

Termokemijske tablice. Kompiliranjem termodinamičkih tablica, kojima je važnost za znanost i tehniku nedvojbeno golema, bave se danas velike znanstvene i državne organizacije (npr. Akademija znanosti SSSR, US National Institute of Science and Technology, ranije: US National Bureau of Standards) te moćne privredne asocijacije.

Među najpoznatijim autoritativnim tablicama valja spomenuti izdanje Akademije znanosti SSSR: Термодинамические свойства индивидуальных веществ (urednik L. V. Gurvič i sur., 1978, 1979), The NBS Tables of Chemical Thermodynamic Properties (urednik D. D. Wagman i sur., 1982), kao i malenu, ali vrlo autoritativnu tablicu UNESCO-ve komisije CODATA (CODATA Recommended Key Values for Thermodynamics 1975). Mnogo se rabe i tablice JANAF Thermochemical Tables (urednik D. R. Stull i H. Prophet, 1972). Tablice NBS sadrže 26 000 standardnih vrijednosti entalpija stvaranja (pri 298,15 K i $T=0$), Gibbsovih energija stvaranja, molarnih entalpija, entropija i toplinskih kapaciteta za 14 300 tvari, od čega se 12 800 odnosi na standardne entalpije stvaranja pri 298,15 K. Tablice CODATA sadrže standardne entalpije stvaranja, molarne entropije i relativne entalpije (s obzirom na entalpije pri $T=0$) za 74 tvari, za koje su procijenjene i granice nesigurnosti.

Osim tih autoritativnih temeljnih tablica, ima mnogo praktičnih fizikalnih i kemijskih tablica, a također i tzv. sekundarne tablice u kojima se mogu naći npr. virijalni koeficijenti plinova (u ovisnosti o tlaku), koeficijenti aktivnosti sastojaka otopina i sl. Takve se tablice izdaju ili kao posebna izdanja ili kao prilozi znanstvenim monografijama.

LIT.: E. A. Guggenheim, Thermodynamics. North-Holland, Amsterdam 1967. – G. Nicolis, I. Prigogine, Self-Organization in Nonequilibrium Systems. J. Wiley, New York 1977. – V. Simeon, Termodinamika. Školska knjiga, Zagreb 1980. – J. R. Waldram, The Theory of Thermodynamics. Cambridge University Press, Cambridge 1985.

V. Simeon

TERMODINAMIKA, PRIJENOS TOPLINE, pojava spontanog prijenosa topline u smjeru temperaturnog pada, tj. od tijela više temperature na tijelo niže temperature ili od toplijih prema hladnijim slojevima tijela (v. *Termodinamika*).

Vrste prijenosa topline. Postoje tri načina (mehanizma) prijenosa topline.

Prvi je način prijenosa topline *provođenje* ili *kondukcija*. Tada se kinetička energija prenosi od molekule na molekulu. Brzina je molekula to veća što je viša temperatura, pa se brže molekule prilikom sruza sa sporijima usporavaju, a sporije se molekule pritom ubrzavaju. Takvim se izmjenama impulsa prosječne brzine molekula, a time i temperature nastoje izjednačiti. U metalima postojanje slobodnih elektrona poboljšava prijenos topline provođenjem. Provođenje je topline svojstveno krutinama.

U praksi se najčešće pojavljuje prijelaz topline od čvrste stijenke na fluid ili od fluida na čvrstu stijenku, pa se tada govori o izmjeni topline između čvrste stijenke i okolišnog fluida. Takva se izmjena topline naziva *prijelaz topline*.

Poseban je slučaj prijelaza topline kad se na granici između stijenke i fluida mijenja agregatno stanje fluida. To je prijelaz topline od ogrjevne površine na kapljevину koja isparuje ili kondenzacija para na rashladnim površinama stijenke.

Konvekcija je drugi način prijenosa topline. Ona nastaje kad materijalne čestice različitih temperatura mijenjaju svoj položaj u prostoru. Taj se proces zbiva u struji kapljevina i plinova u kojoj postoji toplinska neravnoteža među česticama. Konvekcijski se prijenos topline u biti osniva na mehanizmu provođenja.

U svim procesima prijenosa topline konvekcijom treba razlikovati uzroke strujanja fluida. Kad fluid struji samo zbog razlika lokalnih gustoća koje nastaju zbog temperaturne nejednoličnosti, govori se o prirodnoj ili slobodnoj konvekciji, a kad je strujanje fluida nametnuto ili prisilno, govori se o prinudnoj ili prisilnoj konvekciji. Prijenos je topline intenzivniji pri prisilnoj nego pri

prirodnoj konvekciji, jer se pri prisilnoj konvekciji u istom vremenu ostvaruje više sudara između čestica.

Treći je oblik prijenosa topline *zračenje* ili *radijacija*, koje se od površine tijela u obliku elektromagnetnih valova širi kroz prostor i koje se na površini drugog tijela potpuno ili djelomično pretvara u toplinu.

Prijenos topline provođenjem i konvekcijom uvijek je vezan za materijalne čestice kao posrednike. To ne vrijedi za prijenos topline zračenjem, pa se energija zračenjem može prenositi i kroz vakuum.

Druga je razlika što se prijenos topline provođenjem i konvekcijom uvijek zbiva u smjeru monotonoga temperaturnog pada, dok pri toplinskom zračenju može energija prolaziti kroz područja niže ili više temperature nego što su temperature dvaju tijela koja međusobno zračenjem izmjenjuju toplinu.

Spomenuti oblici prijenosa topline rijetko se pojavljuju pojedinačno, već se najčešće kombiniraju i stvaraju dojam jedinstvene pojave pa se moraju tako i računati. Ti se oblici prijenosa topline mogu svrstati u dva tipa procesa.

Prvi je tip procesa izmjena topline zagrijanoga čvrstog tijela koje se nalazi u okolišu niže ili više temperature. Tada površina tijela odaje okolišu ili preuzima od njega toplinu zračenjem i konvekcijom, a do vanjske površine tijela iz njegove unutrašnjosti ili od vanjske površine u njegovu unutrašnjost toplina pristiže provođenjem. Dakle, istodobno su prisutna sva tri načina prijenosa topline. Taj se proces može nazvati *hlađenje* ili *grijanje* tijela.

Drugi je tip procesa prijenos topline od fluida s jedne strane čvrste stijenke na fluid s druge strane stijenke. Tada su također istodobno prisutna sva tri načina prijenosa topline. Takav se proces naziva *prolaz topline*.

PRIJENOS TOPLINE PROVOĐENJEM

Analitička teorija provođenja topline ne obazire se na molekulu strukturu tvari, već se tvar promatra kao kontinuum. Pretpostavlja se, dakle, da su promatrani prostori i njihovi diferencijali još uvijek dovoljno veliki prema molekulama i razmacima među njima, što znači da se promatraju kao homogeni i izotropni.

Temperaturno polje. Kako je već spomenuto, toplina se prenosi provođenjem samo kad su točke promatranog tijela na različitim temperaturama. Stoga se prijenos topline u nekom kontinuumu zbiva uz promjenu temperature.

Vremenska i prostorna promjena temperature može se analitički izraziti jednadžbom:

$$\vartheta = f(x, y, z, t), \quad (1)$$

gdje su x , y i z koordinate promatrane točke tijela, a t vrijeme. Budući da prema jednadžbi (1) temperatura osim o prostornim koordinatama ovisi i o vremenu t , jednadžba opisuje *nestacionarno* temperaturno polje.

Ako se temperature u promatranim točkama ne mijenjaju s vremenom, govori se o ustaljenom temperaturnom polju, pa je tada provođenje topline *stacionarno*, a temperatura je funkcija samo prostornih koordinata:

$$\vartheta = f(x, y, z); \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

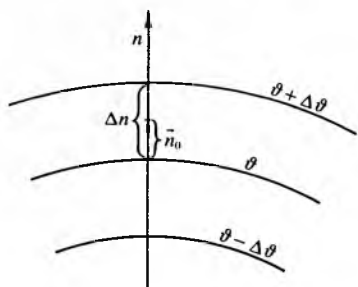
Temperaturno polje može biti i dvodimenzijско i jednodimenzijско.

Temperaturni gradijent. Ako se u temperaturnom polju nekog kontinuum (tijela) spoje sve točke istih temperatura, dobivaju se izotermne plohe. Budući da promatrana točka tijela ne može istodobno imati različite temperature, izotermne se plohe međusobno ne sijeku (sl. 1).

Temperatura se tijela mijenja samo po pravcu koji siječe izotermne plohe. Najveća razlika temperatura s obzirom na duljinu jest ona u smjeru normale na izotermnu plohu. Ta se razlika temperatura naziva temperaturni gradijent. Budući da se orijentacija mijenja po izotermnoj plohi, temperaturni je gradijent vektor okomit na izotermnu plohu, s pozitivnim predznakom u smjeru povećanja temperature:

$$\text{grad } \vartheta = \bar{n}_0 \frac{\partial \vartheta}{\partial n}, \quad (3)$$

gdje je $\bar{n}_0$ jedinični vektor okomit na izotermnu plohu.



Sl. 1. Izotermne plohe

Veličina $\partial \vartheta / \partial n$ skalarna je veličina temperaturnoga gradijenta. Ona je to veća što je manji razmak (Δn) između dviju izotermnih ploha. Skalarna je vrijednost temperaturnoga gradijenta njegova najveća vrijednost.

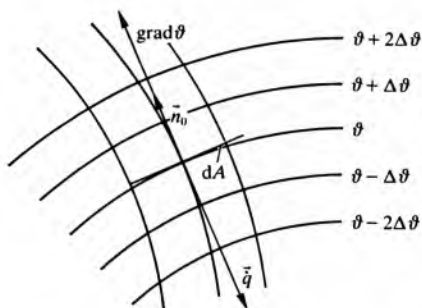
Projekcije su vektora grad ϑ na koordinatne osi x , y i z

$$\begin{aligned} (\text{grad } \vartheta)_x &= \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \cos(n, x) = \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \\ (\text{grad } \vartheta)_y &= \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \cos(n, y) = \frac{\partial \vartheta}{\partial y}, \\ (\text{grad } \vartheta)_z &= \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \cos(n, z) = \frac{\partial \vartheta}{\partial z}, \end{aligned} \quad (4)$$

gdje su argumenti kosinusa kutovi između vektora grad ϑ i koordinatnih osi x , y , z .

Toplinski tok (Fourierov zakon). Prema Fourierovu iskustvenom stavku (1822), toplina dQ koja u diferencijalu vremena dt prođe u smjeru normale n kroz element površine dA (sl. 2) proporcionalna je temperaturnom gradijentu:

$$d^2Q = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} dA dt. \quad (5)$$



Sl. 2. Izotermne plohe s vektorom grad ϑ

Koeficijent proporcionalnosti λ , s jedinicom $W/(mK)$, jest *koeficijent toplinske vodljivosti*, odnosno *toplinska provodnost*. On ovisi u prvom redu o vrsti, strukturi, gustoći, vlažnosti i temperaturi tvari, a određuje se eksperimentalno (tabl. 1).

Za praktičnu upotrebu za mnoge se tvari računa s linearnom ovisnošću koeficijenta toplinske vodljivosti o temperaturi prema izrazu

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(\vartheta - \vartheta_0)], \quad (6)$$

gdje je λ_0 vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti pri referentnoj temperaturi ϑ_0 , a b je konstanta koja se za pojedine tvari određuje eksperimentalno.

Toplina koja u diferencijalu vremena dt prođe kroz elementarnu plohu dA iznosi

$$\vec{q} = \frac{d^2Q}{dt dA} = -\bar{n}_0 \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = -\lambda \text{grad } \vartheta \quad (7)$$

i naziva se *gustoća toplinskog toka*, a ima jedinicu W/m^2 . Gustoća je toplinskog toka vektor okomit na izotermnu plohu dA , s pozitivnim predznakom u smjeru temperaturnog pada.

Tablica 1
VRIJEDNOST KOEFICIJENATA TOPLINSKE VODLJIVOSTI
($\vartheta = 20^\circ C$)

Tvar	Koeficijent toplinske vodljivosti λ ($W m^{-1} K^{-1}$)
Kovine	
Aluminij (99,5%)	221
Bakar, čisti	393
Bakar, trgovački	350...370
Čelik, 0,2% C	50
Čelik, 0,6% C	46
Konstantan, 35% Cu i 45% Ni	40
Magnezij	171
Manganin	22,5
Mjed	80...120
Monelmetal, 67% Ni, 28% Cu i 5% (Fe + Mn + Si + C)	25
Nikal	58,5
Platina	71
Sivi lijev	42...63
Srebro	458
Zlato	314
Željezo	67
Nekovine	
Beton, armirani	0,3...1,5
Grafit	12...175
Kameni ugljen	0,25...0,28
Kamenje	1...5
Kremeni pijesak, suhi	0,3
Kremeno staklo	1,4...1,9
Led ($0^\circ C$)	2,2
Opeka, suha	0,25...0,55
Opeka, vlažna	0,4...1,6
Staklo ($\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$)	0,81
Vatrostalna opeka	0,5...1,7
Zemlja, glinasta, vlažna	2,33
Zemlja, suha	0,53
Izolacijski materijali	
Azbest	0,08
Azbestne ploče	0,12...0,16
Infuzorijska zemlja	0,08...0,13
Mineralna vuna ($\rho = 120 \text{ kg/m}^3$)	0,035
Mineralna vuna ($\rho = 250 \text{ kg/m}^3$)	0,045
Ploče od pluta ($\rho = 150 \text{ kg/m}^3$)	0,08...0,13
Polietilen	0,33...0,50
Polistiren	0,04...0,14
Staklena vuna	0,04
Svila ($\rho = 100 \text{ kg/m}^3$)	0,055
Tresetne ploče, sušene na zraku	0,04...0,09
Vuna	0,04
Kapljevine	
Amonijak ($p > 8,57 \text{ bar}$)	0,494
Benzin	0,131
Petrolej	0,151
Sumporna kiselina	0,314
Ulje za podmazivanje	0,12...0,18
Voda, $\vartheta = 0^\circ C$	0,562
20 $^\circ C$	0,600
50 $^\circ C$	0,641
80 $^\circ C$	0,667
99,6 $^\circ C$	0,677
Plinovi ($p = 0,1 \text{ MPa}$)	
Dušik	0,0255
Kisik	0,0260
Metan	0,0332
Uglični dioksid	0,0159
Vodik	0,1863
Zrak	0,0251

Skalarna je vrijednost gustoće toplinskog toka

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = -\lambda |\text{grad } \vartheta|. \quad (8)$$

Ta jednadžba predstavlja *Fourierov zakon* koji glasi: gustoća je toplinskog toka razmjerna temperaturnom gradijentu.

Vektor gustoće toplinskog toka $\vec{q}$ prema jednadžbi (5) može se prikazati i pomoću svojih projekcija u smjeru pripadnih koordinatnih osi, pa je

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x}; \quad \dot{q}_y = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y}; \quad \dot{q}_z = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z}. \quad (9)$$

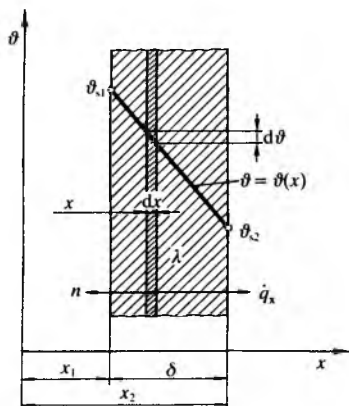
Toplinski tok $\dot{Q}$ kroz izotermnu plohu ploštine A dobiva se dijeljenjem izraza (5) sa dt , pa je

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = - \int_A \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} dA. \quad (10)$$

Jedinica je toplinskog toka vat (W).

Stacionarno provođenje topline

Jednoslojna ravna stijenka. Neka je zadana homogena ravna stijenka debljine δ i konstantnoga koeficijenta toplinske vodljivosti λ . Dimenzije stijenke u smjeru osi y i z mnogo su veće od njezine debljine. Poznate su konstantne temperature $\vartheta(x_1) = \vartheta_{s1}$ i $\vartheta(x_2) = \vartheta_{s2}$, koje su izoterme rubova stijenke. Toplina se provodi samo u smjeru osi x (sl. 3).



Sl. 3. Provođenje topline kroz jednoslojnu ravnu stijenku

Budući da je temperatura u stijenci linearno raspodijeljena ($\lambda = \text{const.}$), za temperaturno polje vrijedi izraz

$$\vartheta(x) = \vartheta_{s1} - \frac{\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}}{\delta} x, \quad (11)$$

gdje je $\delta = x_2 - x_1$. Gustoća je toplinskog toka $\dot{q}_x$, prema jednadžbi (9)

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial \vartheta(x)}{\partial x} = \frac{\lambda}{\delta} (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}). \quad (12)$$

Jednadžba (12) može se napisati i u obliku

$$\dot{q}_x = \frac{\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}}{\frac{\delta}{\lambda}}, \quad (13)$$

odakle proizlazi analogija s Ohmovim zakonom u elektrotehnici ($I = U/R$). Gustoća toplinskog toka $\dot{q}_x$ odgovara jakosti struje I , razlika temperatura $\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}$ odgovara razlici napona, a omjer δ/λ odgovara omskom otporu. Omjer δ/λ specifični je *toplinski otpor* provođenju topline kroz jednoslojnu ravnu stijenku i ima jedinicu $\text{m}^2 \text{K/W}$. Budući da gustoća toplinskog toka $\dot{q}_x$ ne ovisi o x , toplinski tok je

$$\dot{Q}_x = A \dot{q}_x = A \frac{\lambda}{\delta} (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}), \quad (14)$$

gdje je A ploština plohe okomite na os x .

Ako λ ravne stijenke nije konstantno, nego ovisi o temperaturi prema izrazu (6), gustoća je toplinskog toka

$$\dot{q}_x = -\lambda(\vartheta) \frac{d\vartheta}{dx} = -\lambda_0(1+b\vartheta) \frac{d\vartheta}{dx}, \quad (15)$$

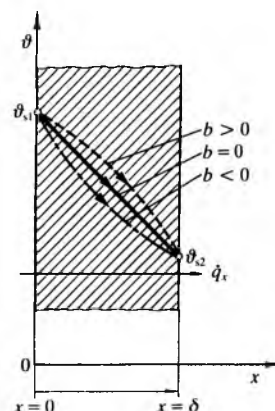
odakle se nakon separiranja varijabli i integracije dobiva

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_0}{\delta} \left(1 + b \frac{\vartheta_{s1} + \vartheta_{s2}}{2} \right) (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}), \quad (16)$$

gdje je za referentnu temperaturu uzeta vrijednost $\vartheta_0 = 0^\circ \text{C}$. Tada je jednadžba temperaturnog polja

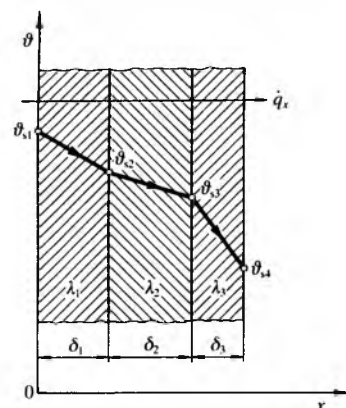
$$\vartheta(x) = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + \vartheta_{s1} \right)^2 - \frac{2\dot{q}_x x}{\lambda_0 b}}, \quad (17)$$

koja pokazuje da temperaturno polje nije linearno, nego je parabolično. Njegov oblik ovisi o predznaku i vrijednosti faktora b (sl. 4).



Sl. 4. Temperaturno polje u jednoslojnoj ravnoj stijenci kad koeficijent toplinske vodljivosti λ ovisi o temperaturi

Višeslojna ravna stijenka. Ako je ravna stijenka načinjena od više slojeva, npr. od tri sloja različitih materijala koji imaju koeficijente toplinske vodljivosti λ_1, λ_2 i λ_3 te debljine stijenki δ_1, δ_2 i δ_3 (sl. 5), tada u stacionarnom stanju gustoća toplinskog toka u smjeru osi x mora biti konstantna i jednaka u svakom sloju.



