamjenom diferencijala konačnim razlikama dobiva se relativna promjena obujma:

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l}. \quad (5)$$

Uvrste li se izrazi za deformacije, slijedi

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2v) \frac{\Delta l}{l}, \quad (6)$$

pa je relativna promjena otpornosti

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho} = C(1 - 2v) \frac{\Delta l}{l}. \quad (7)$$

Električni je otpor homogena okruglog vodiča

$$R = \varrho \frac{4l}{\pi d^2}. \quad (8)$$

Nakon logaritmiranja i diferenciranja toga izraza, te zamjene diferencijala konačnim razlikama, relativna je promjena otpora

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \varrho}{\varrho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta d}{d}. \quad (9)$$

Uvrste li se u (9) izrazi za deformacije, slijedi

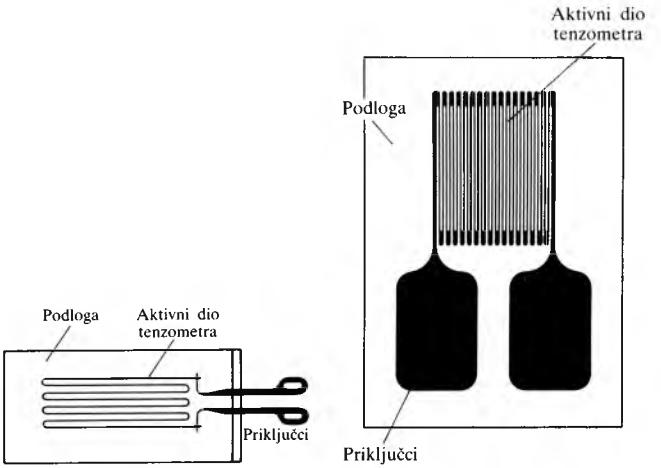
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} [(1 + 2v) + C(1 - 2v)]. \quad (10)$$

Budući da su veličine  $v$  i  $C$  konstantne, bit će konstantan i omjer relativnih promjena otpora i duljine:

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta l}{l} = K \epsilon. \quad (11)$$

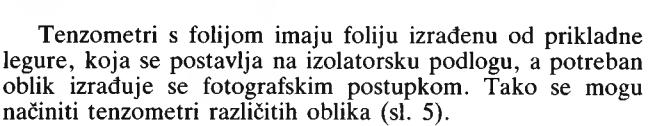
Konstanta  $K$  naziva se faktorom  $K$  tenzometra. Za većinu je elektrooptorničkih tenzometara  $K \approx 2$ , a za piezotporničke tenzometre može biti  $K = 50$  i više, pa se oni odlikuju velikom osjetljivošću (tabl. 1).

**Vrste tenzometara prema izradbi.** Prema izradbi se razlikuju tenzometri sa žicom i tenzometri s folijom. Prvi su se tenzometri sastojali od navoja tanke žice promjera 20...30  $\mu\text{m}$ , ubličene u meandar, koji su se nalijepili na podlogu od papira, a kasnije na podlogu od epoksidne smole ili polimer-nog materijala (sl. 4).



Sl. 4. Žičani tenzometar

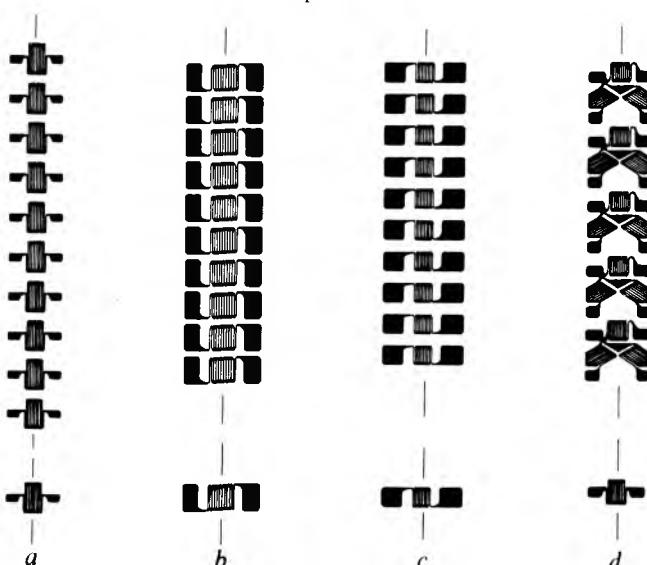
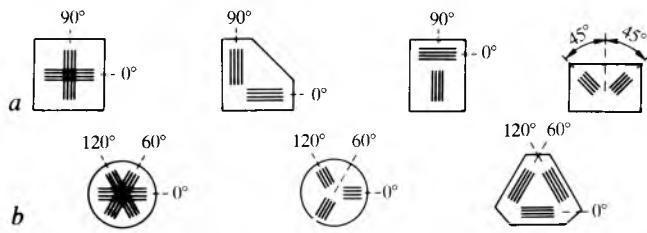
Tenzometri s folijom imaju foliju izrađenu od prikladne legure, koja se postavlja na izolatorsku podlogu, a potreban oblik izrađuje se fotografskim postupkom. Tako se mogu načiniti tenzometri različitih oblika (sl. 5).