Sl. 5. Provođenje topline kroz troslojnu ravnu stijenku

Prema izrazu (12) za svaki pojedini sloj vrijedi

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}), \quad (18a)$$

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (\vartheta_{s2} - \vartheta_{s3}), \quad (18b)$$

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (\vartheta_{s3} - \vartheta_{s4}). \quad (18c)$$

Uz poznate temperature vanjskih izotermnih površina ϑ_{s1} i ϑ_{s4} , iz gornjeg se sustava jednadžbi dobiva

$$\dot{q}_x = \frac{\vartheta_{s1} - \vartheta_{s4}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \quad (19)$$

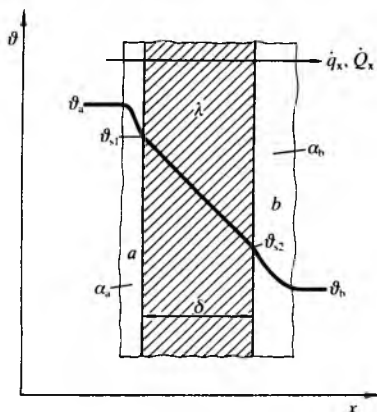
Kao što se vidi, u nazivniku je izraza (19) zbroj serijski spojenih specifičnih toplinskih otpora. Uz poznatu gustoću toplinskog

toka temperatura se neke od kontaktnih površina može izračunati iz sustava jednadžbi (18).

Analogno se određuje gustoća toplinskog toka za stijenku od bilo koliko slojeva različitih materijala i debljina.

Prolaz topline kroz jednoslojnu ravnu stijenku. Da bi se odredilo čisto provođenje topline, treba poznavati površinske temperature, koje je teško točno odrediti. Obično su, međutim, poznate temperature fluida s obje strane razdjelne čvrste stijenke.

S jedne strane homogene ravne stijenke debljine δ i koeficijenta toplinske vodljivosti λ nalazi se fluid temperature ϑ_a , a s druge strane fluid temperature ϑ_b . Poznati su i koeficijenti prijelaza topline (toplinska prijelaznost) α_a i α_b , koji su, kao i temperature, konstantni i ne mijenjaju se uzduž površine stijenke (sl. 6).



Sl. 6. Prolaz topline kroz jednoslojnu ravnu stijenku; a i b su granični slojevi

To je jednodimenzijско stacionarno provođenje topline, pa za gustoću toplinskog toka vrijede izrazi

$$\dot{q}_x = \alpha_a (\vartheta_a - \vartheta_{s1}), \quad (20a)$$

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda}{\delta} (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}), \quad (20b)$$

$$\dot{q}_x = \alpha_b (\vartheta_{s2} - \vartheta_b). \quad (20c)$$

Eliminacijom površinskih temperatura ϑ_{s1} i ϑ_{s2} dobiva se gustoća toplinskog toka:

$$\dot{q}_x = \frac{\vartheta_a - \vartheta_b}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_b}}, \quad (21)$$

gdje su α_a i α_b koeficijenti prijelaza topline (toplinska prijelaznost), a jedinica im je $W/(m^2K)$. U nazivniku su izraza (21) specifični toplinski otpori: $1/\alpha_a$ specifični toplinski otpor prijelazu topline u graničnom sloju a , δ/λ specifični toplinski otpor provođenju topline kroz čvrstu stijenku i $1/\alpha_b$ specifični toplinski otpor prijelazu topline u graničnom sloju b . Ukupni prijenos topline od jednog fluida na drugi kroz razdjelnu čvrstu stijenku naziva se *prolaz topline*.

Ukupni je toplinski otpor u (21)

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_b}, \quad (22)$$

pa je gustoća toplinskog toka

$$\dot{q}_x = k(\vartheta_a - \vartheta_b), \quad (23)$$

gdje je k koeficijent prolaza topline (toplinska prohodnost), koji je jednak recipročnoj vrijednosti zbroja specifičnih toplinskih otpora:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_b}}. \quad (24)$$

Jedinica je koeficijenta prolaza topline $W/(m^2K)$. Prema tome, toplinski je tok u smjeru osi x

$$\dot{Q}_x = A \dot{q}_x = A k (\vartheta_a - \vartheta_b). \quad (25)$$

Prolaz topline kroz višeslojnu ravnu stijenku. Ako se između fluida temperatura ϑ_a i ϑ_b nalazi već promatrana troslojna ravna stijenka (sl. 7), gustoća se toplinskog toka $\dot{q}_x$ dobiva rješenjem sljedećeg sustava jednadžbi:

$$\dot{q}_x = \alpha_a (\vartheta_a - \vartheta_{s1}), \quad (26a)$$

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}), \quad (26b)$$

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (\vartheta_{s2} - \vartheta_{s3}), \quad (26c)$$

$$\dot{q}_x = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (\vartheta_{s3} - \vartheta_{s4}), \quad (26d)$$

$$\dot{q}_x = \alpha_b (\vartheta_{s4} - \vartheta_b), \quad (26e)$$

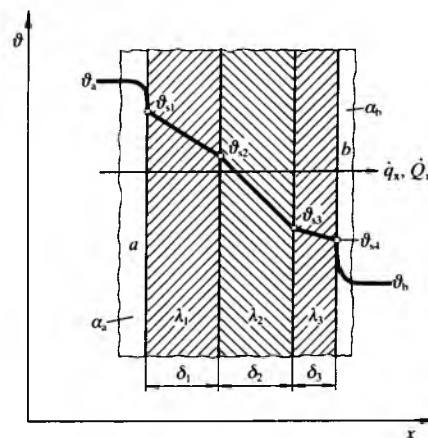
iz kojeg se dobiva

$$\dot{q}_x = \frac{\vartheta_a - \vartheta_b}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_b}}, \quad (27)$$

pa je koeficijent prolaza topline

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_b}}. \quad (28)$$

Gustoća je toplinskog toka određena izrazom (23), a toplinski tok izrazom (25). Analogno vrijedi za bilo koliki broj slojeva.



Sl. 7. Prolaz topline kroz troslojnu ravnu stijenku

Cilindrična stijenka. Promatra se provođenje topline kroz beskonačno dug cilindar unutrašnjeg polumjera R_1 i vanjskog polumjera R_2 te koeficijenta toplinske vodljivosti λ . Zadane su temperature ϑ_{s1} i ϑ_{s2} izotermnih ploha na polumjerima R_1 i R_2 (sl. 8).

Iz diferencijalne jednadžbe provođenja topline u cilindričnim koordinatama dobiva se jednadžba temperaturnog polja

$$\vartheta(r) = \vartheta_{s1} - (\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}) \frac{\ln \frac{r}{R_1}}{\ln \frac{R_2}{R_1}}, \quad (29)$$

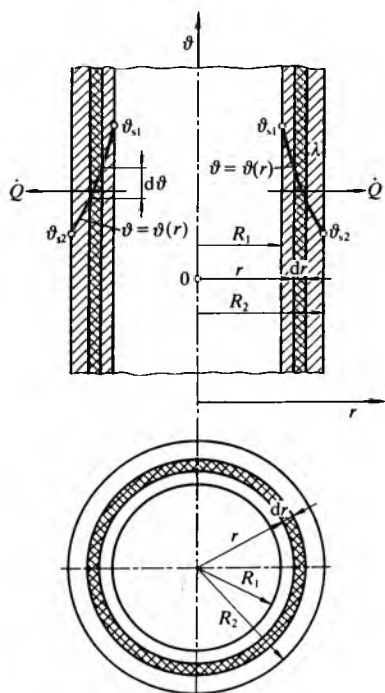
tj. logaritamska ovisnost temperature ϑ o polumjeru r ($R_1 \leq r \leq R_2$) umjesto linearne ovisnosti temperature o varijabli x , kad se toplota provodi kroz ravnu stijenku. Kad je stijenka ravna, površina okomita na os x uvijek je jednaka, dok se u cilindru povećava s povećanjem njegova polumjera. Zbog toga se temperaturni gradijent smanjuje s povećanjem r , a u ravnoj je stijenci konstantan.

Toplinski tok $\dot{Q}$ dobiva se iz izraza (10):

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{d\vartheta}{dr} A, \quad (30)$$

gdje je $A = 2\pi rL$, a L je duljina (visina) cilindra. Derivacija $d\vartheta/dr$ dobiva se iz jednadžbe (29), te se njezinim uvrštenjem u (30) dobiva

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2})}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (31)$$



Sl. 8. Provođenje topline kroz jednoslojnu cilindričnu stijenku

Gustoća je toplinskog toka

$$\dot{q}(r) = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\dot{Q}}{2\pi rL} \quad (32)$$

Ona ovisi o polumjeru r cilindra. Kroz unutrašnju površinu cilindra $A_1 = 2R_1\pi L$ gustoća je toplinskog toka

$$\dot{q}_1 = \frac{\dot{Q}}{A_1} = \frac{\dot{Q}}{2R_1\pi L} = \frac{\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}}{\frac{R_1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (33)$$

a kroz vanjsku površinu cilindra $A_2 = 2R_2\pi L$:

$$\dot{q}_2 = \frac{\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}}{\frac{R_2}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (34)$$

Budući da je $R_2 > R_1$, mora biti $\dot{q}_1 > \dot{q}_2$. Nazivnici izraza (33) i (34) ujedno su i specifični toplinski otpori.

Višeslojna cilindrična stijenka. Toplinski tok $\dot{Q}$ kroz višeslojnu, npr. troslojnu cilindričnu stijenku (sl. 9) određuje se primjenom jednadžbe (31) za svaku stijenku posebno, čime se dobiva sustav jednadžbi:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2})}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (35a)$$

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s2} - \vartheta_{s3})}{\frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_3}{R_2}} \quad (35b)$$

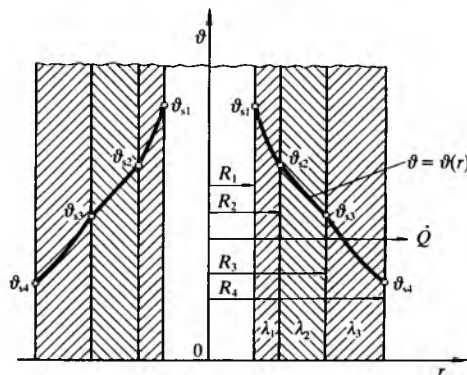
$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s3} - \vartheta_{s4})}{\frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_4}{R_3}} \quad (35c)$$

Eliminiranjem nepoznatih kontaktnih temperatura dobiva se toplinski tok

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s1} - \vartheta_{s4})}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_4}{R_3}} \quad (36a)$$

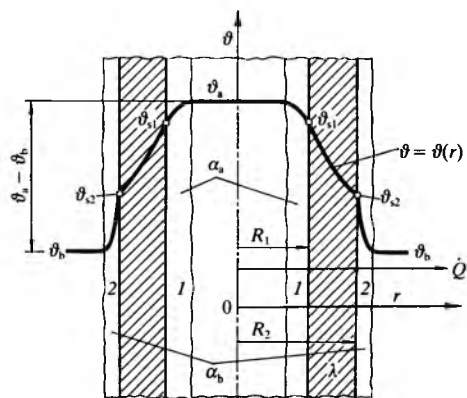
Analogno se dobiva toplinski tok za n -slojnu cilindričnu stijenku

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s1} - \vartheta_{s,n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{R_{i+1}}{R_i}} \quad (36b)$$



Sl. 9. Provođenje topline kroz troslojnu cilindričnu stijenku

Prolaz topline kroz cilindričnu stijenku. Ako unutar cilindra struji fluid konstantne temperature ϑ_a , a oko cilindra fluid temperature ϑ_b , govori se o prolazu topline kroz cijevnu stijenku. Koeficijenti su prijelaza topline α_a i α_b (sl. 10).



Sl. 10. Prolaz topline kroz jednoslojnu cilindričnu stijenku; 1 i 2 su granični slojevi

Toplinski se tok $\dot{Q}$ određuje pomoću izraza (20a) i (20c) te izraza (31), pa se dobiva sustav jednadžbi:

$$\dot{Q} = \alpha_a A_1(\vartheta_a - \vartheta_{s1}) = \alpha_a 2R_1\pi L(\vartheta_a - \vartheta_{s1}), \quad (37a)$$

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2})}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}}, \quad (37b)$$

$$\dot{Q} = \alpha_b A_2(\vartheta_{s2} - \vartheta_b) = \alpha_b 2R_2\pi L(\vartheta_{s2} - \vartheta_b), \quad (37c)$$

Eliminiranjem nepoznatih površinskih temperatura ϑ_{s1} i ϑ_{s2} dobiva se

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_a - \vartheta_b)}{\frac{1}{R_1 \alpha_a} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_2 \alpha_b}} \quad (38)$$

Gornji se izraz može napisati u obliku (25), odakle slijedi koeficijent prolaza topline:

$$k = \frac{\dot{Q}}{A(\vartheta_a - \vartheta_b)} \quad (39)$$

Budući da se površina A u cilindru mijenja s promjenom polumjera, vrijednost će koeficijenta k ovisiti o promatranoj površini cilindra. Tako koeficijent prolaza topline, sveden na unutrašnju površinu cilindra i ako se uzme u obzir izraz (38), iznosi

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{R_1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_1}{R_2 \alpha_b}} \quad (40)$$

Analogno se dobiva koeficijent prolaza topline za vanjsku površinu cilindra:

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_b} + \frac{R_2}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 \alpha_a}} \quad (41)$$

Vrijednost toplinskog toka $\dot{Q}$ ne ovisi o površini cilindra za koju je određen koeficijent prolaza topline jer prema (39) vrijedi jednakost:

$$\dot{Q} = k_1 A_1 (\vartheta_a - \vartheta_b) = k_2 A_2 (\vartheta_a - \vartheta_b), \quad (42)$$

pa je $k_1 A_1 = k_2 A_2$.

Analogno se dobiva izraz za toplinski tok kroz n -slojnu cilindričnu stijenku:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(\vartheta_a - \vartheta_b)}{\frac{1}{R_1 \alpha_a} + \frac{1}{R_{n+1} \alpha_b} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{R_{i+1}}{R_i}} \quad (43)$$

Optimalni vanjski promjer cilindrične stijenke. Nazivnik u izrazu (38) toplinski je otpor jedinice duljine cijevi. Kad su vrijednosti R_1 , α_a , α_b i λ konstantne, toplinski otpor prolazu topline ovisi samo o vanjskom polumjeru R_2 . S povećavanjem tog polumjera vrijednost pribrojnika $(1/\lambda) \ln(R_2/R_1)$ raste, dok se vrijednost pribrojnika $1/(R_2 \alpha_b)$ smanjuje. To znači da postoji optimalni polumjer R_{opt} za koji se postiže minimalni toplinski otpor. Nakon deriviranja nazivnika u izrazu (38) po R_2 i izjednačenja s nulom dobiva se

$$\frac{1}{\lambda R_2} - \frac{1}{R_2^2 \alpha_b} = 0, \quad (44)$$

pa je optimalni vanjski polumjer

$$R_2 = R_{opt} = \frac{\lambda}{\alpha_b}. \quad (45)$$

Analogno se određuje optimalni vanjski polumjer jednoslojno izolirane cijevi:

$$R_{opt} = \frac{\lambda_i}{\alpha_b}, \quad (46)$$

gdje je λ_i koeficijent toplinske vodljivosti izolacijskog materijala.

PRIJELAZ TOPLINE KONVEKCIJOM

Konvekcijski je prijelaz topline predaja topline od fluida na neku čvrstu stijenku ili od stijenke na fluid. Praktički se proračun osniva na Newtonovu iskustvenom stavku:

$$d\dot{Q} = \alpha_s (\vartheta_s - \vartheta_\infty) dA, \quad (47)$$

gdje je ϑ_∞ temperatura fluida izvan graničnog sloja, a koeficijent α_s ukupni koeficijent prijelaza topline, koji se sastoji od udjela

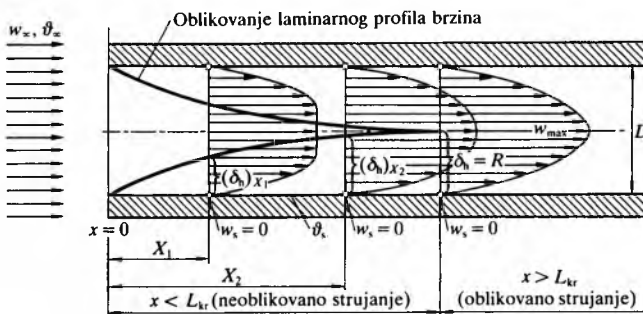
konvekcije i udjela zračenja, a jedinica mu je $W/(m^2 K)$. Ovdje će se detaljnije rastumačiti smisao konvekcijskog prijelaza topline pomoću koeficijenta α .

U općenitom je slučaju α funkcija oblika i veličine čvrstog tijela, načina i brzine strujanja fluida oko tijela, te njegove temperature i fizikalnih svojstava.

Strujanje fluida. U osnovi postoje dva načina strujanja fluida: *laminarno* i *turbulentno* (v. *Mehanika fluida*, TE 8, str. 67). Pri laminarnom strujanju pojedine se čestice fluida u strujnici ne miješaju s česticama iz drugih strujnica, te se izmjena topline poprečno na laminarne slojeve odvija samo provođenjem.

Poprečno je pak gibanje čestica svojstveno turbulentnom strujanju. Što je turbulencija veća, to je intenzivnije miješanje čestica, pa je prijelaz topline konvekcijskom osobito intenzivan pri turbulentnom strujanju. Zbog prihvaćene pretpostavke o priljepljivosti čestica fluida uz stijenku, i pri turbulentnom se strujanju neposredno uz stijenku uvijek stvara tanak laminarni granični sloj. Debljina toga sloja ovisi o jakosti turbulencije.

Na sljedećim se primjerima kvalitativno prikazuje veza između strujanja fluida i konvekcijskog prijelaza topline. Tekućina ustaljene brzine w_∞ i temperature ϑ_∞ ustrujava u cijev (sl. 11). Od naletnoga brida $x=0$ profil se brzina fluida u cijevi počinje mijenjati zbog stvaranja hidrodinamičkog sloja δ_h . Na mjestu presjeka $x=0$ debljina je $(\delta_h)_{x=0}=0$. Na presjeku $x=X_1$ debljina iznosi $(\delta_h)_{X_1}$, a na presjeku $x=X_2$ ona je $(\delta_h)_{X_2}$. Vidi se da je $(\delta_h)_{X_2} > (\delta_h)_{X_1}$, što znači da se profil brzina mijenja od presjeka do presjeka.



Sl. 11. Laminarno strujanje u cijevi

Nakon neke duljine cijevi L_{kr} profil brzina ostaje konstantan, a debljina graničnog sloja postaje jednaka polumjeru cijevi, $\delta_h = R$. Unutar hidrodinamičkog sloja brzina se mijenja od $w_s = 0$ do w_{max} , koja se postiže u osi cijevi. Prema Poiseuilleovu zakonu profil brzina u laminarnom graničnom sloju ima oblik kvadratne parabole, $w = f(r^2)$, s tjemenom u osi cijevi.

Strujanje u području $0 \leq x \leq L_{kr}$ naziva se neoblikovano, a u području $x > L_{kr}$ oblikovano strujanje. Prema tome, L_{kr} je duljina cijevi potrebna da bi se ustalio profil strujanja. Za laminarno oblikovano strujanje potrebno je da bude $L_{kr} = 100D$, gdje je D unutrašnji promjer cijevi.

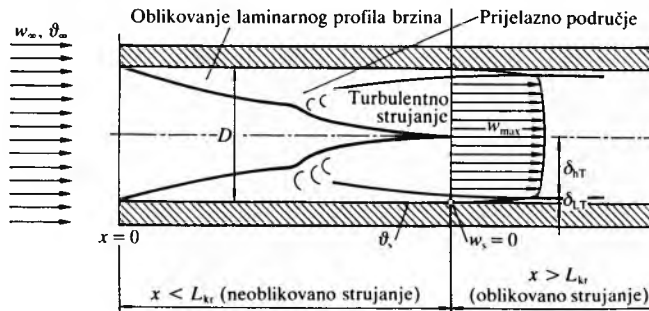
Osim hidrodinamičkoga graničnog sloja u cijevi se stvara i temperaturni granični sloj unutar kojeg se temperatura mijenja od ϑ_s do ϑ_∞ (ϑ_s je temperatura stijenke).

Kako na prijelaz topline konvekcijom, osim temperature razlike $\vartheta_s - \vartheta_\infty$, najveći utjecaj ima hidrodinamički granični sloj, konvekcijski će prijelaz topline biti drugačiji u neoblikovanu nego u oblikovanu području. Budući da je intenzivnost konvekcijskog prijelaza topline obrnuto razmjerna debljini hidrodinamičkog sloja, konvekcijski je prijelaz topline intenzivniji u području neoblikovana strujanja, jer je u njemu manja debljina hidrodinamičkoga graničnog sloja. Značajka koja razgraničava laminarno od turbulentnog strujanja bezdimenzijska je *Reynoldsova značajka* Re , koja je određena izrazom

$$Re = \frac{wD}{\nu}, \quad (48)$$

gdje je w prosječna brzina strujanja fluida u cijevi, D unutrašnji promjer cijevi, a ν kinematička viskoznost (žilavost) fluida (m^2/s). Kad je $Re \leq 3000$, strujanje je fluida u cijevi laminarno, a kad je $Re > 3000$, u cijevi nastaje turbulentno strujanje fluida.

I pri turbulentnom strujanju fluida u cijevi se na naletnom bridu počinje stvarati laminarni granični sloj. Nakon neke duljine, $L_{kr} = 40 D$, uz ostvarene pripadne uvjete, počinje njegova razgradnja i stvaranje prijelaznog područja, a potom nastajanje turbulentnog profila δ_{hT} u području oblikovanog strujanja (sl. 12). I u turbulentnom profilu neposredno uz cijevnu stijenku stvara se tanki laminarni granični sloj δ_{LT} , kojemu debljina ovisi o nametnutim uvjetima, a koji ima bitan utjecaj na prijelaz topline. U oblikovanom području koeficijent je prijelaza topline konstantan, a u neoblikovanome promjenljiv, zbog promjenljive debljine graničnog sloja.

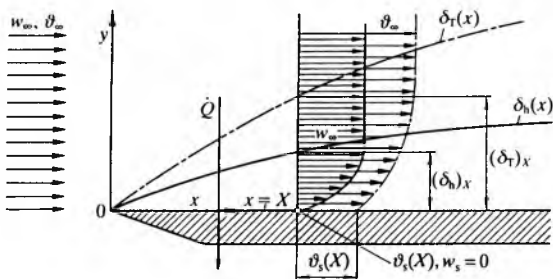


Sl. 12. Turbulentno strujanje u cijevi

Ako fluid nastrojava s neporemećenom brzinom w_∞ i temperaturom ϑ_∞ uz horizontalnu ravnu ploču koja ima površinsku temperaturu ϑ_s u stacionarnom stanju, tada se neposredno uz samu ploču stvara hidrodinamički i temperaturni granični sloj (sl. 13). Na mjestu $x = X$ debljina je temperaturnoga graničnog sloja $(\delta_T)_X$, dok je debljina laminarnoga hidrodinamičkog sloja $(\delta_h)_X$. Općenito debljine tih dvaju slojeva ne moraju biti jednake. S porastom x one rastu, pa se mijenja i intenzivnost konvekcijskog prijelaza topline. Strujanje je fluida laminarno uz horizontalnu ravnu ploču ako je zadovoljen uvjet

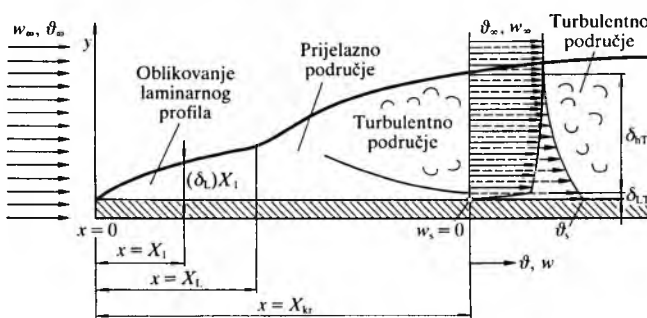
$$Re = \frac{wX}{\nu} < 500000. \quad (49)$$

Za vrijednosti $Re > 500000$ fluid turbulentno struji uz ravnu stijenku.



Sl. 13. Laminarno strujanje uz horizontalnu ravnu ploču

I pri turbulentnom strujanju fluida uz ravnu se stijenku od naletnoga brida $x=0$ do $x=X_1$ stvara laminarni granični sloj (sl. 14). Na istome mjestu počinje razgradnja laminarnoga graničnog



Sl. 14. Turbulentno strujanje uz horizontalnu ravnu ploču

sloja i stvaranje prijelaznog područja, kojemu početak i duljina ovise o nametnutim uvjetima. Nakon prijelaznog područja stvara se turbulentni profil uz koji neposredno uz stijenku nastaje tanak laminarni granični sloj δ_{LT} , a izvan njega turbulentni granični sloj.

Sve to pokazuje izravnu vezu između koeficijenta konvekcijskog prijelaza topline α i hidrodinamičnoga, odnosno temperaturnoga graničnog sloja.

Teorem sličnosti. Da bi se ustanovilo o čemu ovise debljine hidrodinamičkog i temperaturnog sloja, a time i koeficijent konvekcijskog prijelaza topline, postavlja se Oberbeckov sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi za elementarni obujam tekućine u graničnom sloju koji se osniva na: a) jednadžbi kontinuiranosti, b) jednadžbi ravnoteže sila koje djeluju na promatrani elementarni obujam u smjeru svih koordinatnih osi i c) bilanci topline. Struktura jednadžbi pokazuje da na vrijednost koeficijenta prijelaza topline α , osim nametnutog strujanja i nametnute razlike temperature $\vartheta_s - \vartheta_\infty$, znatno utječu i fizikalna svojstva fluida (ρ, λ, c_p, η), koja pak ovise o vrsti fluida, tlaku i temperaturi. Treba naglasiti da se postupak prijelaza topline odnosi na fluide koji slijede Newtonov zakon viskoznosti:

$$\tau = \eta \frac{dw}{dy}, \quad (50)$$

koji kaže da je tangencijalno naprezanje τ elementa fluida proporcionalno brzini kutne deformacije dw/dy . Koeficijent je proporcionalnosti dinamička viskoznost η .

Matematička složenost rješavanja Oberbeckova sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi, a time i konvekcijskog prijelaza topline, prisilila je inženjere da iskustva i spoznaje o prijelazu topline, stečene na izrađenim aparatima, primjenjuju na nove aparate. U početku se to radilo empirijski. Suvremena elektronička računala omogućuju da se problem prijelaza topline rješava numerički, metodom konačnih diferencija, metodom konačnih elemenata ili metodom kontrolnog obujma. No unatoč uspjesima ostvarenim primjenom tih metoda, glavni izvor osnovnih spoznaja, temelj razvoja, provjere teorije i teorijskih rješenja prijelaza topline još će dugo ostati rezultati eksperimentalnih istraživanja.

Zakon sličnosti u prijelazu topline definira kriterije za provođenje eksperimenta. Na njemu se osnivaju metode za generalizaciju eksperimentalnih rezultata na temelju ispitivanja na modelu. Teorem sličnosti u području prijelaza topline prvi je primijenio W. Nusselt (1910).

Kad se primjenjuje teorem sličnosti, postavlja se pitanje mogu li se i uz koje uvjete poznati podaci, npr. o temperaturnom polju, utvrđeni na modelu primijeniti na neki drugi uređaj (prototip, original, izvedbu). Na to se pitanje može matematički strogo odgovoriti da se to smije učiniti kad su dobivena identična rješenja diferencijalnih jednadžbi koje opisuju pojave na modelnoj i originalnoj izvedbi. Za prijelaz topline to znači pronaći uvjete identičnosti Oberbeckova sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi za modelnu i originalnu izvedbu, što odgovara prikazu Oberbeckova sustava jednadžbi, zajedno s rubnim uvjetima, u bezdimenzijskom obliku.

Radi toga treba u bezdimenzijskom obliku definirati sve veličine koje utječu na prijelaz topline konvekcijom. To su prostorne koordinate, brzine strujanja, temperature i tlakovi. Tako se npr. stvarne prostorne koordinate pretvaraju u bezdimenzijske dijeljenjem duljinom karakterističnom za promatrano strujanje ili uređaj (npr. unutrašnji promjer cijevi ako se promatra strujanje fluida u cijevi). Bezdimenzijske se brzine određuju dijeljenjem stvarnih brzina, npr. brzinom neporemećene struje fluida. Analogno se određuju bezdimenzijske temperature i tlakovi.

Upotrebom bezdimenzijskih veličina ostvaruje se geometrijska i energijska sličnost, te sličnost gibanja, pa će se ostvariti i slična polja brzina, temperaturna polja i polja promjene tlakova.

Da bi se razmatranje pojednostavnilo, uvedene su bezdimenzijske značajke sličnosti (v. *Metrologija, zakonska*, TE 8, str. 522) koje se nazivaju prema imenima istraživača. Za određivanje konvekcijskog prijelaza topline važne su, između ostalih, ove bezdimenzijske značajke:

$$\text{Reynoldsova značajka: } Re = \frac{w l_0}{\nu}, \quad (51)$$

$$\text{Nusseltova značajka: } Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda}, \quad (52)$$

$$\text{Prandtlova značajka: } Pr = \frac{\nu}{a}, \quad (53)$$

$$\text{Grashofova značajka: } Gr = \frac{\rho - \rho_\infty}{\rho} \cdot \frac{g l_0^3}{\nu^2}, \quad (54)$$

gdje je w brzina strujanja fluida, α koeficijent prijelaza topline (toplinska prijelaznost), l_0 mjerodavna duljina prema kojoj su određene bezdimenzijske duljine, λ koeficijent toplinske vodljivosti (toplinska provodnost) fluida, ν kinematička viskoznost, a temperaturna provodnost (difuznost) određena izrazom

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}, \quad (55)$$

gdje je ρ gustoća fluida, c_p specifični toplinski kapacitet uz konstantan tlak, g ubrzanje sile teže, dok se indeks ∞ odnosi na prilike u neporemećenoj struji fluida.

Primjena teorema sličnosti. Polazeći od Nusseltove značajke, koeficijent prijelaza topline α određuje se pomoću izraza

$$Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda} = Nu(\xi_{xs}, \xi_{ys}, \xi_{zs}, Pr, Re, Gr), \quad (56)$$

gdje su ξ bezdimenzijske koordinate točaka na razdjelnoj stijenci. Ako je poznata navedena funkcijska veza, moguće je odrediti koeficijent α za svaku točku razdjelne stijenke jer su vrijednosti l_0 i λ poznate.

Za inženjersku je praksu najčešće važna prosječna vrijednost koeficijenta konvekcijskog prijelaza topline α_m . Tada se jednačba (56) integrira po površini stijenke i dobiva se izraz za prosječnu vrijednost koeficijenta prijelaza topline, u kojem nema lokalnih bezdimenzijskih koordinata:

$$Nu_m = \frac{\alpha_m l_0}{\lambda} = Nu_m(Pr, Re, Gr), \quad (57)$$

koji vrijedi za konvekcijski prijelaz topline kad postoji slobodna i prisilna konvekcija. Obično se, radi pojednostavnjenja, razlikuje konvekcijski prijelaz topline s dominantnom prisilnom konvekcijom, kad je $Gr \approx 0$, od onoga kad dominira slobodna konvekcija, kad je $Re \approx 0$. Za prijelaz topline s prisilnom konvekcijom vrijedi izraz

$$Nu_m = Nu_m(Pr, Re), \quad (58)$$

a sa slobodnom konvekcijom:

$$Nu_m = Nu_m(Pr, Gr). \quad (59)$$

U svakom od tih izraza pojavljuje se Prandtlova značajka koja ovisi o vrsti fluida i temperaturi. Za kapljevine ona jako ovisi o temperaturi i njezina se vrijednost s temperaturom brzo smanjuje. Za idealne plinove Prandtlova značajka ne ovisi o temperaturi i tlaku, a iz kinetičke teorije proizlaze i njezine vrijednosti za idealne plinove:

jednoatomni plinovi: $Pr = 0,67$,
dvoatomni plinovi: $Pr = 0,72$,
troatomni plinovi: $Pr = 0,80$,
četveroatomni plinovi: $Pr = 1,00$.

Vrijednosti se te značajke za realne plinove nešto razlikuju od navedenih.

Prandtlova značajka ze teške i alkalijske metale iznosi između 0,005...0,05. Tako male vrijednosti posljedica su velike vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti metala.

Grashofova značajka (54) vrijedi za sve tekućine. Za idealne plinove za koje vrijedi jednačba stanja $p = \rho R_i T$, gdje je R_i individualna plinska konstanta, Grashofova se značajka može izraziti i u obliku

$$Gr = \frac{g l_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{T_s - T_\infty}{T_\infty}, \quad (60)$$

gdje je T termodinamička temperatura.

Oblik funkcije $Nu_m(Pr, Re, Gr)$, $Nu_m(Pr, Re)$, $Nu_m(Pr, Gr)$ u izrazima (57)...(59) ne može se neposredno odrediti iz sustava bezdimenzijskih diferencijalnih jednačbi. Aproximirane se vrijednosti funkcija određuju mjerenjem na modelima, jer teorem sličnosti omogućuje primjenu eksperimentalnih rezultata.

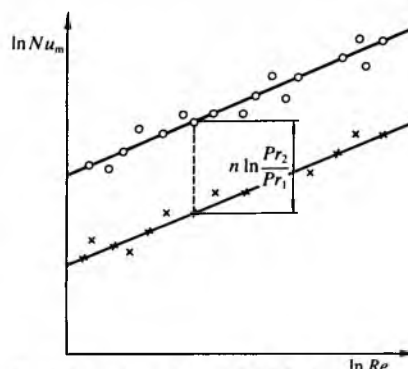
Prisilno strujanje. W. Nusselt je već pokazao da se rezultati mjerenja mogu vrlo dobro prikazati umnošcima potencija mjerdavnih bezdimenzijskih značajki. Tako se funkcijska ovisnost pri konvekcijskoj izmjeni topline uz prisilno strujanje može prikazati izrazom

$$Nu_m = b Re^m Pr^n, \quad (61)$$

gdje su b , m i n konstante. Logaritmiranjem izraza dobiva se

$$\ln Nu_m = \ln b + m \ln Re + n \ln Pr. \quad (62)$$

U koordinatnom sustavu $\ln Nu_m$, $\ln Re$ dobivaju se za $Pr = \text{const.}$ paralelni pravci s koeficijentom nagiba m koji su međusobno razmaknuti za $n \ln(Pr_2/Pr_1)$ (sl. 15). Koeficijent b ovisi o geometrijskom obliku, a eksponent m o vrsti strujanja.



Sl. 15. Prikaz izraza $Nu_m = b Re^m Pr^n$ u koordinatnom sustavu $\ln Nu_m, \ln Re$; izmjerene vrijednosti za $Pr_2 = \text{const.}$ označene su kružićima, a za $Pr_1 = \text{const.}$ križićima

Dakako, pravac koji aproksimira tu funkciju ne prolazi svakom izmjenom točkom. Jednačba se pravca određuje metodom najmanjih kvadrata razlika, kojom se određuju vrijednosti konstanta u izrazu (62), pa svaka izmjerena točka utječe na vrijednost izračunatih koeficijenata.

Ako se pojave veće razlike između izmjerenih aproksimiranih vrijednosti, to pokazuje da tako određene vrijednosti eksponenta ne vrijede u cijelom području Reynoldsove značajke. Tada se to područje podijeli na dva ili više intervala pa se za svaki od njih posebno izračunaju vrijednosti konstanta b , m i n .

Strujanje uzduž ravne stijenke. Pri konvekcijskoj izmjeni topline kad fluid laminarno struji uzduž ravne stijenke, prema E. Pohlhausenu, E. R. G. Eckertu i O. Drewitzu, vrijedi izraz

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = 0,664 Re^{0,50} Pr^{0,33}, \quad (63)$$

gdje je L duljina ploče u smjeru strujanja fluida. Izraz (63) vrijedi za $Re = (w_\infty L)/\nu < 100\,000$ i $0,1 < Pr < 1000$. Fizikalna se svojstva fluida određuju za temperaturu

$$\vartheta_m = \frac{1}{2} \left(\vartheta_s + \frac{\vartheta' + \vartheta''}{2} \right), \quad (64)$$

gdje je ϑ' temperatura fluida na početku, ϑ'' na kraju ploče, a ϑ_s temperatura ploče.

Kad fluid turbulentno struji uzduž horizontalne ravne stijenke, Nusseltova značajka, prema Jürgesovu istraživanju, ima oblik

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = 0,057 Re^{0,78} Pr^{0,78}, \quad (65)$$

i vrijedi za $Re > 500\,000$, dok se mjerodavna temperatura fluida određuje prema izrazu (64).

Strujanje u cijevi. Prijelaz topline pri laminarnom strujanju fluida u cijevi (sl. 11), prema H. Hausenu, računa se prema izrazu

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} = \left[3,65 + \frac{0,0668 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)}{1 + 0,045 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)^{0,67}} \right] \left(\frac{\eta_{\infty}}{\eta_s} \right)^{0,14}, \quad (66)$$

gdje je D unutrašnji promjer cijevi. Izraz (66) vrijedi za sve fluide u područjima:

$$Re = \frac{wD}{\nu} \leq 2320; \quad 0,0001 \leq \frac{L}{Re Pr D} \leq 10, \quad (67)$$

gdje je L duljina cijevi, a korekcijskim se faktorom η_{∞}/η_s uzima u obzir promjenljivost dinamičke viskoznosti fluida, pa je η_s dinamička viskoznost fluida na temperaturi stijenke ϑ_s , a η_{∞} na temperaturi ϑ_{∞} u osi cijevi. Ostala se fizikalna svojstva fluida određuju za aritmetičku sredinu njegove ulazne i izlazne temperature.

Za konvekcijski prijelaz topline pri turbulentnom strujanju fluida kroz cijev (sl. 12) upotrebljavaju se mnogi izrazi, a jedan je od njih Hausenova formula koja vrijedi za sve fluide, a obuhvaća i prijelazno područje:

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} = 0,116(Re^{0,67} - 125)Pr^{0,33} \left[1 + \left(\frac{D}{L} \right)^{0,67} \right] \left(\frac{\eta_{\infty}}{\eta_s} \right)^{0,14}. \quad (68)$$

Ona vrijedi uz ove uvjete:

$$2320 \leq Re = \frac{w_{\infty} D}{\nu} \leq 100\,000; \quad \frac{L}{D} = 1 \dots \infty. \quad (69)$$

Prema impulsnoj teoriji vrijedi izraz za konvekcijski prijelaz topline:

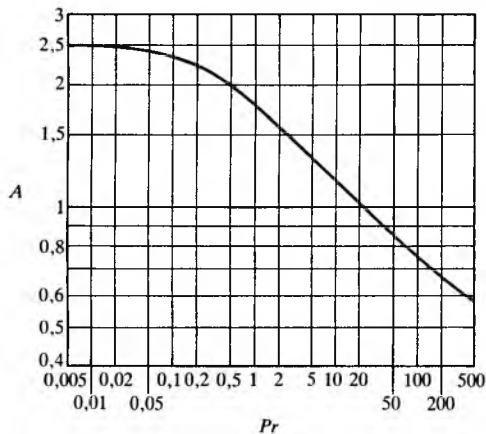
$$\frac{Nu}{Re Pr} = \frac{\xi}{8[1 + A Re^{-0,125}(Pr - 1)]} \quad (70)$$

uz ova ograničenja: $7\,000 \leq Re \leq 200\,000$ i $0,1 \leq Pr \leq 500$.

U izrazu (70) ξ je koeficijent otpora strujanju i računa se prema izrazu

$$\xi = (1,82 \lg Re - 1,64)^{-2}, \quad (71)$$

dok je A koeficijent koji ovisi o Prandtlovoj značajki (sl. 16).



Sl. 16. Ovisnost koeficijenta A u izrazu (70) o Prandtlovoj značajki

Fizikalna se svojstva kapljevine određuju za temperaturu

$$\vartheta_m = \frac{1}{2} \left(\vartheta_s + \frac{\vartheta' + \vartheta''}{2} \right), \quad (72)$$

gdje su ϑ' i ϑ'' temperature fluida na ulazu i izlazu cijevi.

Strujanje uz vertikalnu stijenku. Za prijelaz topline slobodnom konvekcijom pri laminarnom strujanju fluida uz vertikalnu ravnu stijenku visine H vrijedi izraz

$$Nu = \frac{\alpha H}{\lambda} = C Gr^{0,25}, \quad (73)$$

gdje je C konstanta koja ovisi o Prandtlovoj značajki:

$$C = 1,8 \frac{Pr^{0,50}}{2,3 + Pr^{0,50}} \quad \text{za } Pr < 0,5, \quad (74)$$

$$C = 0,652 \left(\frac{Pr^2}{1,1 + Pr} \right)^{0,25} \quad \text{za } Pr > 0,5, \quad (75)$$

a Grashofova se značajka računa prema izrazu

$$Gr = \frac{g H^3 (\rho_s - \rho_{\infty})}{\nu^2 \rho_s}. \quad (76)$$

Izraz (73) vrijedi kad je $Gr Pr < 10^8$. Kinematička viskoznost ν odabire se za temperaturu stijenke ϑ_s , a ostala fizikalna svojstva za temperaturu fluida $\vartheta_m = (\vartheta_s + \vartheta_{\infty})/2$.