Sl. 5. Tenzometar s metalnom folijom

**Vrste tenzometara prema obliku.** Na tržištu ima tenzometara različitih oblika i veličina. Osim po duljini aktivnog dijela tenzometri se razlikuju i po oblicima i položajima priključnih elemenata.

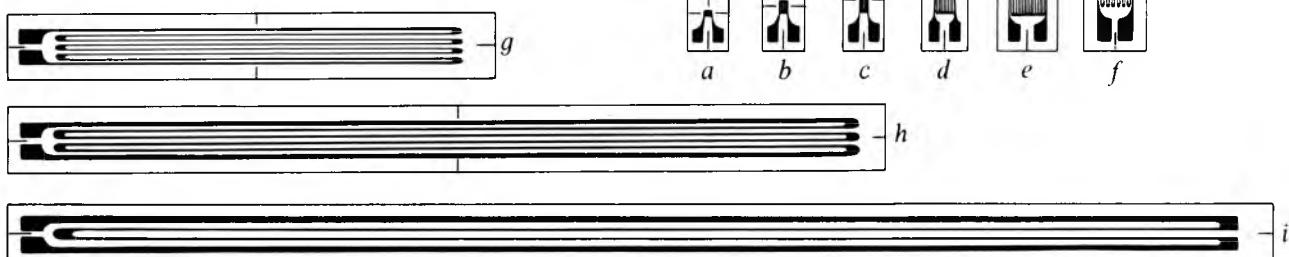
Osim jednostrukih postoje i višestruki tenzometri koji su sastavljeni od nekoliko tenzometara, a služe za mjerjenja deformacija kad nisu poznati pravci glavnih naprezanja (sl. 6). Za određivanje promjene naprezanja na većem dijelu konstrukcije upotrebljavaju se tenzometarski lanci (sl. 7).



Odvojeni tenzometar služi za kompenzaciju toplinskih utjecaja

**Izbor duljine aktivnog dijela tenzometra.** Na izbor duljine tenzometra utječu slobodan prostor na konstrukciji za njegovo postavljanje i raspodjela deformacija. Prema slobodnom prostoru odabire se prikladan oblik i položaj priključnih dijelova (sl. 8).

Za određivanje naglih promjena deformacija (npr. kad je naprezanje koncentrirano) odabiru se tenzometri najmanjih dimenzija, aktivne duljine 0,6 mm. Za određivanje prosječne deformacije dijela konstrukcije od nehomogena materijala (npr. betona) upotrebljavaju se vrlo dugi tenzometri, do 150 mm, dok su za standardna mjerjenja uobičajeni tenzometri dugi 3...6 mm.



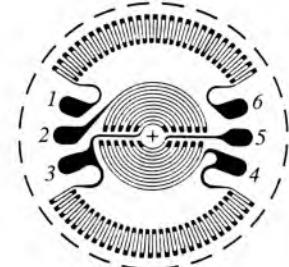
**Izbor vrste tenzometra prema namjeni.** Standardnim jednostrukim tenzometrom mjeri se deformacije u pravcu tenzometra pri statičkom i dinamičkom opterećenju. Kad je pravac glavne deformacije poznat, takvim se tenzometrom izravno mjeri glavna deformacija.

Tenzometarski se lanac sastoje od niza tenzometara ili tenzometarskih rozeta (obično 10), a njihovi se aktivni dijelovi nalaze na istoj podlozi. Takav lanac služi za mjerjenje gradijenta deformacija na odabranom pravcu. Tenzometarskom lancu obično je pridodan i kompenzacijski tenzometar.

Tenzometarske rozete sastoje se od dva do četiri tenzometra, a služe za određivanje deformacija u dva međusobno okomita pravca ili više njih. U mjerjenjima u kojima je osim vrijednosti deformacija potrebno odrediti i njihove glavne pravce upotrebljavaju se rozete s tri ili četiri tenzometra. Tada četvrti tenzometar služi za kontrolu točnosti mjerjenja. Neki tipovi rozeta prikazani su shematski na sl. 6 i 7d.