Za prijelaz topline slobodnom konvekcijom pri turbulentnom strujanju fluida uz vertikalnu stijenku, kad je $Gr Pr > 10^8$, prema istraživanju M. Jakoba, vrijedi izraz

$$Nu = \frac{\alpha H}{\lambda} = 0,129 (Gr Pr)^{0,33}. \quad (77)$$

Fizikalna se svojstva fluida određuju prema već spomenutim temperaturama, što vrijedi i za strujanje oko horizontalnog cilindra.

Strujanje oko horizontalnog cilindra. Za slobodnu konvekciju pri laminarnom strujanju fluida oko horizontalnog cilindra vanjskog promjera d_2 , prema mjerenjima K. Jodlbauera, vrijedi izraz

$$Nu = \frac{\alpha d_2}{\lambda} = 0,40 (Gr Pr)^{0,25} \quad \text{za } Gr Pr < 10^8, \quad (78)$$

gdje je

$$Gr = \frac{g d_2^3 (\rho_s - \rho_{\infty})}{\nu^2 \rho_s}. \quad (79)$$

Prijelaz topline slobodnom konvekcijom pri turbulentnom strujanju fluida oko horizontalne cijevi, kad je $Gr Pr > 10^8$, računa se prema izrazu

$$Gr = \frac{\alpha d_2}{\lambda} = 0,10 (Gr Pr)^{0,33}. \quad (80)$$

I sada vrijedi izraz (79) za Grashofovu značajku.

Strujanje u zatvorenom kanalu. Kad fluid struji u zatvorenom kanalu, pri proračunu konvekcijskog prijelaza topline za karakterističnu se linearnu dimenziju l_0 uzima ekvivalentni promjer prema izrazu

$$d_{ekv} = \frac{4A}{O}, \quad (81)$$

gdje je A površina poprečnog presjeka, a O opseg kanala. Kad fluid struji, npr., kroz kanal pravokutnog presjeka sa stranicama a i b , ekvivalentni je promjer

$$d_{ekv} = \frac{4A}{O} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}. \quad (82)$$

Za kvadratni je presjek $d_{ekv} = a$, a za prstenasti $d_{ekv} = D - d$, gdje je D veći, a d manji promjer prstena.

Primjenljivost teorema sličnosti. Teorem sličnosti osniva se na egzaktne matematičkom izvodu. Postavlja se, ipak, pitanje kad je moguće zadovoljiti sve uvjete koje zahtijeva teorem sličnosti. To je pitanje opravdano jer se traži geometrijska sličnost. Da bi se ona ostvarila, trebalo bi postići i sličnu hrapavost površina na modelnoj i originalnoj izvedbi, što je praktički nemoguće.

Kad fluid struji kroz cijevi, mogu se u određenim uvjetima, kao npr. pri isparivanju, pojaviti i slobodne površine koje bi zahtijevale dodatne uvjete sličnosti.

Posebnu teškoću u primjeni teorema sličnosti stvara sličnost fizikalnih svojstava fluida, zbog njihove promjenljivosti s temperaturom. Uvođenje njihove temperaturne ovisnosti u Oberbeckov sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi bilo bi zapreka stvaranju bezdimenzijskih značajki. Tada bi se dobio sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi s promjenljivim koeficijentima. Da bi se ta teškoća uklonila, fizikalna se svojstva fluida odabiru za njegovu srednju temperaturu prema izrazu

$$\vartheta_m = \frac{\int_0^A \rho c \vartheta(A) w(A) dA}{\int_0^A \rho c w(A) dA} \quad (83)$$

Za primjenu izraza (83) trebalo bi, međutim, poznavati i temperaturu i profil brzina po presjeku kanala A . Zato se uz svaki izraz za Nusseltovu značajku navodi temperatura uz koju vrijede dotična fizikalna svojstva fluida.

Prijelaz topline pri promjeni agregatnog stanja

U dosadašnjim se razmatranjima prijelaz topline odnosio na fluid kojemu se za vrijeme prijelaza topline ne mijenja agregatno stanje.

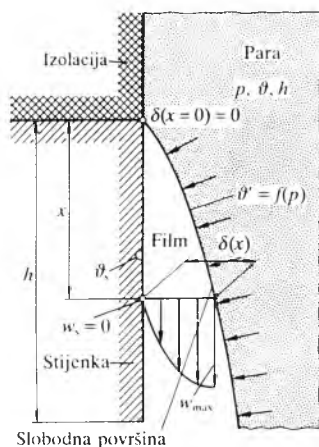
Kad se pri prijelazu topline događa promjena agregatnog stanja fluida, kondenzacija ili isparivanje, na granici između kapljevitih i plinovite faze nastaje diskontinuitet koji pri analizi prijelaza topline svakako treba uzeti u obzir.

Prijelaz topline pri kondenzaciji. Kondenzacija je prijelaz iz parnog u kapljevitog agregatnog stanje zbog hlađenja pare u nekom prostoru u kojem postoje kondenzacijske jezgre.

Hoće li se para zbog nametnutih uvjeta hlađenja kondenzirati na nekoj čvrstoj stijenci, ovisi o temperaturi stijenske ϑ_s . Ako je temperatura ϑ_s niža od temperature zasićenja ϑ' , koja ovisi o tlaku pare, para će se na stijenci kondenzirati, a ako je $\vartheta_s \geq \vartheta'$, kondenzacija će izostati.

Ako se para kondenzira, kondenzat može kvasiti stijenu na dva načina. Kada kondenzat kontinuirano kvasi stijenu i niz nju polagano otječe kao film, govori se o filmskoj kondenzaciji. Kondenzat se, međutim, može okupljati u sitne kapljice koje naglo rastu i teku po stijenci ili ih parna struja otpuhuje. Tada se radi o diskontinuiranom kvašenju stijenske jer se između kapljica kondenzata pojavljuje gola stijenska. Takva se kondenzacija naziva kapljičastom kondenzacijom.

Filmska kondenzacija. Teoriju filmske kondenzacije postavio je W. Nusselt (1916), a naknadni su je eksperimenti potvrdili. Nusselt je pošao od sljedećih pretpostavki: brzina je strujanja kondenzata na stijenci $w_s = 0$, a na slobodnoj je površini (razdjelnici između kapljevitih i parne faze) maksimalna $w = w_{\max}$, uz laminarni tok kondenzata niz stijenu. Temperatura je čestica kondenzata na stijenci $\vartheta = \vartheta_s$, a na slobodnoj površini $\vartheta = \vartheta'$. Debljina sloja kondenzata $\delta(x)$ ovisi o udaljenosti od mjesta gdje počinje kondenzacija ($x=0$) i povećava se s udaljenošću od tog mjesta (sl. 17).



Sl. 17. Filmska kondenzacija uz vertikalnu stijenu

Toplina oslobođena kondenzacijom predaje se stijenci, zbog laminarnog toka kondenzata, samo provođenjem, pa je prema Fourierovu stavku

$$\dot{q}(x) = \frac{\lambda}{\delta(x)} (\vartheta' - \vartheta_s). \quad (84)$$

To se može izraziti i Newtonovim stavkom, pa je

$$\dot{q}(x) = \alpha(x) (\vartheta' - \vartheta_s). \quad (85)$$

Izjednačenjem tih izraza dobiva se izraz za lokalni koeficijent prijelaza topline:

$$\alpha(x) = \frac{\lambda}{\delta(x)}. \quad (86)$$

Lokalna je debljina sloja kondenzata $\delta(x)$ uz vertikalnu stijenu

$$\delta(x) = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\eta(\vartheta' - \vartheta_s)x}{\rho^2 g r}}, \quad (87)$$

gdje je λ koeficijent toplinske vodljivosti kondenzata, η dinamička viskoznost kondenzata, ρ gustoća kondenzata, g ubrzanje sile teže, a r toplina isparivanja kapljevine (J/kg).

Kad se (87) uvrsti u (86), dobiva se lokalni koeficijent prijelaza topline:

$$\alpha(x) = \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g r \lambda^3}{4\eta(\vartheta' - \vartheta_s)x}} \quad (88)$$

koji se smanjuje s porastom debljine sloja kondenzata.

Za praktičnu primjenu zanimljiv je izraz za prosječni koeficijent prijelaza topline na sveukupnoj visini h vertikalne stijenske:

$$\alpha_m = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha(x) dx. \quad (89)$$

Nakon uvrštenja izraza (88) i integriranja dobiva se

$$\alpha_m = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\rho g r \lambda^3}{v(\vartheta' - \vartheta_s)h}}. \quad (90)$$

Fizikalna se svojstva kondenzata (ρ , λ i v) uzimaju za temperaturu $\vartheta_m = (\vartheta' + \vartheta_s)/2$.

Stijenci površine $A = bh$ predaje se toplinski tok

$$\dot{Q} = \alpha_m A (\vartheta' - \vartheta_s), \quad (91)$$

koji s izrazom (90) prelazi u oblik

$$\dot{Q} = 0,943 b \sqrt[4]{\frac{\rho g r \lambda^3 h^3 (\vartheta' - \vartheta_s)^3}{v}}. \quad (92)$$

Pri upotrebi izraza (88), (90) i (92) pojavljuje se teškoća jer se ne zna temperatura stijenske ϑ_s . Zbog toga se najprije računa s pretpostavljenom temperaturom stijenske, koja se onda pomoću prolaza topline od pare na rashladni medij provjerava pomoću izraza

$$\dot{Q} = k A (\vartheta' - \vartheta_{RM}), \quad (93)$$

gdje je k koeficijent prolaza topline, a ϑ_{RM} temperatura rashladnog medija.

Sve se to odnosi na kondenzaciju suhozasićene pare, ali se izrazi mogu upotrijebiti i pri kondenzaciji pregrijane pare, samo se umjesto topline isparivanja r uvrštava razlika specifičnih entalpija pregrijane pare i vrele kapljevine. Dobiveni izrazi vrijede i kad se para kondenzira uz vertikalnu stijenu cijevi ili oko nje. Tada se umjesto širine stijenske b uvrštava unutrašnji ili vanjski opseg cijevi.

Kad se para kondenzira oko horizontalne stijenske cijevi, vanjskog promjera d_2 , prosječni se koeficijent prijelaza topline računa prema izrazu

$$\alpha_m = \sqrt[4]{\frac{\rho g \Delta h \lambda^3}{4v(\vartheta' - \vartheta_s)d_2}}. \quad (94)$$

gdje je Δh razlika specifičnih entalpija pare i vrele kapljevine.

Prosječni je koeficijent prijelaza pri filmskoj kondenzaciji $\alpha_m = 7\,000 \dots 11\,000 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$.

Navedeni izrazi vrijede kad para oko stijenke miruje ili struji brzinom manjom od 10 m/s.

Primjenljivost izraza (90) može se prikazati u bezdimenzijskom obliku uvođenjem bezdimenzijske visine stijenke (K_h) i bezdimenzijske temperature (K_θ):

$$K_h = h \left(\frac{g}{v^2} \right)^{0.33}, \quad (95)$$

$$K_\theta = \frac{\lambda}{\eta r} (\theta' - \theta_s), \quad (96)$$

pa je Nusseltova značajka

$$Nu_m = \frac{\alpha_m (v^2/g)}{\lambda} = 0,943 (K_h K_\theta)^{-0.25}. \quad (97)$$

Izraz (97) pokazuje da s porastom visine h opada prosječni koeficijent prijelaza topline α_m . Opažanja su, međutim, na dugim okomitim cijevima pokazala da se koeficijent prijelaza topline nakon neke duljine povećava. To se pojavljuje zbog prijelaza od laminarnog u turbulentno strujanje kondenzata, što je posljedica povećane težine kondenzatnog filma. Prijelaz se od laminarnog u turbulentni tok ostvaruje kad Reynoldsova značajka dostigne vrijednost

$$Re_\delta = \frac{\bar{w}_x \delta(x)}{v}, \quad (98)$$

gdje je $\bar{w}_x$ prosječna brzina toka kondenzata, a $\delta(x)$ debljina sloja kondenzata. Brzina $\bar{w}_x$ može se izračunati iz masenog protoka $\dot{m}$ za širinu stijenke b , pa je

$$\bar{w}_x = \frac{\dot{m}}{b \rho \delta(x)}, \quad (99)$$

dok se maseni protok kondenzata $\dot{m}$ dobiva pomoću preuzete topline:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{\Delta h}. \quad (100)$$

Ako je $Re_\delta < 10$, film glatko struji niz stijenku te se prosječni koeficijent prijelaza topline α_m može izračunati pomoću izraza (90), odnosno (97).

Kad je $10 < Re_\delta < 75$, film postaje valovit i koeficijent se prijelaza topline računa iz izraza

$$Nu_m = \frac{\alpha_m (v^2/g)}{\lambda} = 1,15 (K_h K_\theta)^{-0.25}. \quad (101)$$

Kad je $75 < Re_\delta < 1200$, počinje prijelaz u turbulentno strujanje filma te mjerenja pokazuju da Nusseltova značajka ima konstantnu vrijednost:

$$Nu_m = \frac{\alpha_m (v^2/g)}{\lambda} = 0,122. \quad (102)$$

Za potpuno oblikovano turbulentno strujanje kondenzata, $Re_\delta > 1200$, preporučuje se empirijski izraz:

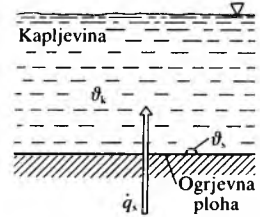
$$\alpha_m = 0,003 \left(\frac{\lambda^3 g \rho^2 (\theta' - \theta_s)}{\eta^3 \Delta h} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (103)$$

Na kraju treba spomenuti da se navedeni izrazi ne smiju upotrijebiti kad se para kondenzira u horizontalnoj cijevi. Tada se, naime, mijenja površina slobodne plohe, što u navedenim izrazima nije uzeto u obzir.

Prijelaz topline pri isparivanju. Temperature su pare i kapljevine u zasićenom stanju jednake ako je uspostavljena međusobna ravnoteža. To vrijedi kad se isparivanje promatra

statički. Zapravo je isparivanje dinamički proces, a potrebna se toplota kapljevinu dovodi preko ogrjevne plohe (sl. 18). Toplina, odnosno gustoća toplinskog toka, služi za faznu pretvorbu, tj. za prijelaz iz kapljevine u paru fazu. Za to je potrebna mala temperaturna razlika između kapljevine i parne faze. Budući da se pri isparivanju toplota prenosi od kapljevine na paru, kapljevinu se mora naći u termodinamički metastabilnom stanju, tj. u stanju pregrijane kapljevine, kad je njezina temperatura θ_k viša od temperature zasićenja θ' za pripadni tlak.

Sl. 18. Dovodjenje topline kapljevinu kroz ogrjevnu plohu

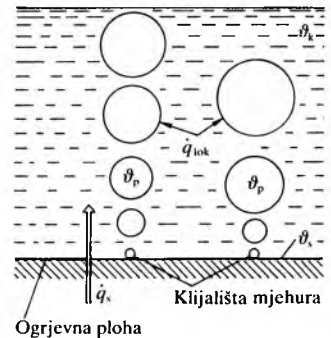


Ovisno o gustoći toplinskog toka $\dot{q}_s$ kroz ogrjevnu plohu i o njezinim svojstvima, proces se isparivanja može odvijati na tri načina: slobodnom konvekcijom, mjehurastim isparivanjem i filmskim isparivanjem.

Isparivanje slobodnom konvekcijom nastaje kad je toplinsko opterećenje ogrjevne plohe maleno, odnosno kad je malena temperaturna razlika $\Delta \theta_s = \theta_s - \theta'$. Toplina se ogrjevne plohe predaje kapljevinu, a zatim se slobodnom konvekcijom prenosi do slobodne površine kapljevine, na kojoj se kapljevinu isparuje.

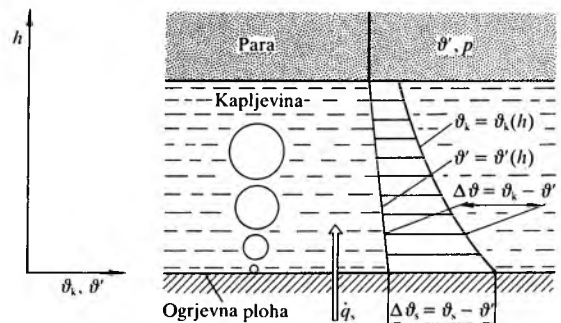
Povećanjem toplinskog opterećenja na ogrjevnoj plohi povećava se i temperaturna razlika $\theta_s - \theta'$, pa se mjestimično stvaraju pami mjehuri. Ta se mjesta nazivaju kljajalištima. Njihov broj raste s porastom toplinskog opterećenja, a pojava im je najvjerojatnija na mjestima najveće hrapavosti ogrjevne plohe.

Sl. 19. Mjehurasto isparivanje; stvaranje i razvoj mjehura



Hrapava mjesta imaju malen, ali ipak konačan polumjer zakrivljenosti, koji omogućuje prvu pojavu mjehura uz manje pregrijavanje kapljevine. Od mjesta kljajališta mjehuri se otkidaju (sl. 19) i dižu prema gore, povećavajući svoj obujam, što je znak isparivanja u stupcu kapljevine. Lokalni prijenos toplinskog toka $\dot{q}_{lok}$ potreban za isparivanje moguć je samo kad postoji temperaturna razlika $\theta_k - \theta'$, što znači da postoji metastabilno stanje kapljevine. Ta se temperaturna razlika smanjuje s povećanjem udaljenosti od ogrjevne plohe (sl. 20).

Pri umjerenom isparivanju pregrijanje vode u stupcu tekućine iznosi $0,3 \dots 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$, a u graničnom sloju ono iznosi $5 \dots 10 \text{ }^\circ\text{C}$.

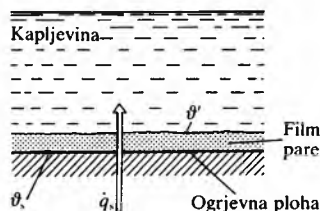


Sl. 20. Mjehurasto isparivanje; temperatura kapljevine θ_k i temperatura isparivanja θ' u stupcu kapljevine

Kad je isparivanje mjehurasto, pretežni dio pare nastaje upravo za dizanja mjehura u stupcu kapljevine.

Dvojaka je uloga ogrjevne plohe pri mjehurastom isparivanju: dovod potrebnog toplinskog toka i stvaranje klizališta mjehura. Važno je spomenuti da pri mjehurastom isparivanju granični sloj uz ogrjevnu plohu neprestano mora biti ispunjen kapljevnom.

Daljim povećavanjem toplinskog opterećenja ogrjevne plohe stvara se na njoj sve više mjehura. Zbog guste populacije mjehura, kapljicina ne može dovoljno brzo pristizati na ogrjevnu plohu, pa se između nje i kapljevite faze stvara tanak film pare (sl. 21).

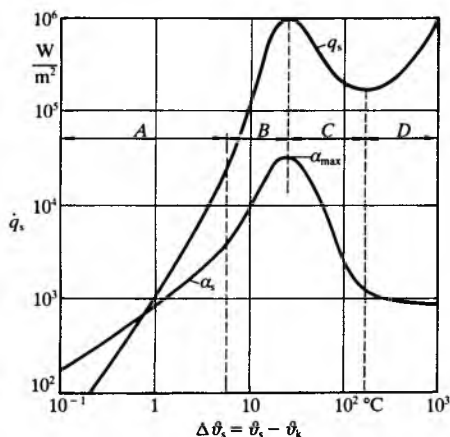


Sl. 21. Filmsko isparivanje

Takvo se isparivanje naziva *filmsko isparivanje*. Budući da se sloj pare ponaša kao toplinska izolacija, pri filmskom se isparivanju postižu vrlo visoke temperature ogrjevne plohe θ_s , pa se kroz nastali parni film najveći dio toplinskog toka prenosi zračenjem.

Pojava takva isparivanja davno je opažena i naziva se *Leidenfrostov efekt*.

Na slici 22 prikazane su prilike pri isparivanju vode, i to pomoću ovisnosti toplinskog toka $\dot{q}_s$ o razlici temperatura $\Delta\theta_s$. U području A temperaturnih razlika kapljicina isparuje slobodnom konvekcijom, u području B kapljicina isparuje mjehurasto, u području C pojavljuje se nestabilno isparivanje, a u području D filmsko isparivanje.



Sl. 22. Ovisnost toplinskog toka $\dot{q}_s$ o razlici temperatura ogrjevne plohe θ_s i temperature kapljevine θ_k (vode, pri atmosferskom tlaku)

Vidi se da se najveća gustoća toplinskog toka pojavljuje pri relativno maloj temperaturnoj razlici $\Delta\theta_s$, pri mjehurastom isparivanju. Kad bi se tolika gustoća toplinskog toka željela ostvariti filmskim isparivanjem, bila bi potrebna velika razlika temperatura $\Delta\theta_s$, uz opasnost da ogrjevna ploha progori.

U istom je dijagramu prikazan i tok promjene koeficijenta prijelaza topline α_s koji je određen izrazom

$$\alpha_s = \frac{\dot{q}_s}{\theta_s - \theta'}. \quad (104)$$

Najveća se vrijednost toga koeficijenta postiže pri mjehurastom isparivanju.

PRIJENOS TOPLINE ZRAČENJEM

Svako tijelo odaje (emitira) i prima (apsorbira) elektromagnetne valove u svjetlosnim kvantima koji se nazivaju fotoni. Budući da je energija fotona malena, proporcionalna frekvenciji i Planckovoj konstanti $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, prijenos se energije

zračenjem može smatrati kontinuiranim spektrom elektromagnetnih valova. Za njihovo širenje nije potreban posrednik, materijalna supstanca, pa se oni mogu širiti i u vakuumu. Elektromagnetni se val širi brzinom c , te ima valnu duljinu λ i frekvenciju ν , pa vrijedi izraz

$$c = \lambda \nu. \quad (105)$$

Dok brzina širenja vala ovisi o mediju kojim se val širi, frekvencija ne ovisi o tom mediju. Stoga iz (105) proizlazi da i valna duljina ovisi o tom mediju. Brzina širenja vala u vakuumu iznosi $3 \cdot 10^8$ m/s. Za prilike u tehničkoj praksi može se računati s tom brzinom širenja, pa će valna duljina biti konstantna.

Tijelo općenito zrači u cjelokupnom spektru valnih duljina, $0 \leq \lambda \leq \infty$. Pritom se ukupno prenesena energija $\dot{I}$ ne raspodjeljuje jednolično na sve valne duljine.

Koliki će se dio energije prenijeti u kojem pojasu valnih duljina ovisi o prilikama u kojima zračenje nastaje i o tome što će se poslije događati s nastalim elektromagnetnim valovima. Područja valnih duljina prikazana su u tablici 2.

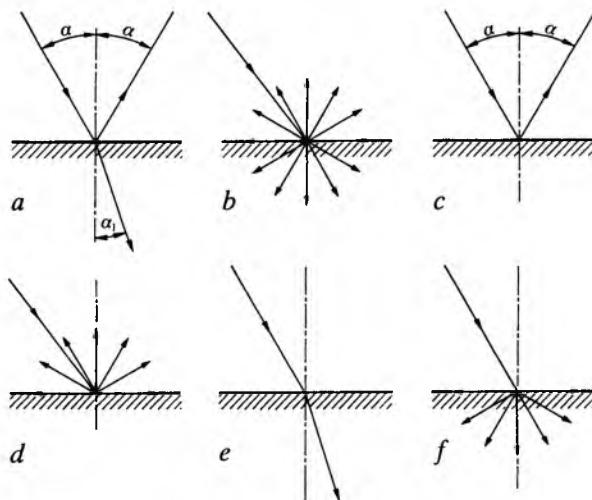
Tablica 2
SPEKTRALNA PODRUČJA ZRAČENJA

Vrsta zračenja	Valna duljina μm
γ -zračenje	$< 5 \cdot 10^{-5}$
Rentgensko zračenje	$10^{-6} \dots 2 \cdot 10^{-2}$
Ultraljubičasto zračenje	$2 \cdot 10^{-2} \dots 0,4$
Svjetlosno zračenje	$0,4 \dots 0,8$
Toplinsko zračenje	$0,8 \dots 400$
Radiofrekvencijsko zračenje	> 400

Od ukupnog spektra ljudsko oko registrira samo područje valnih duljina od 0,4 do 0,8 μm , pa su za njega toplinske zrake nevidljive.

Ukupno zračenje koje dolazi s površine nekog tijela naziva se svjetloća površine. Ona se sastoji od reflektiranog, propuštenog i vlastitog zračenja. Dok reflektirano i propušteno zračenje imaju izvore u drugim tijelima, vlastito zračenje ima izvor u samom tijelu. Svjetloća površine ovisi, dakle, o intenzitnosti stranih izvora zračenja, propusnosti materijala za promatrano zračenje, svojstvima površine tijela s obzirom na refleksiju zračenja (što ovisi o valnoj duljini zraka), te o onim svojstvima o kojima ovisi vlastito zračenje. Međutim, vlastita emitirana energija ne ovisi o vanjskim uvjetima, što potvrđuje i Prevostov stavak: Vlastita emisija nekog prostornog elementa ne ovisi o svojstvima okoliša.

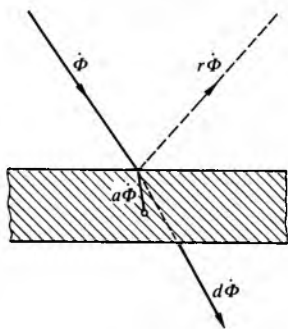
Kad se promatra izmjena topline zračenjem, zanimljivo je zračenje koje je jednoznačno određeno svojstvima promatrane tvari i njezinom temperaturom. Takvo se zračenje naziva *toplinsko (temperaturno) zračenje*. Ovisno o ponašanju prema toplinskom zračenju, površine se tijela mogu razvrstati prema nazivima koji se rabe za vidljivi dio spektra (sl. 23).



Sl. 23. Vrste ploha prema toplinskom zračenju

Površina na slici 23 a naziva se glatka površina. Dio se zračenja koje pod kutom α upada na tu površinu reflektira od nje pod istim kutom, a preostali se dio apsorbira pod kutom α_1 . Površina na slici 23 b dio ukupnog zračenja reflektira, a dio se difuzno apsorbira. Takva se površina naziva hrapavom. Površina na slici 23 c svu dozačenu energiju reflektira pod istim kutom α pod kojim je i dozačena. Ta se površina naziva zrcalnom. Ako površina difuzno reflektira ukupno prispjelo zračenje (sl. 23 d), naziva se bijela površina. Ne postoji, međutim, tijelo koje ukupno zračenje apsorbira u jednom smjeru (sl. 23 e). Površina tijela na slici 23 f difuzno apsorbira ukupno upadno zračenje. To je crna površina.

Refleksija, apsorpcija i propusnost. Ako se nekom tijelu dozačuje tok Φ , dio se $\Phi_R = r\Phi$ reflektira od površine tijela, dio se $\Phi_A = a\Phi$ apsorbira kroz površinu u tijelo, dok se preostali dio dozačenog toka $\Phi_D = d\Phi$ propušta kroz tijelo (sl. 24).



Sl. 24. Apсорpcija, refleksija i propusnost zračenja

Na osnovi zakona o održanju energije vrijedi jednačba

$$\Phi = r\Phi + a\Phi + d\Phi, \quad (106)$$

pa je nakon kraćenja

$$1 = r + a + d, \quad (107)$$

gdje je r koeficijent refleksije, a koeficijent apsorpcije, a d koeficijent propusnosti (dijatermnosti). Navedeni koeficijenti prikazuju udjele reflektirane, apsorbirane i propuštene energije u ukupno dozačenoj energiji.

Za toplinsko su zračenje praktički sva čvrsta tijela nepropusna, pa je $d=0$. Za takva tijela jednačba (107) dobiva oblik

$$1 = r + a. \quad (108)$$

Čvrsto tijelo već na dubini od nekoliko mikrometara postaje praktički nepropusno za toplinske zrake, pa se tada govori o apsorpcijskom koeficijentu površine čvrstog tijela. Treba napomenuti da koeficijent propusnosti nekog tijela ovisi i o valnoj duljini zračenja. Tako je, npr., staklo propusno za svjetlosne zrake ($\lambda = 0,4 \cdots 0,8 \mu\text{m}$), dok je potpuno nepropusno za toplinske zrake ($\lambda = 0,8 \cdots 400 \mu\text{m}$). Ebonit, nasuprot tome, ne propušta svjetlosne zrake, ali je potpuno prozračan za toplinske. U daljim izlaganjima razmatrat će se tijela za koja, što se tiče toplinskog zračenja, vrijedi jednačba (108).

Apsorpcijski koeficijent a ovisi o svojstvima stijenke, njezinoj temperaturi, valnoj duljini zračenja, ali ne ovisi o intenzivnosti dozačene energije.

Refleksijski koeficijent r ovisi o vrsti tijela, svojstvima njegove površine, ali i o vrsti medija koji graniči s površinom tijela.

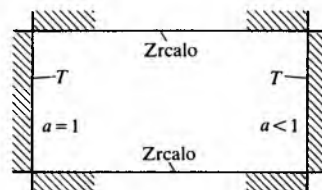
Kirchhoffov stavak. Tijela koja apsorbiraju cjelokupnu dozačenu energiju nazivaju se crna tijela i za njih je $a=1$, odnosno, prema (108), $r=0$. Za tijela koja nisu crna vrijedi da je $a < 1$.

Između vlastite emisije i apsorpcije postoji uska veza što će se pokazati sljedećim razmatranjem. Dvije su međusobno suprotne plohe, od kojih je jedna crna, $a=1$, a druga nije crna, $a < 1$, odjeljene idealnim zrcalima, $r=1$. Stijenke su u međusobnoj toplinskoj ravnoteži, tj. imaju istu temperaturu T . Stijenke i zrcala čine adijabatski sustav (sl. 25).

Vlastita je emitirana energija (odnosno energijski tok) crne površine $\dot{E}_c$, a necrne $\dot{E}$. Necrna površina apsorbira energiju $a\dot{E}_c$, a reflektira prema crnoj energiju $r\dot{E}_c = \dot{E}_c - a\dot{E}_c$. S druge pak strane, crna površina apsorbira od necrne cjelokupno njezino zračenje $\dot{E}$, ali apsorbira i reflektirano zračenje $r\dot{E}_c = \dot{E}_c - a\dot{E}_c$. Apsorbirane i emitirane energije iznose:

za crnu površinu: emitirana energija $\dot{E}_c$ i apsorbirana energija $\dot{E} + \dot{E}_c(1-a)$,

za necrnu površinu: emitirana energija $\dot{E}$ i apsorbirana energija $a\dot{E}_c$.



Sl. 25. Adijabatski sustav za utvrđivanje Kirchhoffova stavka

Da bi bila ispunjena pretpostavljena toplinska ravnoteža (jednakost temperatura!), mora apsorbirana energija biti upravo jednaka emitiranoj, jer bi se inače jedna stijenka hladila, a druga zagrijavala, tj. toplina bi sama od sebe prelazila od hladnije stijenke na topliju, što se protivi drugome glavnom stavku termodinamike.

Budući da mora postojati jednakost između emitirane i apsorbirane energije bilo za crnu, bilo za necrnu površinu, dobiva se jednačba

$$\dot{E}(T) = a(T)\dot{E}_c(T), \quad (109)$$

koja kaže da pri konstantnoj temperaturi svako tijelo emitira toliko zračenja koliko ga i samo apsorbira od crnog tijela iste temperature.

Iz gornje se jednačbe dobiva

$$a(T) = \frac{\dot{E}(T)}{\dot{E}_c(T)}. \quad (110)$$

S druge strane, omjer između emisije necrnog tijela i emisije crnog tijela iste temperature,

$$\epsilon(T) = \frac{\dot{E}(T)}{\dot{E}_c(T)}, \quad (111)$$

naziva se emisijski koeficijent.

Iz (110) i (111) proizlazi da su pri konstantnim i jednakim temperaturama tijela emisijski $\epsilon(T)$ i apsorpcijski $a(T)$ koeficijent međusobno jednaki, tj. $\epsilon=a$. To je *Kirchhoffov stavak*.

Crno tijelo. Već je rečeno da crno tijelo apsorbira cjelokupnu dozačenu energiju, pa mu je apsorpcijski koeficijent $a=1$, a prema (108) koeficijent je refleksije $r=0$. Savršena apsorpcija crnog tijela vrijedi za sve valne duljine zračenja i za sve kutove dozačivanja. Osim savršene apsorpcije, crno tijelo ima i svojstvo savršene emisije i emisijsku izotropnost.

Savršena emisija znači da crno tijelo u ravnotežnom stanju emitira upravo onoliko energije koliko je i apsorbira. Kako crno tijelo na određenoj temperaturi maksimalno apsorbira, ono na toj temperaturi i maksimalno emitira.

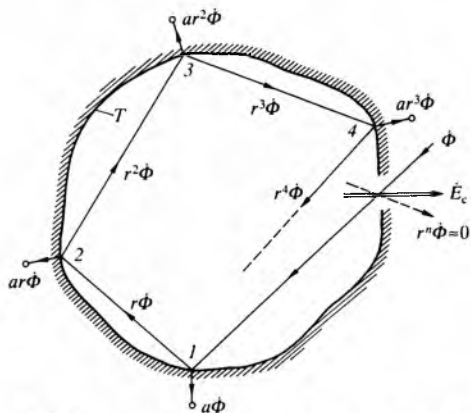
Emisijska izotropnost crnog tijela znači da ukupno zračenje koje se emitira prema crnom tijelu ne ovisi o njegovu položaju u prostoru. Kao savršeni apsorber crno tijelo postaje etalon za usporedbu izmjene topline zračenjem s tijelima koja nisu crna. Samo se nekoliko tijela u prirodi, npr. tzv. crni ugljik i karborund, približava svojim svojstvima crnom tijelu.

Pitanje je kako umjetno napraviti tijelo koje bi zračilo kao crno tijelo. Uvjeti koje takvo tijelo mora ispuniti jesu: a) koeficijent refleksije njegove površine mora biti jednak nuli ($r=0$); b) koeficijent propusnosti također mora biti jednak nuli ($d=0$); c) unutar takva tijela ne smije postojati disperzija zračenja koja bi omogućavala da dio neapsorbiranog zračenja umakne kroz površinu.

Te uvjete ispunjava otvor jednolično temperirane šupljine (sl. 26).

Zraka intenzivnosti Φ neoslabljena pogađa stijenku izotermne šupljine kroz otvor površine A_0 . Upadna se zraka ne reflektira u samom otvoru, jer se s obje strane otvora nalazi isti medij, propustan za toplinske zrake. Dio će se energije $a\Phi$ apsorbirati u šupljini u točki 1, a dio će se energije $r\Phi$ reflektirati i pogoditi površinu šupljine na mjestu 2 gdje će se pak apsorbirati energija $ar\Phi$, a preostali će se dio energije $r^2\Phi$ reflektirati od mjesta 2 i pogoditi površinu šupljine na mjestu 3 pa će se tu apsorbirati

energija $ar^2\Phi$, a reflektirati energija $r^3\Phi$ itd. Nakon n takvih uzastopnih apsorpcija i refleksija oslabljena će se zraka $r^n\Phi$ reflektirati kroz otvor šupljine. Ako je taj otvor dovoljno malen prema veličini šupljine, upadna će se zraka nakon velikog broja reflektiranja i apsorbaranja unutar šupljine potpuno oslabljene intenzivnosti $r^n\Phi \approx 0$ reflektirati kroz šupljinu. Time je ispunjen uvjet a .



Sl. 26. Zračenje u temperiranoj šupljini s malim otvorom

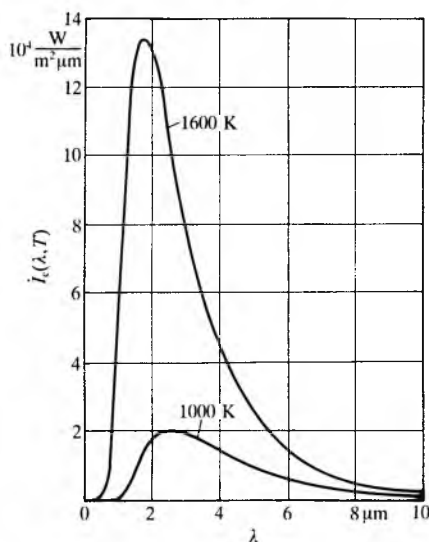
Zračenje crnog tijela. Energija zračenja crnog tijela raspodjeljuje se prema Planckovu zakonu zračenja, po kojem je intenzivnost zračenja $\dot{I}_c(\lambda, T)$, kao funkcija valne duljine λ i temperature T , određena izrazom

$$\dot{I}_c(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(\exp \frac{c_2}{\lambda T} - 1 \right)}, \quad (112)$$

gdje su konstante c_1 i c_2 dobivene iz teorijsko-eksperimentalnih rezultata. Njihove su vrijednosti $c_1 = 2\pi h c^2 = 3,7417749 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$ i $c_2 = hc/k = 1,43769 \cdot 10^{-2} \text{ K m}$.

Raspodjelu intenzivnosti zračenja po valnim duljinama λ za različite temperature prikazuje slika 27. Vidi se da se maksimum intenzivnosti zračenja pomiče u područje kraćih valnih duljina kako se povećava temperatura crnog tijela. Valna duljina pri kojoj se dobiva maksimalna intenzivnost zračenja određuje se računanjem maksimuma za izraz (112), pa se dobiva

$$\lambda_{\max} = \frac{0,28978 \cdot 10^{-2}}{T}, \quad (113)$$


 Sl. 27. Ovisnost intenzivnosti zračenja crnog tijela $\dot{I}_c$ o valnoj duljini λ

Taj se pomak intenzivnosti zračenja u ovisnosti o temperaturi naziva *Wienov zakon pomaka*.

Integriranjem jednadžbe (112) po ukupnom intervalu malih valnih duljina dobiva se vlastito zračenje elemenata površine crnog tijela (zračenje elemenata površine u hemisferu):

$$\dot{E}_c = \pi \int_0^\infty \dot{I}_c(\lambda, T) d\lambda = \pi \int_0^\infty \frac{c_1 d\lambda}{\lambda^5 \left(\exp \frac{c_2}{\lambda T} - 1 \right)} = \sigma T^4, \quad (114)$$

gdje je $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$ univerzalna konstanta zračenja crnog tijela. Tu je konstantu L. Boltzmann izračunao teorijski, dok je približno jednaku vrijednost eksperimentalno potvrdio J. Stefan, pa je izraz (114) poznat kao *Stefan-Boltzmannov zakon*.

Radi jednostavnijeg računanja jednadžba se (114) često piše i u obliku

$$\dot{E}_c = C_c \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (115)$$

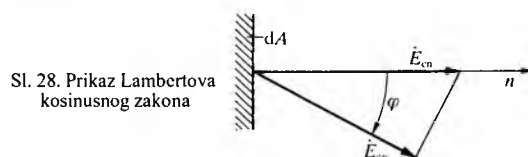
gdje je

$$C_c = 100^4 \sigma = 5,67 \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4). \quad (116)$$

Emisija crne površine ili otvora izotermne šupljine mora biti najveća u smjeru normale na element površine dA i iznosi $\dot{E}_{cn}$. Ako se sa $\dot{E}_{c\varphi}$ označi emisija u smjeru koji je za kut φ zakrenut od normale (sl. 28), ona se izračunava prema *Lambertovu kosinusnom zakonu*:

$$\dot{E}_{c\varphi} = \dot{E}_{cn} \cos \varphi. \quad (117)$$

Kut φ može biti u granicama $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.



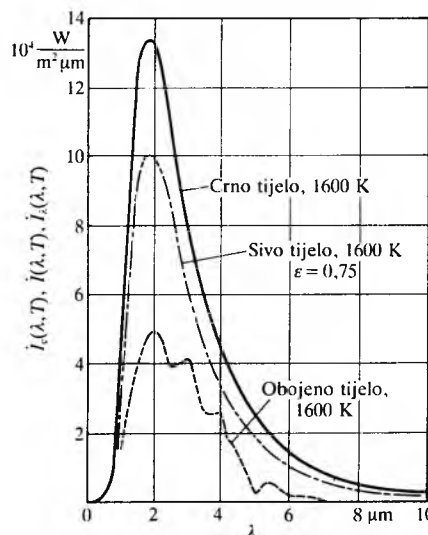
Sl. 28. Prikaz Lambertova kosinusnog zakona

Zračenje necrnih tijela. Zračenje necrnih tijela bitno se razlikuje od zračenja crnog tijela, jer ona, općenito, imaju drugačiju raspodjelu intenzivnosti zračenja s obzirom na valne duljine pa za njih, općenito, ne vrijedi Lambertov kosinusni zakon. Necrna se tijela prema toplinskom zračenju mogu svrstati u siva i obojena tijela.

Sivim tijelima monokromatski apsorpcijski koeficijent $a_\lambda(\lambda, T)$ ne ovisi o valnoj duljini, pa je $a_\lambda(\lambda, T) = a(T) = \text{const}$. Zbog toga je intenzivnost zračenja sivih tijela određena izrazom

$$\dot{I}(\lambda, T) = a(T) \dot{I}_c(\lambda, T), \quad (118)$$

što znači da je intenzivnost zračenja sivog tijela manja od intenzivnosti zračenja crnog tijela. To je smanjenje definirano apsorpcijskim koeficijentom $a(T) < 1$ koji ovisi o temperaturi, ali ne ovisi o valnoj duljini (sl. 29).