**Tenzometri za posebne namjene.** Ako se tenzometri ugrađuju u instrumente kojima se posredno mjeri neke druge fizikalne veličine ili ako se mjeri pod neuobičajenim uvjetima, upotrebljavaju se posebne izvedbe tenzometara (sl. 9) kao što su: vrlo precizni tenzometri za ugradnju u mjerne instrumente, tenzometri za dugotrajna dinamička mjerjenja sa smanjenom osjetljivošću na umor materijala, tenzometri za mjerjenje pri velikim temperaturnim razlikama i tenzometri za mjerjenje velikih deformacija (do  $\pm 20\%$ ). Ti se tenzometri ne razlikuju toliko po obliku koliko po izradbi i upotrijebljanim materijalima.

Sl. 9. Tenzometar za mjerjenje deformacija membrane; brojke označuju priključke

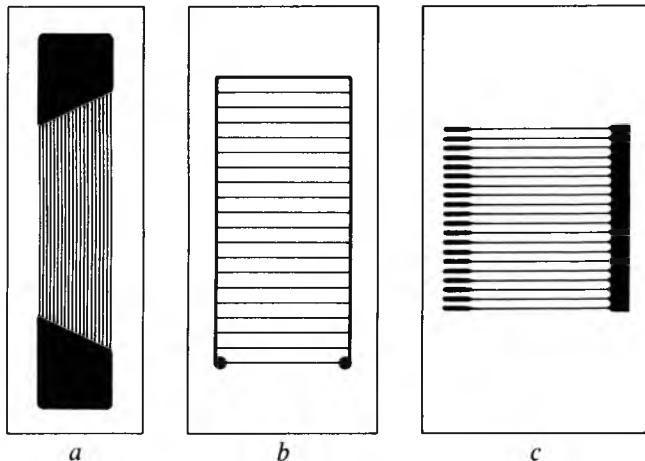


**Elektrootpornički senzori.** Neki su elektrootpornički senzori građeni kao tenzometri, ali ne služe za mjerjenje deformacija, nego za indiciranje neke promjene. Takav je npr. senzor za otkrivanje i praćenje pukotina na konstrukciji (sl. 10), senzor za mjerjenje temperature ili tenzometarski pretvornik za praćenje vibracija u akcelerometru (sl. 11).

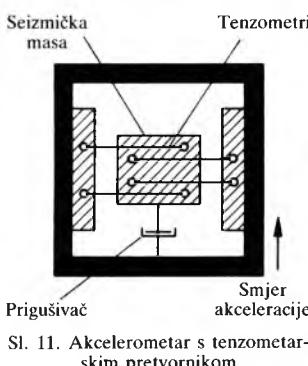
**Mjerjenje promjene otpora.** Promjene otpora tenzometra relativno su male, pa se ne mogu mjeriti običnim ommetrom, nego se mijere mjernim mostovima. Najčešće je to Wheatstoneov most (v. Električna mjerjenja, TE 3, str. 603). Most čine četiri otpornika spojena u kvadratičnu shemu (sl. 12). Ako su omjeri otpora susjednih otpornika jednaki, npr.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}, \quad (12)$$

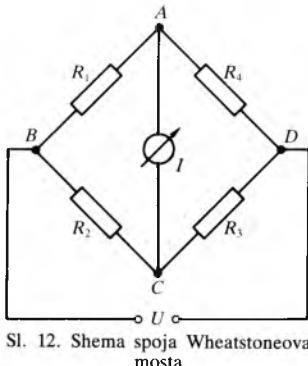
tada, iako je između suprotnih vrhova (*B* i *D*) napon priključen, između drugih dvaju suprotnih vrhova (*A* i *C*) nema napona, pa se kaže da je most u ravnoteži. Poremećaj odnosa među otporima u izrazu (12) uzrokuje pojavu napona između vrhova *A* i *C* pa će između tih vrhova kroz ampermetar poteći struja *I*.



Sl. 10. Tenzometri za otkrivanje pukotina u konstrukciji i motrenje njihova rasta na temelju kidanja pojedinih niti tenzometra. *a* nelinearno i *b* linearno povećanje otpora zbog kidanja niti, *c* praćenje kidanja svake pojedine niti



Sl. 11. Akcelerometar s tenzometarskim pretvornikom

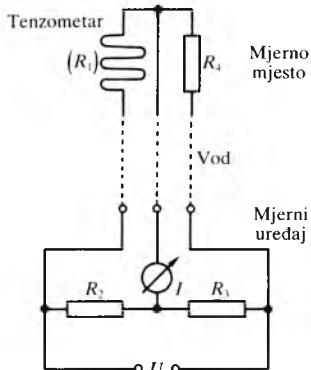


Sl. 12. Shema spoja Wheatstoneove mosta

Promjena se otpora jednog od otpornika (npr. *R*<sub>1</sub> za  $+ \Delta R_1$ ) može kompenzirati promjenom kojega drugog otpora u mostu, pa će ponovno vrijediti relacija (12). Da bi se postigla kompenzacija, mora promjena otpora susjednih otpornika biti istog predznaka ( $+ \Delta R_2$  ili  $+ \Delta R_4$ ), a suprotnog otpornika suprotnog predznaka ( $- \Delta R_3$ ), tako da npr. vrijedi

$$\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_2 + \Delta R_2} = \frac{R_4}{R_3}. \quad (13)$$

Promjena se otpora jednog od otpornika u mostu može mjeriti na dva načina: uravnoteženjem mosta (nul-metoda) tako da se most ponovno dovede u ravnotežu poznatom (mjerljivom) promjenom otpora jednog od ostala tri otpornika ili mjeranjem struje između vrhova *A* i *B*.

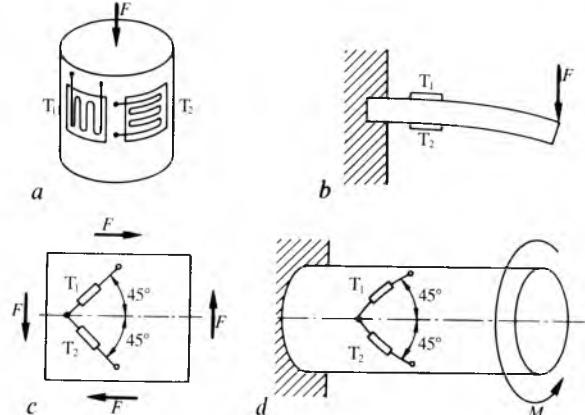


Sl. 13. Spajanje trožičnim vodom udaljenog tenzometra (*R*<sub>1</sub>) i temperaturnokompensacijskog otpornika (*R*<sub>4</sub>) u mjerni most

Kompenzacija se temperaturnih promjena postiže stavljanjem susjednih otpornika u jednake temperaturne uvjete (promjene istog predznaka).

Tenzometar se uključuje kao jedan od četiriju otpornika mjernog mosta (tzv. mjerjenje četvrtmostom). Pritom se jedan od susjednih otpornika može staviti uz tenzometar, kao temperaturnokompensacijski otpornik (sl. 13).

Da bi se povećala osjetljivost mjernog sklopa, mogu se u isti mjerni most spojiti dva tenzometra (mjerjenje polumostom) ili četiri tenzometra (mjerjenje cijelim mostom). Pritom se tenzometri tako raspoređuju u mostu da se njihovi utjecaji na poremećaj ravnoteže zbrajam.



Sl. 14. Postavljanje tenzometara na različite pravce deformacija materijala. *a* sabijanje, *b* savijanje, *c* smicanje, *d* uvijanje; *M* moment uvijanja

Pri mjerenu deformacija uzrokovanih sabijanjem dva se tenzometra stavljaju na dva međusobno okomita pravca glavnih naprezanja (sl. 14a). Zbog skraćivanja tijela tlaćenjem jednom će se tenzometru smanjivati otpor, a drugom će se zbog širenja tijela povećavati otpor. Tenzometri se u mjerni most spajaju kao susjedni, a njihov se učinak zbraja. Slično se postavljaju dva tenzometra pri mjerenu savijanja (sl. 14b), smicanja (14c) i uvijanja (14d).

I. Heidl

#### Tenzometrijska mjerena zaostalih naprezanja

Zaostala su naprezanja ona koja postoje u nekom konstrukcijskom elementu i kad nema vanjskog opterećenja ni temperaturnog gradijenta. Nakon bilo kakve obradbe zaostala naprezanja zbog kojih se smanjuje čvrstoća, pojavljuju trajne deformacije, povećava naponska korozija, smanjuje trajnost, a može nastati i lom konstrukcije.