Sl. 29. Ovisnost intenzivnosti zračenja crnog, sivog i obojenog tijela o valnoj duljini

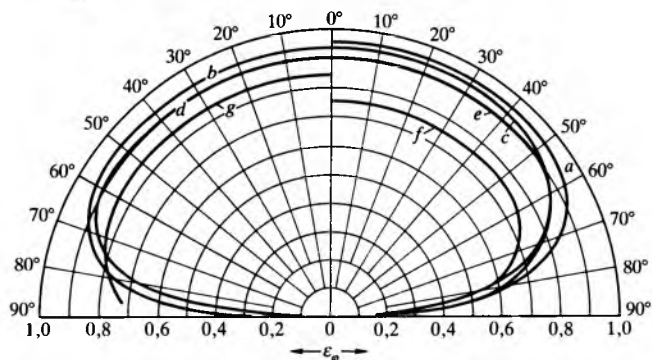
Budući da je prema Kirchhoffovu stavku $a(T) = \varepsilon(T)$, emitirano se zračenje sivog tijela računa prema izrazu

$$\dot{E}(T) = \varepsilon(T) \dot{E}_c(T) = \varepsilon(T) \sigma T^4 = \varepsilon(T) C_c \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (119)$$

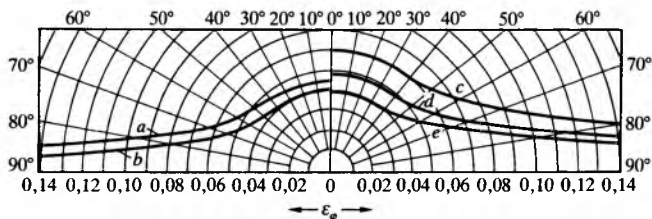
Obojeno tijelo ima monokromatski apsorpcijski koeficijent koji ovisi o valnoj duljini zračenja. Primjer raspodjele intenzivnosti zračenja obojenog tijela uz konstantnu temperaturu prikazuje slika 29. Emitirano zračenje obojenog tijela, uzimajući u obzir Kirchhoffov stavak, računa se iz izraza

$$\dot{E}(T) = \varepsilon_\lambda(T) \sigma T^4 = \varepsilon_\lambda \nu(T) C_c \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (120)$$

Raspodjela zračenja obojenih i sivih tijela u smjeru koji je za kut φ zakrenut od normale na površinu znatno se razlikuje od Lambertova kosinusnog zakona. Ovisnost emisijskog koeficijenta ε_φ o kutu φ za neke tvari vidi se na slici 30, 31 i 32.

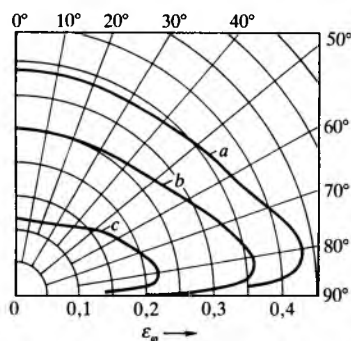


Sl. 30. Ovisnost vrijednosti emisijskih koeficijenata ε_φ o kutu zakreta φ od normale. a vlažni led, b drvo, c staklo, d papir, e ilovača, f bakreni oksid, g hrapavi korund



Sl. 31. Ovisnost vrijednosti emisijskih koeficijenata ε_φ o kutu zakreta φ od normale. a polirani nikal, b nepolirani nikal, c krom, d mangan, e aluminij

Emisijski se koeficijent ε ukupnog zračenja razlikuje od emisijskog koeficijenta ε_n u smjeru normale. Ako nema točnijih mjerenja, može se u prosjeku računati sa sljedećim vrijednostima: $\varepsilon = 1,2 \varepsilon_n$ za glatke metalne površine, $\varepsilon = 0,98 \varepsilon_n$ za hrapave površine izolatora, $\varepsilon = 0,95 \varepsilon_n$ za ostale glatke površine.



Sl. 32. Ovisnost vrijednosti emisijskih koeficijenata ε_φ o kutu zakreta φ od normale. a bizmut, b alumi-nijska bronca, c nepolirano željezo

U tablici 3 nalaze se podatci o vrijednostima empirijskih koeficijenata u smjeru normale na površinu niza tvari s podatcima o stanju njihove površine i o temperaturi.

Tablica 3
VRIJEDNOSTI EMISIJSKOG KOEFICIJENTA POVRŠINSKOG
ZRAČENJA U SMJERU NORMALE, ε_n

Tvar	Površina	Temperatura °C	ε_n
Aluminij	valjana sjajno polirana	170	0,039
		225	0,039
Bakar	polirana slabo zagazita grebena oksidirana crno oksidirana	20	0,030
		20	0,037
		20	0,070
		130	0,76
		20	0,78
Bizmut	sjajna	80	0,34
Cink	pocinčani željezni lim polirana zagazita	28	0,23
		230	0,045
		50...280	0,21
Krom	polirana	150	0,058
Mangan	glatko valjana	120	0,048
Mjed	polirana zagazita	20	0,050
		—	0,222
Nikal	polirana poniklani željezni lim, polirana zagazita	230	0,070
		20	0,054...0,060
		20	0,109...0,113
Olovo	polirana polirana oksidirana	130	0,056
		230	0,074
		28	0,280
Platina	sjajno polirana sjajno polirana	230	0,054
		630	0,105
Srebro	polirana polirana	230	0,02
		630	0,032
Zlato	polirana polirana	20	0,02...0,030
		225	0,018
Željezo	sjajno jetkana sjajno brušena crveno zadržala valjana lijevana jako zadržala	150	0,128
		20	0,24
		20	0,61
		20	0,77
		100	0,80
		20	0,85
Drvo	glatka	20	0,8...0,9
Glina	pečena	70	0,91
Korundni prah na papiru	hrapava	80	0,86
Krovna ljepanka	—	20	0,93
Led	glatka, voda sirova ledena kora	0	0,96
		0	0,98
Opeka	sirova, neožbukana	20	0,93
Papir	—	20	0,80...0,90
Porculan	ocakljena	20	0,92
Sadra	—	20	0,90
Silikatni kamen	hrapava	1000	0,80
Staklo	glatka	20	0,94
Svilena tkanina	—	20	0,77
Šamotni kamen	ocakljena	1000	0,75
Tvrda guma	—	—	0,95
Ugljen	brušena	620	0,79
Vapnena žbuka	hrapava	20	0,93
Žbuka	—	20	0,93
Premaz s alumi-nijskom broncom	—	100	0,20...0,40
Caklina (emajl)	—	20	0,85...0,95
Minijski premaz	—	100	0,93
Pokost za grijalice	—	100	0,93

Selektivno zračenje plinova. Za razliku od čvrstih i kapljevitih tijela, plinovi su više ili manje prozračni za toplinske zrake ($d=1$). Jednoatomni i dvoatomni plinovi mogu se smatrati potpuno prozračnima. Međutim, troatomni plinovi (npr. CO_2) emitiraju i apsorbiraju toplinsko zračenje samo u nekim, za plin karakterističnim pojasima spektra. Za ostale su pojase spektra troatomni plinovi potpuno prozračni, pa su tada njihova emisija i apsorpcija jednake nuli.

Unutar pojasa zračenja plin se prema prispjelome crnom zračenju može ponašati kao crno, sivo ili obojeno tijelo. Apsorpcijske pojase za H_2O i CO_2 prikazuje tablica 4.

Tablica 4

APSORPCIJSKI POJASI UGLJIČNOG DIOKSIDA I VODENE PARE

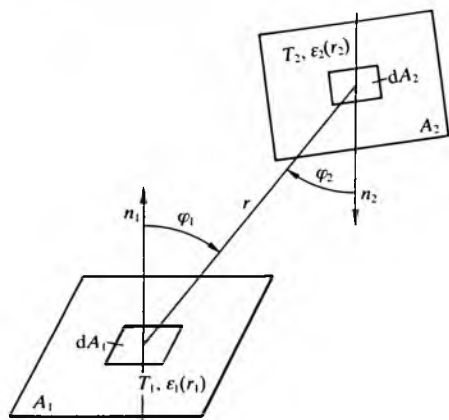
Pojas	Širina pojasa μm
CO_2	I 2,36...3,02
	II 4,01...4,80
	III 12,50...16,50
H_2O	I 2,24...3,27
	II 4,8...8,5
	III 12...25

Izmjena topline zračenjem

Dosad se promatralo zračenje jednog tijela. Obično se međutim, radi o dva ili više tijela koje međusobno izmjenjuju energiju zračenjem. Pritom ne zrači samo toplije tijelo hladnijem, nego i hladnije tijelo zrači toplijem. Računanje izmijenjene topline između crnih tijela relativno je jednostavno, jer crno tijelo apsorbira svu energiju koja mu se dozračuje. Pritom je najveći problem odrediti geometrijski faktor konfiguracije.

Ako se radi o uzgjeni topline zračenjem između necrnih tijela, problem je složeniji, jer sva energija koja se dozračuje promatranom tijelu neće biti potpuno apsorbirana, nego će se dio energije reflektirati prema drugom tijelu, a dio se može reflektirati i izvan sustava.

Općenit smještaj ploha u prostoru. Promatrat će se dvije u prostoru po volji smještene crne plohe ploštinâ A_1 i A_2 i temperatura T_1 i T_2 koje međusobno izmjenjuju toplinu zračenjem (sl. 33).



Sl. 33. Uz određivanje faktora konfiguracije

Da bi se odredila energija koja se izmjenjuje među dvjema plohamâ, potrebno je odrediti *faktor konfiguracije*. To je omjer između energije zračenja kojom prva ploha ozračuje drugu i ukupnog zračenja prve plohe. Faktor konfiguracije naziva se i vidni faktor, kutni faktor ili faktor oblika.

Na slikama 34 do 38 nalaze se podatci za vrijednosti faktora konfiguracije za nekoliko međusobno različito postavljenih ploha.

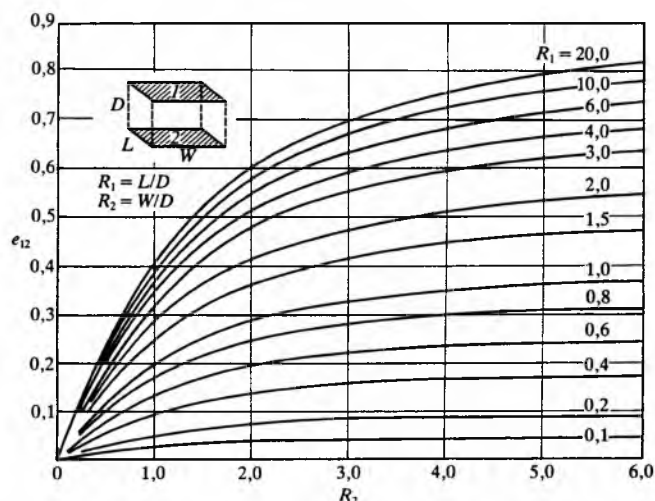
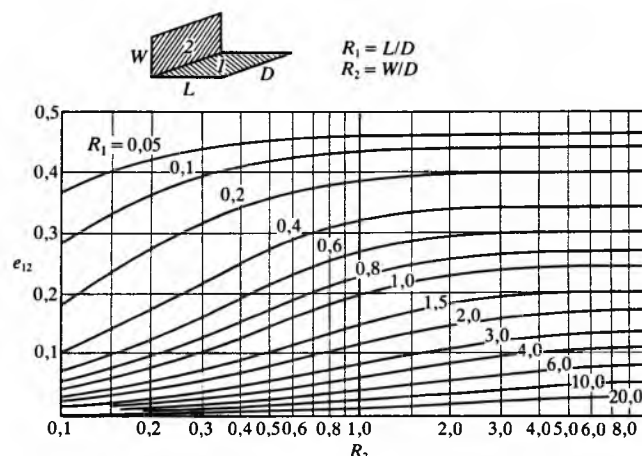
Energija koju zrači ploha 1 i kojom ozračuje plohu 2 iznosi $\dot{E}_{c1} A_1 e_{12}$, gdje je e_{12} faktor konfiguracije plohe 1 u odnosu na plohu 2. Analogno, energija koju zrači ploha 2 i kojom ploha 2 ozračuje plohu 1 iznosi $\dot{E}_{c2} A_2 e_{21}$.

Kad su površine crne, izmjena je topline jednaka razlici navedenih dozračenih energija:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{E}_{c1} A_1 e_{12} - \dot{E}_{c2} A_2 e_{21}. \quad (121)$$

Faktori konfiguracije ne ovise o toplinskim stanjima tijela ni o njihovim emisijskim koeficijentima, pa se njihova međusobna veza pronalazi iz uvjeta toplinske ravnoteže tijela, $T_1 = T_2$. Tada je $\dot{Q}_{12} = 0$ i $\dot{E}_{c1} = \dot{E}_{c2}$, te se iz (121) dobiva

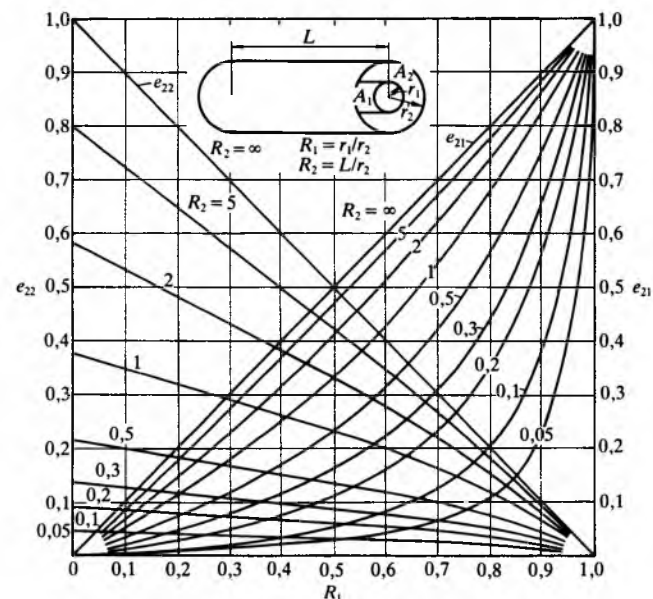
$$A_1 e_{12} = A_2 e_{21}. \quad (122)$$

Sl. 34. Vrijednosti faktora konfiguracije e_{12} za dvije paralelne ploheSl. 35. Vrijednosti faktora konfiguracije e_{12} za dvije međusobno okomite plohe

Pomoću jednakosti (122) može se izraz (121) napisati u obliku

$$\dot{Q}_{12} = A_1 e_{12} (\dot{E}_{c1} - \dot{E}_{c2}) = A_2 e_{21} (\dot{E}_{c1} - \dot{E}_{c2}). \quad (123)$$

Da bi se mogli upotrijebiti izrazi (121) ili (123), treba odrediti vrijednost e_{12} ili e_{21} . U tu će se svrhu promotriti dvije elementarne plohe dA_1 i dA_2 na plohamâ A_1 i A_2 . Spojnica r središta elementarnih ploha zatvara s njihovim normalama kutove ϕ_1 i ϕ_2 (sl. 33).

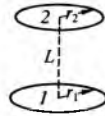
Sl. 36. Vrijednosti faktora konfiguracije e_{22} i e_{21} za dvije cilindrične plohe

Ploha dA_2 vidi se s plohe dA_1 pod prostornim kutom

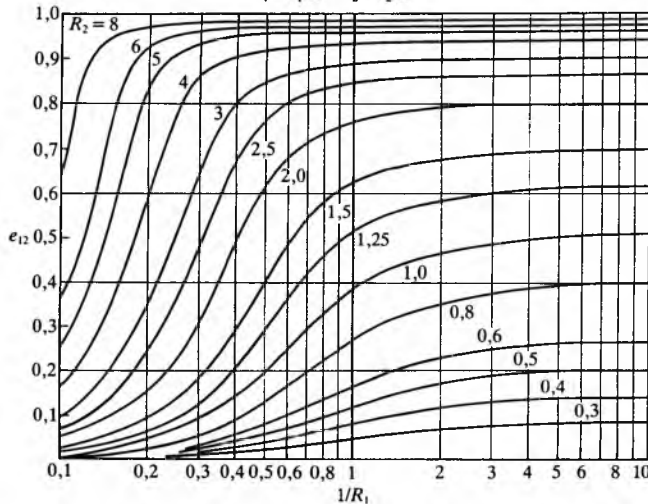
$$d\Omega_1 = \frac{dA_2 \cos \varphi_2}{r^2}, \quad (124)$$

a ploha dA_1 vidi se s plohe dA_2 pod prostornim kutom

$$d\Omega_2 = \frac{dA_1 \cos \varphi_1}{r^2}. \quad (125)$$



$$R_1 = r_1/L, \quad R_2 = r_2/L$$



Sl. 37. Vrijednosti faktora konfiguracije e_{12} za dvije okrugle paralelne plohe

U smjeru normale n_1 emitira se energija:

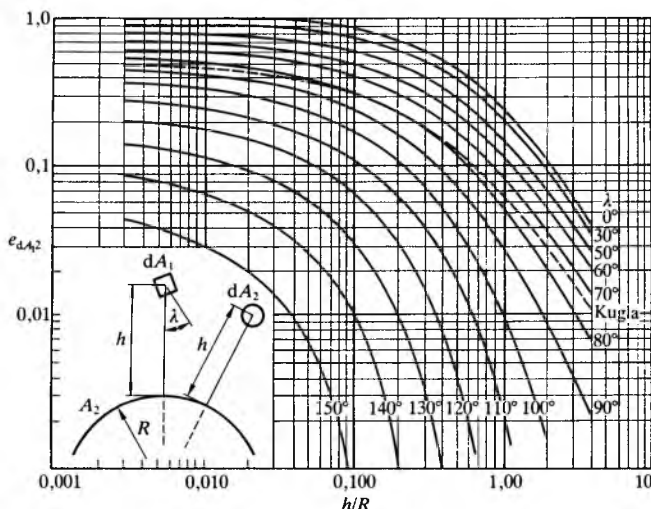
$$\frac{\dot{E}_{c1}}{\pi} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi}, \quad (126a)$$

a u smjeru normale n_2 :

$$\frac{\dot{E}_{c2}}{\pi} = \frac{\sigma T_2^4}{\pi}. \quad (126b)$$

Ako se uzme u obzir Lambertov zakon, zračenja u smjeru spojnice r bit će

$$\frac{\sigma T_1^4}{\pi} \cos \varphi_1 dA_1; \quad \frac{\sigma T_2^4}{\pi} \cos \varphi_2 dA_2. \quad (127)$$



Sl. 38. Vrijednosti faktora konfiguracije za kvadratnu plohu te kružnu plohu s jedne i s druge strane kugle

Od zračenja plohe 1 na plohu 2 dopire energija:

$$d^2 \dot{E}_{c12} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \cos \varphi_1 dA_1 d\Omega_1, \quad (128)$$

pa je nakon uvrštenja izraza (124) za $d\Omega_1$

$$d^2 \dot{E}_{c12} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \cdot \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dA_1 dA_2. \quad (129)$$

Analogno se dobiva za zračenje plohe 2 koje dopire na plohu 1

$$d^2 \dot{E}_{c21} = \frac{\sigma T_2^4}{\pi} \cdot \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dA_1 dA_2. \quad (130)$$

Razlika između dozračenih energija predstavlja izmjenu topli-
ne između tih dviju elementarnih ploha:

$$\dot{Q}_{12} = \sigma (T_1^4 - T_2^4) \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2 \pi} dA_1 dA_2, \quad (131)$$

odnosno, u skladu s izrazom (114):

$$\dot{Q} = (\dot{E}_{c1} - \dot{E}_{c2}) \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2 \pi} dA_1 dA_2. \quad (132)$$

Iz usporedbe s izrazom (123) slijedi

$$A_1 e_{12} = A_2 e_{21} = \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2 \pi} dA_1 dA_2, \quad (133)$$

odakle se određuju vrijednosti faktora konfiguracije e_{12} i e_{21} .

Da bi se odredila vrijednost integrala, moraju biti poznati geometrijski oblici obiju ploha.

Izmjena topline zračenjem između necrnih tijela. Za određivanje izmjene topline zračenjem između necrnih tijela pretpostavlja se da sve plohe imaju difuzno svojstvo i da su emisijski i refleksijski koeficijenti konstantni po cijeloj plohi.

Ukupna energija zračenja necrne plohe, koja se naziva i svjetloćom, iznosi za koeficijent propusnosti $d=0$:

$$\dot{K} = \varepsilon \dot{E}_c + r \dot{G}, \quad (134)$$

gdje je $\dot{G}$ ukupna energija dozračena na promatranu plohu. Budući da je $d=0$, to je prema (108) koeficijent refleksije $r=1-\varepsilon$, odnosno prema Kirchhoffovu stavku $r=1-\varepsilon$, pa je ukupna energija zračenja necrne plohe

$$\dot{K} = \varepsilon \dot{E}_c + (1-\varepsilon) \dot{G}. \quad (135)$$

Energija zračenja koje napušta promatranu plohu jednaka je razlici između zračenja $\dot{K}$ i $\dot{G}$, pa ta energija po jedinici površine iznosi

$$\frac{\dot{Q}_{12}}{A} = \varepsilon (\dot{E}_c - \dot{G}). \quad (136)$$

Ako se $\dot{G}$ izrazi pomoću $\dot{K}$ u izrazu (135), dobiva se

$$\frac{\dot{Q}_{12}}{A} = \frac{\dot{E}_c - \dot{K}}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}. \quad (137)$$

Potrebno je još promotriti izmjenu energije između dviju necrnih ploha. Od ukupne energije što je zrači ploha površine A_1 energija dozračena plohi površine A_2 iznosi $\dot{K}_1 A_1 e_{12}$, a od ukupne energije što je zrači ploha površine A_2 stiže do plohe površine A_1 energija $\dot{K}_2 A_2 e_{21}$. Toplina razmijenjena između tih ploha jednaka je razlici energija:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{K}_1 A_1 e_{12} - \dot{K}_2 A_2 e_{21}. \quad (138)$$

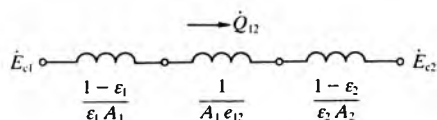
Budući da vrijedi jednakost (122), izraz (138) može se napisati u obliku

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\dot{K}_1 - \dot{K}_2}{\frac{1}{A_1 \epsilon_{12}}} \quad (139)$$

Nazivnici u izrazima (137) i (139) mogu se smatrati otporima zračenju, pa je nazivnik izraza (137) *otpor površine*, a nazivnik izraza (139) *otpor prostora*, te se strujanje toplinskog toka između dviju ploha može prikazati shemom na slici 39. Toplinski je tok određen izrazom

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\dot{E}_{e1} - \dot{E}_{e2}}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 \epsilon_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 \epsilon_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}}, \quad (140)$$

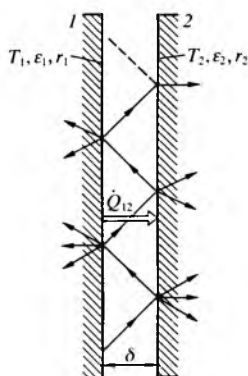
koji je analogan Ohmovu zakonu u elektrotehnici. U brojniku se nalazi razlika potencija, a u nazivniku zbroj otpora.



Sl. 39. Shema spoja otpora površine i otpora prostora za određivanje toplinskog toka zračenja između dviju ploha

Paralelne beskonačne bliske stijenke. Ako se promatraju beskonačne paralelne bliske stijenke jednakih površina, $A_1 = A_2$, bit će faktor konfiguracije $\epsilon_{12} = 1$, jer cjelokupno zračenje prve stijenke pogađa drugu stijenku (sl. 40). Izmijenjeni se toplinski tok $\dot{Q}_{12}$ dobiva tako da se u (140) uvrsti $A_1 = A_2 = A$ i $\epsilon_{12} = 1$, pa je

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (141)$$



Sl. 40. Zračenje između dviju paralelnih bliskih stijenki

Ako su obje stijenke crne, tada je $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, pa će izmijenjeni toplinski tok biti

$$\dot{Q}_{12} = A\sigma(T_1^4 - T_2^4). \quad (142)$$

Ako je samo stijenka 2 crna, tada je $\epsilon_2 = 1$, a $\epsilon_1 < 1$, pa je

$$\dot{Q}_{12} = A\epsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4). \quad (143)$$

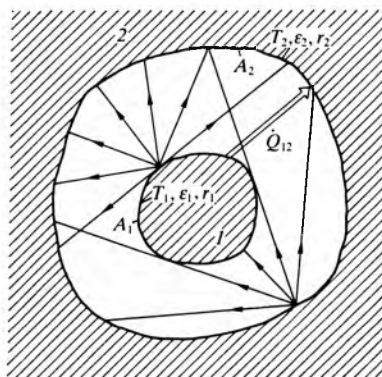
Obuhvaćeno tijelo. Izmjena topline zračenjem s obuhvaćenim tijelom (sl. 41) također se može odrediti pomoću izraza (140) ako se u njega uvrsti faktor konfiguracije $\epsilon_{12} = 1$. Tada se dobiva

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)}. \quad (144)$$

Omjer površina A_1/A_2 može imati vrijednosti u granicama $0 \leq A_1/A_2 \leq 1$. Ako je tijelo koje obuhvaća crno, tada je $\epsilon_2 = 1$, odnosno ako se obuhvaćeno tijelo svede na točku ($A_1 \rightarrow 0$) ili ako ono zrači u beskonačni prostor, tada $A_1/A_2 \rightarrow 0$, pa izraz (144) dobiva oblik

$$\dot{Q}_{12} = A_1\epsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4). \quad (145)$$

Kad je $A_1/A_2 = 1$, izraz (144) prelazi u (141), koji vrijedi za paralelne beskonačne bliske stijenke.

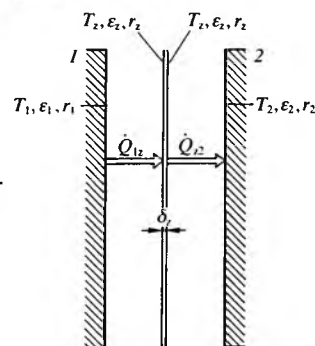


Sl. 41. Zračenje obuhvaćenog tijela

Zračenje s međustijenkom. Često je u praksi potrebno smanjiti izmjenu topline zračenjem. To se postiže pomoću stijenke visokih refleksijskih koeficijenata ili umetanjem međustijenke (zaslon, zastor) između izmjenjivačkih površina.

Promotrit će se izmjena topline između dviju beskonačnih stijenki s umetnutom međustijenkom (zaslonom) (sl. 42). Međustijenka će u stacionarnom stanju zadobiti ravnotežnu temperaturu T_z , a uvjet stacionarnosti proizlazi iz jednakosti toplinskog toka koji od stijenke 1 stiže na međustijenku, odnosno toka koji se od međustijenke zračenjem prenosi na stijenku 2. Dakle, moraju vrijediti jednakosti

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{1z} = \left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{z2} = \frac{\dot{Q}}{A}. \quad (146)$$



Sl. 42. Zračenje između paralelnih ploha s umetnutom međustijenkom

Ako se promatra izmjena topline između stijenke i međustijenke kao izmjena između beskonačnih paralelnih bliskih stijenki, onda, prema (141), sustav jednačbi (146) prelazi u oblik

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_z^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_z} - 1} = \frac{\sigma(T_z^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_z} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}. \quad (147)$$

Iz te jednačbe proizlazi ravnotežna temperatura T_z :

$$T_z^4 = \frac{\frac{T_1^4}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_z} - 1} + \frac{T_2^4}{\frac{1}{\epsilon_z} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}}{\frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_z} - 1} + \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_z} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}}. \quad (148)$$

Ako se (148) uvrsti u (147), dobiva se

$$\frac{\dot{Q}_{12}}{A} = \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1 + \left(\frac{2}{\epsilon_z} - 1\right)}. \quad (149)$$

Izraz (149) pokazuje da treba odabrati međustijenku sa što manjim emisijskim koeficijentom ϵ_z ako se želi smanjiti izmjena

toplina zračenjem. Ako bi se između stijenki 1 i 2 postavilo n međustijenki s emisijskim koeficijentima $\varepsilon_{z1}, \varepsilon_{z2}, \dots, \varepsilon_{zn}$, tada bi se u stacionarnom stanju izmjenjivala gustoća toplinskog toka:

$$\frac{\dot{Q}_{12}^{(n)}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + \left(\frac{2}{\varepsilon_{z1}} - 1\right) + \left(\frac{2}{\varepsilon_{z2}} - 1\right) + \dots + \left(\frac{2}{\varepsilon_{zn}} - 1\right)}. \quad (150)$$

Ako bi pak emisijski koeficijenti međustijenki i zaslona bili jednaki, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{z1} = \varepsilon_{z2} = \dots = \varepsilon_{zn}$, izmjenjivala bi se gustoća toplinskog toka:

$$\frac{\dot{Q}_{12}^{(n)}}{A} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\dot{Q}_{12}}{A}, \quad (151)$$

gdje je $\dot{Q}_{12}/A$ gustoća toplinskog toka bez međustijenki.

Međustijenke se mogu upotrijebiti i kad je tijelo obuhvaćeno (sl. 43). U stacionarnom stanju za obuhvaćeno tijelo mora vrijediti jednakost toplinskog toka između stijenki i međustijenki, koja se dobiva prema izrazu (144):

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma(T_1^4 - T_z^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_z} \left(\frac{1}{\varepsilon_z} - 1\right)} = \frac{A_z \sigma(T_z^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_z} + \frac{A_z}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}. \quad (152)$$

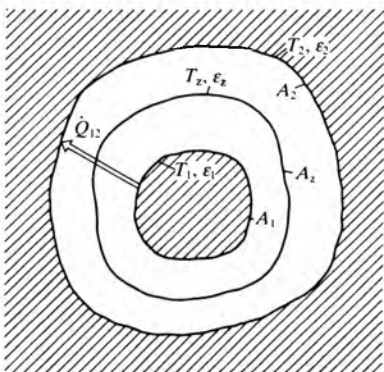
Iz te se jednakosti može odrediti ravnotežna temperatura T_z^4 :

$$T_z^4 = \frac{\frac{A_1 T_1^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_z} \left(\frac{1}{\varepsilon_z} - 1\right)} + \frac{A_z T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_z} + \frac{A_z}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_z} \left(\frac{1}{\varepsilon_z} - 1\right) + \frac{1}{\varepsilon_z} + \frac{A_z}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}. \quad (153)$$

Ako se ta temperatura uvrsti u jedan od izraza (152), dobiva se izraz za izmjenu toplinskog toka:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \frac{A_1}{A_z} \left(\frac{1}{\varepsilon_z} - 1\right)}, \quad (154)$$

koji se razlikuje od izraza (144) za član u nazivniku koji prikazuje utjecaj međustijenke.



Sl. 43. Zračenje obuhvaćenog tijela s umetnutom međustijenkom

Ukupni koeficijent prijelaza topline. Ako površina nekog tijela ima temperaturu ϑ_s (sl. 44), a okružena je fluidom temperature ϑ_∞ koji je prozračan za toplinske zrake i tijelima temperature ϑ_b , onda će površina toga tijela izmjenjivati toplinu konvekcijom i zračenjem.

Toplina koja se izmjenjuje zračenjem određuje se općenito prema izrazu (140):

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_s^4 - T_b^4)}{\frac{1 - \varepsilon_s}{A_s \varepsilon_s} + \frac{1}{A_s \varepsilon_{sb}} + \frac{1 - \varepsilon_b}{A_b \varepsilon_b}}. \quad (155)$$

Taj se izraz može napisati i u obliku

$$\dot{Q}_{12} = A_s \alpha_z (T_s - T_\infty), \quad (156)$$

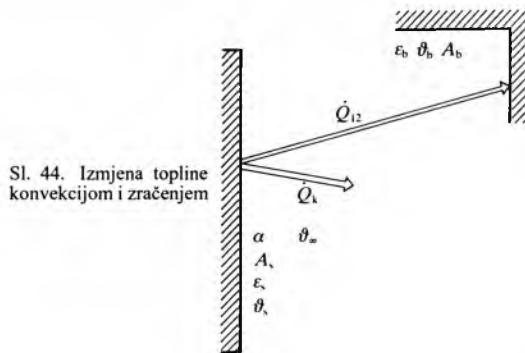
gdje je α_z koeficijent prijelaza topline zračenjem koji se određuje izjednačenjem izraza (155) i (156), pa se dobiva

$$\alpha_z = \frac{1}{A_s (T_s - T_\infty)} \cdot \frac{\sigma(T_s^4 - T_b^4)}{\frac{1 - \varepsilon_s}{A_s \varepsilon_s} + \frac{1}{A_s \varepsilon_{sb}} + \frac{1 - \varepsilon_b}{A_b \varepsilon_b}}. \quad (157)$$

Izmjena topline konvekcijom iznosi

$$\dot{Q}_k = \alpha A_s (T_s - T_\infty), \quad (158)$$

gdje je α koeficijent konvekcijskog prijelaza topline.



Sl. 44. Izmjena topline konvekcijom i zračenjem

Budući da su oba koeficijenta, α_z i α , svedena na istu površinu A_s i istu razliku temperatura $T_s - T_\infty$, oni se mogu algebarski zbrojiti pa se dobiva ukupni koeficijent prijelaza topline:

$$\alpha_u = \alpha + \alpha_z. \quad (159)$$

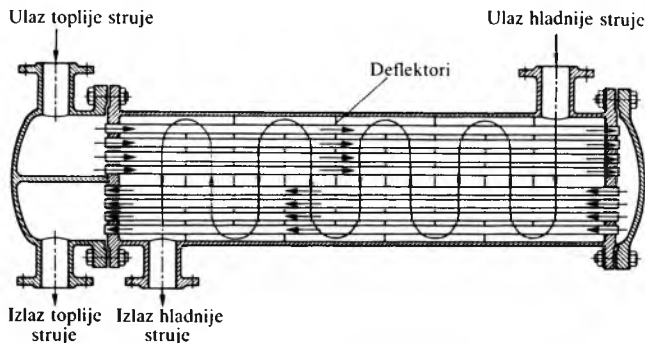
Ukupna izmjena topline tada iznosi

$$\dot{Q}_u = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_k = \alpha_u A_s (T_s - T_\infty). \quad (160)$$

IZMJENJIVAČI TOPLINE

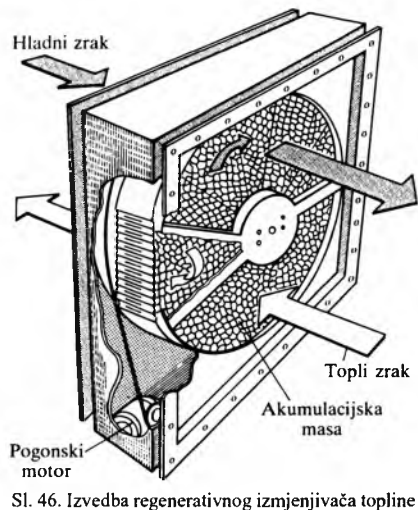
Spoznaje o mehanizmima izmjene topline neposredno se primjenjuju, među ostalim, i u izmjenjivačima topline. To su toplinski aparati u kojima se toplina izmjenjuje između dvaju ili više fluida da bi se jedan fluid zagrijavao ili ohladio prijelazom topline s drugog fluida ili na drugi fluid. Mnogostruka je primjena izmjenjivača topline. Tako se oni upotrebljavaju u postrojenjima centralnoga grijanja, postrojenjima za pripremu potrošne tople vode (bojleri, radijatori, kaloriferi), u rashladnoj i procesnoj tehnici (zagrijači, kondenzatori, kristalizatori, sušionici, ekstraktori, destilatori, rektifikatori), u termoenergetskim i nuklearnim postrojenjima.

Izmjenjivači s razdjelnom stijenkom između toplije i hladnije struje mogu biti *rekuperativni* ili *regenerativni*, a oni bez razdjelne stijenke su *izravni*. U rekuperativnim izmjenjivačima (rekuperatorima) struje su međusobno odijeljene čvrstom stijenkom, koja je ujedno i izmjenjivačka površina. U primjeru rekuperatora na slici 45 toplija struja prolazi dva puta kroz izmjenjivač, dok hladnija struja prolazi samo jedanput. Rekuperativni se izmjenjivači topline najviše upotrebljavaju.



Sl. 45. Izvedba kombiniranoga rekuperativnoga izmjenjivača topline

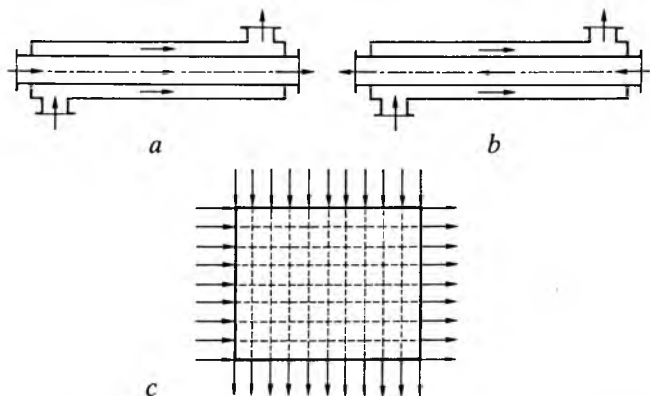
U regenerativnim izmjenjivačima ulogu izmjenjivačke površine ima akumulacijska masa koja može biti izrađena u obliku sača. Akumulacijska masa može mirovati ili rotirati. U prvom (toplom) periodu preko te mase struji topli fluid i predaje joj toplinu koju ona akumulira. U drugom periodu (hladnom) preko tako zagrijane mase struji hladniji fluid i od te mase preuzima toplinu te se zagrijava (sl. 46). Danas se regenerativni izmjenjivači topline upotrebljavaju za iskorištavanje topline otpadnih plinova, kao što su plinovi izgaranja.



Sl. 46. Izvedba regenerativnog izmjenjivača topline

U izravnim izmjenjivačima topline se izmjenjuje miješanjem struja fluida. Sabirnici kondenzata u termoelektranama primjer su izravnih izmjenjivača topline.

Osnovni tipovi rekuperatora. Rekuperativni se izmjenjivači razlikuju prema međusobnom smjeru strujanja fluida preko izmjenjivačke površine. Ako kroz izmjenjivač struje teku paralelno u istom smjeru, to su istosmjerni izmjenjivači (sl. 47 a), ako pak struje teku paralelno ali u suprotnim smjerovima, onda su to protusmjerni izmjenjivači (sl. 47 b). Izmjenjivači u kojima se struje međusobno križaju na razdjelnoj površini jesu unakrsni izmjenjivači (sl. 47 c). Izmjenjivač na slici 45 ima elemente svih triju osnovnih tipova, pa je to kombinirani tip rekuperativnog izmjenjivača topline.



Sl. 47. Izvedbe rekuperativnih izmjenjivača topline. a) istosmjerni, b) protusmjerni i c) unakrsni izmjenjivač

Radi lakšeg prikaza proračuna za sve se tipove izmjenjivača uvodi konvencija o indeksima struja fluida. Indeksom 1 označuje se slabija, a indeksom 2 jača struja. Pojmovi slabija i jača struja ne odnose se na topliju i hladniju struju, nego se indeksi uvode prema toplinskom kapacitetu fluida koji je određen izrazom

$$\dot{C} = \dot{m} c_p, \quad (161)$$

gdje je $\dot{m}$ protok fluida (kg/s), a c_p specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku fluida (J/(kg K)). Indeksom 1 označuje se

struja manjeg, a indeksom 2 struja većega toplinskog kapaciteta. Prema tome vrijedi

$$0 \leq \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} = \frac{\dot{m}_1 c_{p1}}{\dot{m}_2 c_{p2}} \leq 1. \quad (162)$$

S druge strane, jednom se crticom označuje ulazna temperatura struje, a dvjema njezina izlazna temperatura. Tako su npr. ϑ'_1 i ϑ''_1 ulazna i izlazna temperatura slabije struje, a ϑ'_2 i ϑ''_2 ulazne i izlazne temperature jače struje.