Zaostala se naprezanja mogu razvrstati prema fizikalnim pojavama ili prema prostiranju. *Makronaprezanja* ili zaostala naprezanja 1. reda obuhvaćaju veći obujam, pa i cijeli konstrukcijski element. Ona uzrokuju deformacije konstrukcijskog elementa promatranoj kao kontinuum. *Mikronaprezanja* ili zaostala naprezanja 2. reda obuhvaćaju obujam koji ima dimenziju kristala metala ili skupine kristala. Nastaju pri obradbi i rezultat su međusobnog djelovanja kristala zbog promjene faza, različitih mehaničkih svojstava kristala, raspada kristala prilikom plastičnih deformacija i sl. *Submikronaprezanja* ili zaostala naprezanja 3. reda nastaju deformacijom kristalne rešetke zbog neslaganja ravnina unutar kristala. Najčešće distorzija kristalne rešetke nastaje legiranjem, deformiranjem u hladnom stanju, toplinskom obradbi i sl.

**Mjerjenje zaostalih naprezanja.** Pouzdano određivanje zaostalih naprezanja zahtjeva mjerjenje na samoj konstrukciji i ne može se provesti na modelima, jer se pomoću modela može dodati samo kvalitativna slika o raspodjeli tih naprezanja. Zato uređaji za mjerjenje moraju biti jednostavni da bi se mogli primijeniti na terenu, često na nepristupačnim konstrukcijskim dijelovima. Mjernim se metodama moraju eliminirati utjecaji nastali promjenom temperature, vlažnosti i sl. Zaostala se naprezanja ne mogu mjeriti uobičajenim

metodama jer su mjerni senzori (elektrootpornički tenzometar, fotoelastična obloga, krhki lak i sl.) neosjetljivi na prethodna opterećenja konstrukcijskih elemenata i mjeru samo promjene nastale nakon njihove ugradnje. Mjerenja za vrijeme tehnoloških operacija, kad nastaju zaostala naprezanja, često su neostvariva zbog visokih temperatura, velikih plastičnih deformacija i sl.

Postupci mjerenja zaostalih naprezanja razvrstavaju se prema stupnju oštećenja konstrukcije na nerazorne, polurazorne i razorne postupke. Primjenom nerazornih postupaka ne oštećeju se konstrukcija (difrakcija rendgenskog zračenja, mjerjenje ultrazvukom, mjerjenje promjena magnetskih svojstava konstrukcijskog materijala nastalih zbog naprezanja i sl.). Kad se primjenjuju polurazorni postupci, nastoji se konstrukcija što manje oštetići izrezivanjem kružnog žlijeba, bušenjem prvrta i lokalnim izrezivanjem. Primjenom razornih postupaka konstrukcija se uništava potpunim razrezivanjem, uklanjanjem slojeva materijala i sl.

**Irezivanje kružnog žlijeba.** Taj je polurazorni postupak opisao R. Gunnert (1953). Mjeri se tako da se oko mjernog mjeseta izreže žlijeb zbog čega se relaksiraju naprezanja u dijelu uzorka okružena žlijebom. Time se mijenjaju deformacije tog dijela uzorka, koje se mogu mjeriti mehaničkim, elektrootporničkim ili fotoelastičnim tenzometrima. Da bi se potpuno odredilo stanje naprezanja na površini uzorka, potrebno je mjeriti deformacije u najmanje tri pravca, ali se ponekad radi provjere mjeri i u više pravaca. Kad se mjeri u tri pravca (sl. 15), pod kutovima  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $225^\circ$ , glavne se deformacije  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$ , kut  $\varphi$  između tih pravaca i glavna naprezanja računaju pomoću jednadžbi:

$$\epsilon_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ \epsilon_a + \epsilon_c \pm \sqrt{(\epsilon_a - \epsilon_c)^2 + (2\epsilon_b - \epsilon_a - \epsilon_c)^2} \right], \quad (14)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\epsilon_b - \epsilon_a - \epsilon_c}{\epsilon_a - \epsilon_c}, \quad (15)$$

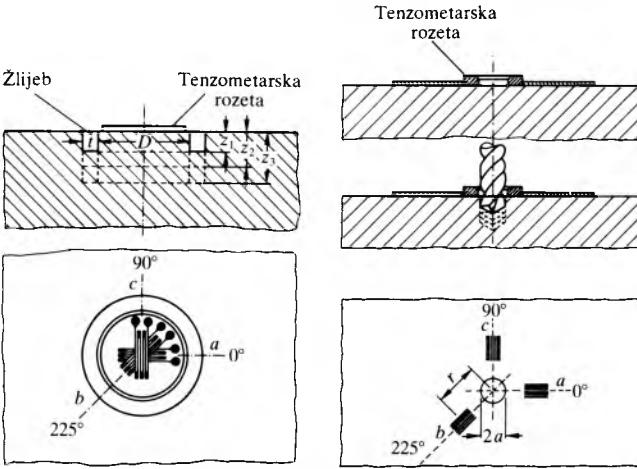
$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_1 + \nu \epsilon_2), \quad (16a)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_2 + \nu \epsilon_1), \quad (16b)$$

gdje su  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  i  $\epsilon_c$  promjene deformacija za vrijeme izrezivanja žlijeba mjerene na pravcima  $a$ ,  $b$  i  $c$ ,  $E$  modul elastičnosti materijala, a  $\nu$  Poissonov koeficijent. Budući da su deformacije mjerene za vrijeme relaksacije, treba ih u jednadžbe uvrstiti s promijenjenim predznakom.

Ako su naprezanja promjenljiva po dubini konstrukcije, raspodjela se zaostalih naprezanja može odrediti također izrezivanjem kružnog žlijeba. Pritom treba glavne deformacije mjerjenjem odrediti i kao funkcije dubine žlijeba  $z$  (sl. 15).

**Bušenje prvrta.** Bušenjem prvrta zaostala se naprezanja u elastičnom tijelu u okolišu prvrta djelomično relaksiraju.



Sl. 15. Položaj tenzometarske rozete kad se izreže žlijeb u uzorku radi određivanja zaostalih naprezanja

TE XII, 44

Deformacije koje pritom nastanu mogu se izmjeriti i na temelju njih odrediti zaostala naprezanja. Postupak je predložio J. Mathar, koji je mjerio promjenu deformacija mehaničkim i optičkim ekstenzometrima, a W. Soete i R. Vancrombrugge povećali su točnost mjerjenja primjenom elektrootporničkih tenzometara.

Deformacije se najčešće mjeru trima tenzometrima koji se postavljaju na jednakim udaljenostima od središta prvrta (sl. 16). I tada se upotrebljava rozeta s tenzometrima pod kutovima  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $225^\circ$ . Uz takvu konfiguraciju tenzometara glavna su naprezanja

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{4A} (\epsilon_a + \epsilon_c) \pm \frac{E}{4B} \sqrt{(\epsilon_c - \epsilon_a)^2 + (\epsilon_a - 2\epsilon_b + \epsilon_c)^2}, \quad (17)$$

a kut je među pravcima glavnih naprezanja

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{-2\epsilon_b + \epsilon_a + \epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_a}, \quad (18)$$

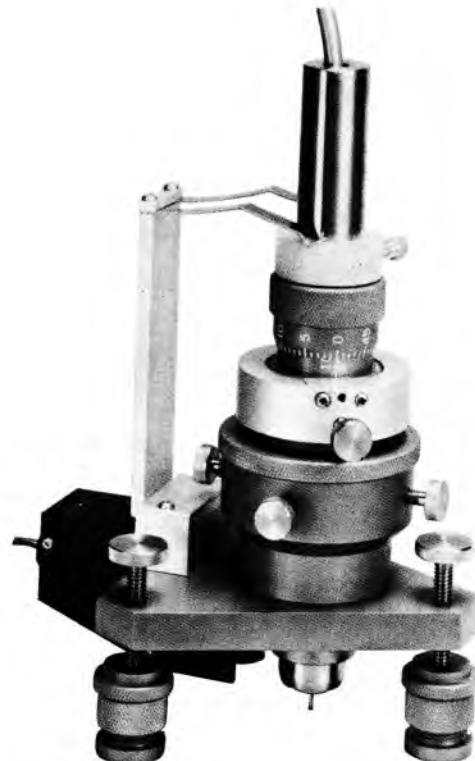
gdje su  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  i  $\epsilon_c$  promjene deformacija za vrijeme bušenja prvrta u pravcima  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Koeficijenti  $A$  i  $B$  ovise o geometrijskom obliku tenzometra, promjeru prvrta i Poissonovu koeficijentu materijala, pa iznose

$$A = \frac{1 + \nu}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^2, \quad B = \frac{3}{2} (1 + \nu) \left( \frac{a}{r} \right)^4 - 2 \left( \frac{a}{r} \right)^2, \quad (19)$$

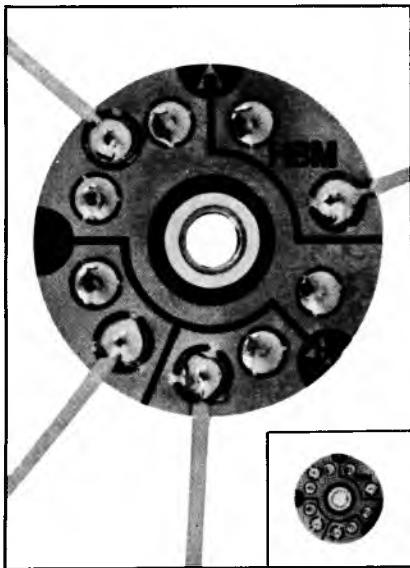
gdje je  $a$  polumjer prvrta,  $r$  razmak između središta tenzometra i prvrta. Za točnija mjerjenja potrebno je te koeficijente korigirati, uzimajući u obzir i ostale geometrijske karakteristike tenzometra.

Bušenjem prvrta konstrukcija se manje oštećeju nego izrezivanjem žlijeba, jer se pomoću posebnih tenzometara i naprava za bušenje i centriranje prvrta mogu postići dobri rezultati i s prvrtom promjera od samo 1,5 mm i dubine 2 mm.

Velik utjecaj na točnost mjerjenja bušenjem prvrta imaju ekscentričnost prvrta s obzirom na tenzometarsku rozetu, naprezanja nastala za vrijeme bušenja i pojava plastične zone oko prvrta koja nastaje pri većim naprezanjima. Te se pogreške mogu djelomično ukloniti upotrebom preciznih uređaja za centriranje svrdla (sl. 17), primjenom tenzometar-



Sl. 17. Uređaj za centriranje svrdla za bušenje prvrta kroz tenzometarsku rozetu



Sl. 18. Tenzometarska rozeta s centralnim prstom za vodenje svrdla kad se buši provrt

ske rozete s ugrađenom vodilicom (sl. 18), naknadnom korekcijom dobivenih rezultata kojom se uzima u obzir elastičan položaj prvota prema rozeti, upotrebo posebno brušenih svrdala za bušenje, bušenjem prvota abrazivnim postupcima, a kad su zaostala naprezanja velika treba primijeniti neki drugi mjereni postupak.

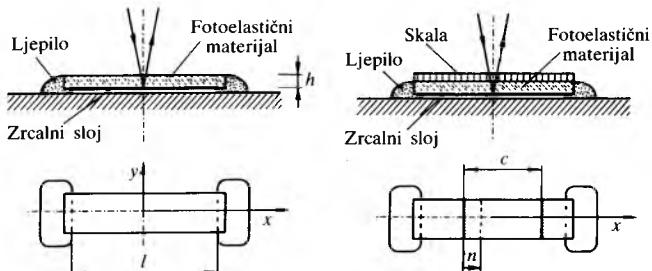
#### FOTOELASTIČNI TENZOMETRI

Fotoelastični tenzometar tanki je sloj posebno oblikovana fotoelastičnog materijala (v. *Fotoelasticimetrija*, TE 5, str. 525), kojemu je unutrašnja površina premazana reflektirajućim slojem i koji je prilijepljen na površinu konstrukcije. Kad se opterećena konstrukcija deformira, ta se deformacija prenosi na tenzometar. Slike se izoklina i izokroma (v. *Fotoelasticimetrija*, TE 5, str. 527) koje nastaju u fotoelastičnom materijalu tenzometra promatraju pomoću refleksijskog polariskopa. Prema tim se slikama određuju pravci i vrijednosti glavnih naprezanja.

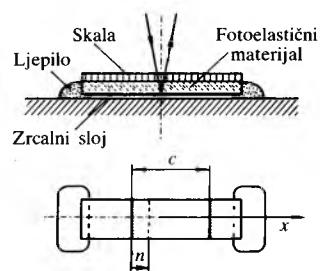
Fotoelastični tenzometri u obliku punih staklenih valjaka prvi se put spominju 1957., a upotrebljavaju se za mjerjenje naprezanja u stijenama i većim strojarskim konstrukcijama. Najjednostavniji je fotoelastični tenzometar pločica fotoelastičnog materijala sa zrcalnim slojem s donje strane (sl. 19), koja se zalijepi na konstrukciju. Deformacija se konstrukcije izračunava prema relaciji

$$\varepsilon_x = \frac{f_e}{2h(1+\nu)}, \quad (20)$$

gdje je  $f_e$  fotoelastična konstanta,  $h$  debljina fotoelastičnog materijala, a  $\nu$  Poissonov koeficijent. Nedostatak je tog tenzometra njegova osjetljivost na temperaturne promjene.



Sl. 19. Jednostavni fotoelastični tenzometar



Sl. 20. Fotoelastični tenzometar sa zamrznutim izokromama

Da bi se povećala osjetljivost fotoelastičnog tenzometra, upotrebljava se tenzometar sa zamrznutim fotoelastičnim efektom (sl. 20; v. *Fotoelasticimetrija*, TE 5, str. 529).

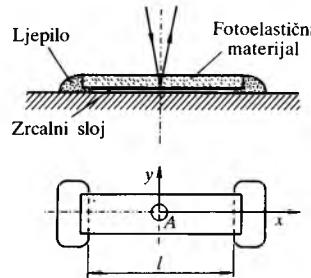
Deformacije se konstrukcije računaju iz pomaka izokrome  $n$  koji nastaje pri opterećenju, prema izrazima

$$\varepsilon_x = n \varepsilon_0, \quad (21a)$$

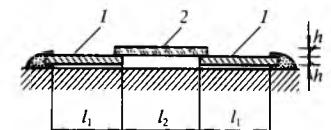
$$\varepsilon_0 = \frac{f_e}{2h(1+\nu)c}, \quad (21b)$$

gdje je  $c$  razmak između izokroma.

Tenzometar s prvočinom u fotoelastičnom materijalu (sl. 21) također povećava točnost mjerjenja. Zbog koncentracije naprezanja oko prvočina povećava se red izokroma (v. *Fotoelasticimetrija*, TE 5, str. 527) koje se tada mogu točnije očitati. Deformacija se izračunava prema izrazu



Sl. 21. Fotoelastični tenzometar s koncentratormi naprezanja



Sl. 22. Fotoelastični tenzometar sastavljen od materijala različitih koeficijenata toplinske dilatacije

$$\varepsilon_x = \frac{f_e N_A}{2h(1+\nu)\alpha_k}, \quad (22)$$

gdje je  $N_A$  red izokrome u točki  $A$ , a  $\alpha_k$  faktor koncentracije naprezanja koji pokazuje povećanje naprezanja u točki  $A$  zbog prvočina.

Tenzometar sastavljen od materijala različitih koeficijenata toplinske dilatacije  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  (sl. 22) omogućuje da se smanji ili poništi utjecaj temperaturne promjene na izmjerenu deformaciju. Deformacija se konstrukcije računa prema relaciji

$$\varepsilon_x = \frac{\left(\frac{2l_1 E_1 A_1}{l_2 E_2 A_2} + 1\right) l_1}{(2l_1 + l_2)} \cdot \frac{f_e N}{2h(1+\nu)}, \quad (23)$$

gdje su  $E_1$  i  $E_2$  moduli elastičnosti dvaju dijelova tenzometra ( $l_1$  i  $l_2$ ),  $A_1$  i  $A_2$  ploštine njihovih poprečnih presjeka, a  $l_1$  i  $l_2$  njihove duljine. Fotoelastični efekt promatra se u gornjem dijelu tenzometra. Kad se promijeni temperatura za  $\Delta T$ , nastat će dodatna deformacija  $\varepsilon_T = (1+\nu)(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T$ .

Ako je tenzometar građen tako da je  $\alpha_1 = \alpha_2$ , nema dodatne deformacije  $\varepsilon_T$ , pa nije potrebna ni korekcija izmjerene deformacije. Na sličnom principu rade i drugi fotoelastični tenzometri u kojih je temperaturna deformacija  $\varepsilon_T$  djelomično ili potpuno kompenzirana.

M. Husnjak

LIT.: C. C. Perry, H. R. Lissner, *The Strain Gage Primer*. McGraw-Hill, New York 1962. – J. W. Dally, W. F. Riley, *Experimental Stress Analysis*. McGraw-Hill, New York 1965. – J. Avril, *Encyclopédie Vishay d'analyse des contraintes*. Vishay-Micromesures, Paris 1974. – K. Hoffmann, *Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen*. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt 1987. – V. Brčić, R. Ćuković, *Eksperimentalne metode u projektovanju konstrukcija*. Građevinska knjiga, Beograd 1988.

I. Heidl M. Husnjak

**TEORIJA ELASTIČNOSTI**, dio mehanike deformabilnih tijela koji obuhvaća sustavno proučavanje naprezanja, pomaka i deformacija čvrstih elastičnih tijela na koja djeluju sile. Za razliku od nauke o čvrstoći (v. *Nauka o čvrstoći*, TE 9, str. 277), koja se osniva na praktičnim pretpostavkama i upotrebljava jednostavne formule za proračune, teorija je elastičnosti općenitija i temelji se na općim