Toplinski se tok $\dot{Q}$ u izmjenjivaču topline može općenito prikazati funkcijom:

$$\dot{Q} = f(k, A_0, \vartheta'_1, \vartheta''_1, \vartheta'_2, \vartheta''_2, \dot{C}_1, \dot{C}_2), \quad (163)$$

gdje je k koeficijent prolaza topline (W/(m²K)), a A_0 površina izmjenjivačke plohe. Zbog velikog broja varijabli prikaz je rješenja za pojedine tipove izmjenjivača vrlo složen i nepraktičan. Zbog toga se uvode bezdimenzijske veličine:

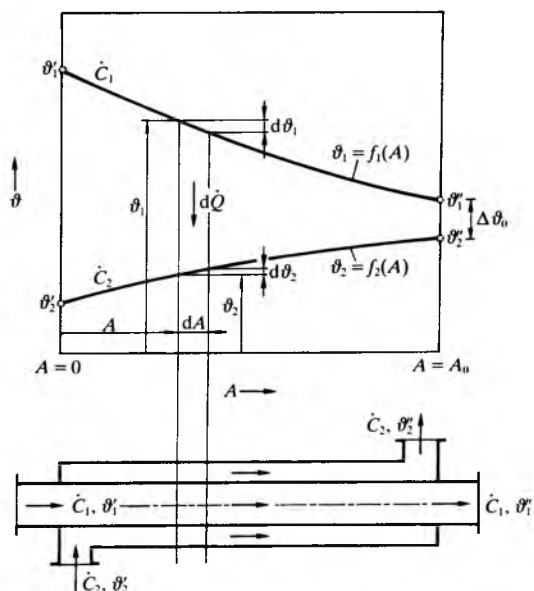
$$\Pi_1 = \Phi = \frac{\vartheta'_1 - \vartheta''_1}{\vartheta'_1 - \vartheta'_2}, \quad \Pi_2 = \frac{k A_0}{\dot{C}_1}, \quad \Pi_3 = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}, \quad (164)$$

pa se rješenje može prikazati u obliku

$$\Phi = f\left(\frac{k A_0}{\dot{C}_1}, \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right), \quad (165)$$

što bitno pojednostavljuje postupak. Dakle, zadatak je pronaći oblik funkcije f u (165) za sva tri tipa osnovnih rekuperativnih izmjenjivača topline.

Istosmjerni izmjenjivači topline. Toplija, slabija struja ulazne temperature ϑ'_1 struji kroz cijev, a oko cijevi struji hladnija, u ovom slučaju jača struja koja na ulazu u izmjenjivač ima temperaturu ϑ'_2 . Zbog izmjene topline uzduž izmjenjivača mijanjaju se temperature, pa se mijenja i temperatura razlika obiju struja, tako da se na izlazu iz izmjenjivača postižu temperature ϑ''_1 i ϑ''_2 (sl. 48).



Sl. 48. Promjena temperatura u istosmjernom izmjenjivaču topline

Na elementu izmjenjivačke površine dA struja 1 predaje toplinu $d\dot{Q}$ struji 2 i pritom se struji 1 mijenja temperatura za $d\vartheta_1$, a struji 2 za $d\vartheta_2$.

Postavljanjem toplinske bilance za struju 1, uz zanemarenje provođenja topline u smjeru struje, dobiva se

$$d\dot{Q} = -\dot{C}_1 d\vartheta_1 = k(\vartheta_1 - \vartheta_2) dA, \quad (166)$$

a iz toplinske bilance za struju 2 dobiva se

$$d\dot{Q} = \dot{C}_2 d\vartheta_2 = k(\vartheta_1 - \vartheta_2) dA. \quad (167)$$

Predznak minus uz $\dot{C}_1$ u izrazu (166) posljedica je negativnoga temperaturnoga gradijenta struje 1 uzduž površine A . Važno je napomenuti da se površina A mjeri od lijeve strane izmjenjivača, i to od početne površine $A=0$ do konačne $A=A_0$. Dijeljenjem izraza (166) sa $\dot{C}_1$ i (167) sa $\dot{C}_2$, te obaju izraza sa dA , dobivaju se izrazi

$$\frac{k}{\dot{C}_1} \vartheta_1 - \frac{k}{\dot{C}_1} \vartheta_2 + \frac{d\vartheta_1}{dA} = 0, \quad (168a)$$

$$\frac{k}{\dot{C}_2} \vartheta_1 - \frac{k}{\dot{C}_2} \vartheta_2 - \frac{d\vartheta_2}{dA} = 0, \quad (168b)$$

koji čine sustav diferencijalnih jednadžbi s konstantnim koeficijentima.

Ako se gornji sustav riješi po jednoj od varijabli, npr. po temperaturi ϑ_1 , dobiva se diferencijalna jednadžba:

$$\frac{d^2 \vartheta_1}{dA^2} + k \frac{\dot{C}_1 + \dot{C}_2}{\dot{C}_1 \dot{C}_2} \frac{d\vartheta_1}{dA} = 0, \quad (169)$$

kojoj je opće rješenje

$$\vartheta_1 = B_1 + B_2 \exp\left(-k \frac{\dot{C}_1 + \dot{C}_2}{\dot{C}_1 \dot{C}_2} A\right). \quad (170)$$

Konstante B_1 i B_2 određuju se iz graničnih uvjeta:

$$\text{za } A=0, \quad \vartheta_1 = \vartheta_1', \quad \vartheta_2 = \vartheta_2', \quad (171a)$$

$$\text{za } A=A_0, \quad \vartheta_1 = \vartheta_1'', \quad \vartheta_2 = \vartheta_2'', \quad (171b)$$

pa se dobiva

$$B_1 = \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_1' \exp\left[-\left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right]}{1 - \exp\left[-\left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right]}, \quad (172a)$$

$$B_2 = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{1 - \exp\left[-\left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right]}. \quad (172b)$$

Ako se u (170) uvrste izrazi (172), dobiva se promjena temperature slabije struje uzduž izmjenjivača.

Ako se sustav jednadžbi (168) riješi po temperaturi ϑ_2 , dobiva se diferencijalna jednadžba kojoj je opće rješenje

$$\vartheta_2 = \vartheta_1' + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} \left\{ \vartheta_1' - B_1 - B_2 \exp\left[-\left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A}{\dot{C}_1}\right] \right\}, \quad (173)$$

gdje su konstante B_1 i B_2 dane u izrazima (172).

Da bi se odredila vrijednost veličine Φ u (164), potrebno je odrediti temperaturne razlike $\vartheta_1' - \vartheta_1''$ i $\vartheta_1' - \vartheta_2'$ uzimajući u obzir vrijednosti za A koje odgovaraju tim temperaturama. Omjer tih temperaturnih razlika daje vrijednost značajke Φ za istosmjerni izmjenjivač:

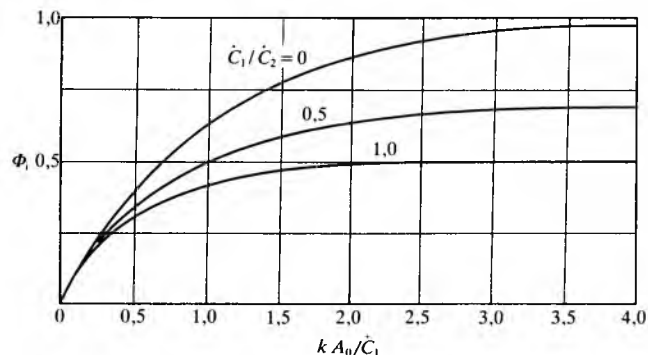
$$\Phi = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{1 - \exp\left[-\left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right]}{1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}}. \quad (174)$$

Za omjer temperaturnih razlika $\vartheta_2'' - \vartheta_2'$ i $\vartheta_1' - \vartheta_2'$ može se postaviti izraz

$$\frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} \Phi. \quad (175)$$

Ako se znaju vrijednosti Φ i ulazne temperature ϑ_1' i ϑ_2' , može se izlazna temperatura ϑ_1'' odrediti iz izraza (174), a ϑ_2'' iz izraza (175).

Dijagram na slici 49 prikazuje ovisnost funkcije Φ u (174) o bezdimenzijskim veličinama $k A_0 / \dot{C}_1$ i $\dot{C}_1 / \dot{C}_2$, što omogućuje jednostavno određivanje neke od veličina izmjenjivača.



Sl. 49. Ovisnost značajke Φ istosmjernog izmjenjivača topline o značajkama $k A_0 / \dot{C}_1$ i $\dot{C}_1 / \dot{C}_2$

Izmjena topline u izmjenjivaču može se odrediti promatranjem slabije ili jače struje pomoću izraza

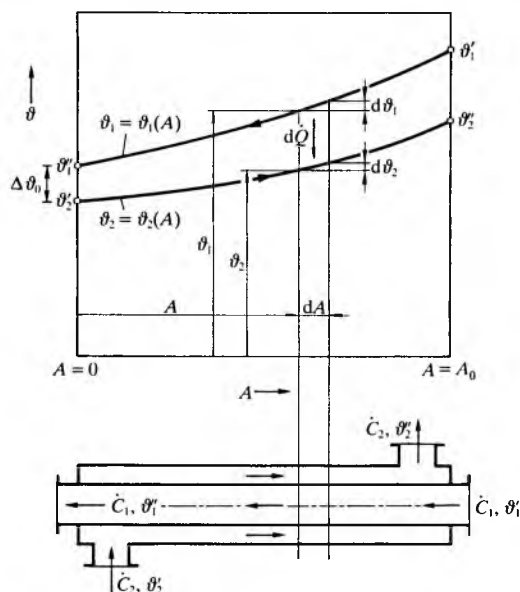
$$\dot{Q} = \dot{C}_1 (\vartheta_1' - \vartheta_1'') = \dot{C}_2 (\vartheta_2'' - \vartheta_2'). \quad (176)$$

Protusmjerni izmjenjivači topline. Raspored temperatura toplije i hladnije struje uzduž izmjenjivača prikazuje slika 50. Kao i za istosmjerni izmjenjivač, i ovdje vrijede slične jednadžbe (166) i (167) iz kojih slijede slični izrazi (168), odnosno slična diferencijalna jednadžba (169) kao rješenje po varijabli ϑ_1 i njezino analogno opće rješenje (170). Konstante u općem rješenju određuju se iz graničnih uvjeta za taj izmjenjivač:

$$\text{za } A=0; \quad \vartheta_1 = \vartheta_1'', \quad \vartheta_2 = \vartheta_2', \quad (177a)$$

$$\text{za } A=A_0; \quad \vartheta_1 = \vartheta_1', \quad \vartheta_2 = \vartheta_2''. \quad (177b)$$

Pomoću tih uvjeta određuju se konstante B_1 i B_2 i promjene temperatura, analogno izrazima (170) i (173).



Sl. 50. Promjena temperatura u protusmjernom izmjenjivaču topline

Konačno se može odrediti omjer temperaturnih razlika koji odgovara značajki Φ_p za protusmjerni izmjenjivač:

$$\Phi_p = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{1 - \exp\left[-\left(1 - \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right]}{1 - \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} \exp\left[-\left(1 - \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right]}. \quad (178)$$

Također vrijedi izraz analogan izrazu (175):

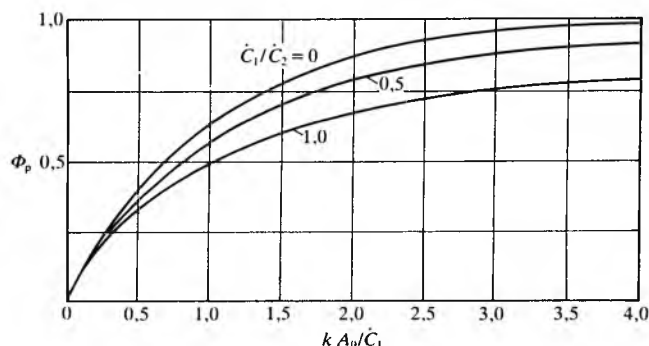
$$\frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} \Phi_p. \quad (179)$$

Iz izraza (178) i (179) mogu se, kao i za istosmjerni izmjenjivač, odrediti izlazne temperature ϑ_1'' i ϑ_2'' .

Poseban se slučaj pojavljuje kad je $\dot{C}_1/\dot{C}_2 = 1$, jer se dobiva da je $\Phi_p = 0/0$. Rješenjem neodređenog oblika dobiva se

$$\Phi_p = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{1}{1 + \frac{\dot{C}_1}{k A_0}}. \quad (180)$$

Ovisnost značajke Φ_p o bezdimenzijskim konstantama $k A_0/\dot{C}_1$ i $\dot{C}_1/\dot{C}_2$ vidi se na slici 51. Izmjena topline određuje se prema izrazu (176).

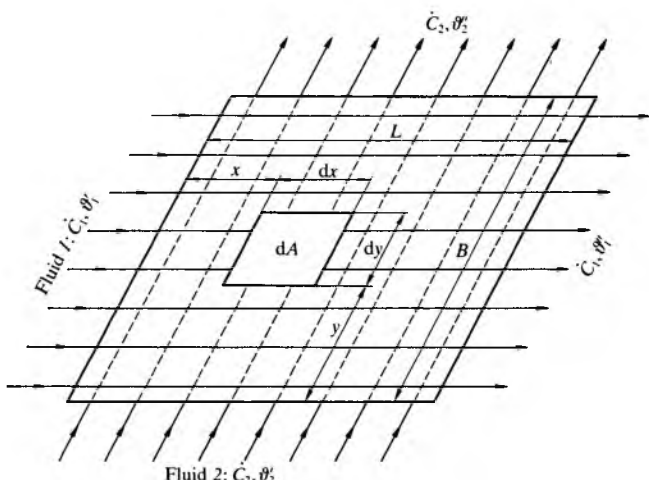


Sl. 51. Ovisnost značajke Φ_p protusmjernog izmjenjivača topline o značajkama $k A_0/\dot{C}_1$ i $\dot{C}_1/\dot{C}_2$

Unakrsni izmjenjivači topline. Primjer unakrsnoga pločastog izmjenjivača topline vidi se na slici 52. Tok je topline dvodimenzijski, pa su i temperature obiju struja funkcije dviju prostornih koordinata x i y . Postavljajući energetske bilance za svaku struju i za element površine izmjenjivača $d^2A = dx dy$, dobivaju se diferencijalne jednačbe:

$$d^2\dot{Q} = k(\vartheta_1 - \vartheta_2) dx dy = -\frac{\dot{C}_1}{B} \cdot \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} dx dy, \quad (181 a)$$

$$d^2\dot{Q} = k(\vartheta_1 - \vartheta_2) dx dy = \frac{\dot{C}_2}{L} \cdot \frac{\partial \vartheta_2}{\partial y} dx dy, \quad (181 b)$$



Sl. 52. Strujanje u unakrsnom izmjenjivaču topline

odakle, nakon skraćivanja sa $dx dy$, slijedi

$$k(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -\frac{\dot{C}_1}{B} \cdot \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x}, \quad (182 a)$$

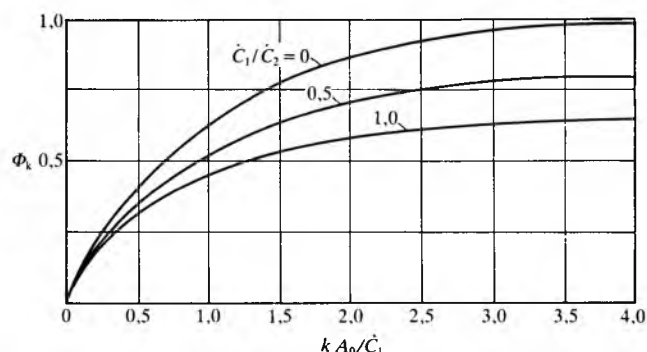
$$k(\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{\dot{C}_2}{L} \cdot \frac{\partial \vartheta_2}{\partial y}, \quad (182 b)$$

gdje je B širina struje 1, a L širina struje 2. Pri rješavanju tih diferencijalnih jednačbi treba uzeti u obzir sljedeće granične uvjete:

$$\text{za } x=0: \vartheta_1 = \vartheta_1'; \quad \text{za } x=L: \vartheta_1 = \vartheta_1''; \quad (183 a)$$

$$\text{za } y=0: \vartheta_2 = \vartheta_2'; \quad \text{za } y=B: \vartheta_2 = \vartheta_2''. \quad (183 b)$$

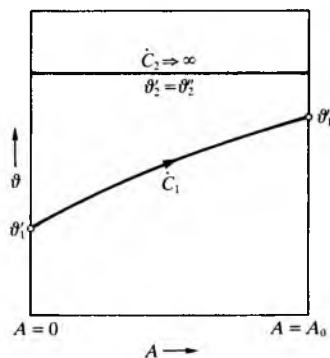
Taj je sustav jednačbi prvi riješio W. Nusselt razvojem u red. Na temelju njegovih rezultata može se odrediti ovisnost veličine Φ_k o $k A_0/\dot{C}_1$ i $\dot{C}_1/\dot{C}_2$ (sl. 53), koja služi kao osnova za određivanje izlaznih temperatura ϑ_1'' i ϑ_2'' , slično kao i za ostale tipove izmjenjivača topline.



Sl. 53. Ovisnost značajke Φ_k unakrsnog izmjenjivača topline o značajkama $k A_0/\dot{C}_1$ i $\dot{C}_1/\dot{C}_2$

Izmjena se topline određuje prema izrazima (176).

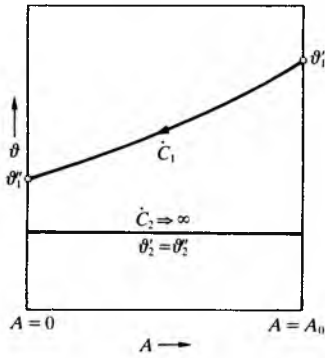
Izmjenjivači topline s omjerom $\dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0$. Omjer $\dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0$ ostvaruje se kad se jedna od struja kondenzira ili isparuje. To je onda jača struja jer ima beskonačno velik toplinski kapacitet, pa $\dot{C}_2 \rightarrow \infty$. Uz konstantan tlak temperatura ostaje konstantna i za vrijeme kondenzacije (sl. 54) i za vrijeme isparivanja fluida (sl. 55).



Sl. 54. Promjena temperature u izmjenjivaču topline u kojem se fluid jače struje kondenzira

Ako se u izraze (174) i (178) te u pripadni izraz za unakrsni izmjenjivač uvrsti $\dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0$, dobiva se za sve tri vrste izmjenjivača topline da je

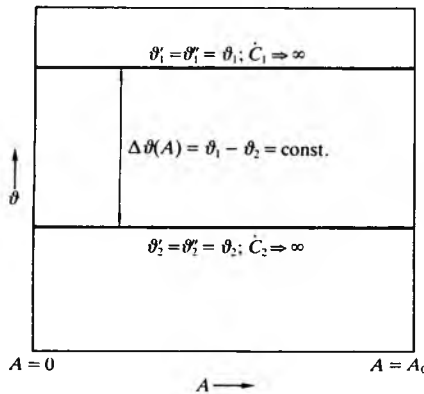
$$\Phi_{i,p,k} = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = 1 - \exp\left(-\frac{k A_0}{\dot{C}_1}\right). \quad (184)$$



Sl. 55. Promjena temperature u izmjenjivaču topline u kojem se fluid jače struje isparuje

Ako se u izmjenjivaču topline jedna struja isparuje a druga kondenzira, temperature ostaju konstantne (sl. 56), pa je toplinski tok

$$\dot{Q} = k A_0 (\vartheta_1 - \vartheta_2). \quad (185)$$



Sl. 56. Temperaturni tijek u izmjenjivaču topline u kojem se fluid jedne struje isparuje, a druge kondenzira

Minimalna temperaturna razlika. Često u praksi nisu zadane izlazne temperature, nego je zadana samo minimalna temperaturna razlika $\Delta\vartheta_0$ na jednom od krajeva izmjenjivača.

U istosmjernom izmjenjivaču topline minimalna se temperaturna razlika pojavljuje na izlaznom kraju (sl. 48):

$$\Delta\vartheta_0 = \vartheta_1'' - \vartheta_2''. \quad (186)$$

Ako se zbroje izrazi (178) i (179), dobiva se

$$\left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \Phi_1 = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1'' + \vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = 1 - \frac{\Delta\vartheta_0}{\vartheta_1' - \vartheta_2'}, \quad (187)$$

odakle se dobiva minimalna temperaturna razlika u istosmjernom izmjenjivaču:

$$\Delta\vartheta_0 = (\vartheta_1' - \vartheta_2') \left[1 - \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \Phi_1 \right]. \quad (188)$$

U protusmjernom i unakrsnom izmjenjivaču topline minimalna se temperaturna razlika ostvaruje na kraju na kojem izlazi slabija struja. Temperatura slabije struje na izlazu iznosi ϑ_1'' , a na tom je mjestu temperatura jače struje ϑ_2' , pa je minimalna temperaturna razlika $\Delta\vartheta_0 = \vartheta_1'' - \vartheta_2'$. Ako se brojnik izraza (178) za Φ_p proširi sa $+\vartheta_2'$ i $-\vartheta_2'$, dobiva se

$$\Phi_p = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1'' + \vartheta_2' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = 1 - \frac{\Delta\vartheta_0}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} \quad (189)$$

i odatle

$$\Delta\vartheta_0 = (\vartheta_1' - \vartheta_2') (1 - \Phi_p). \quad (190)$$

Jednako se dobiva i za unakrsni izmjenjivač topline.

Iskoristivost topline. Pomoću izraza $\dot{Q} = \dot{C}_1(\vartheta_1' - \vartheta_1'')$, prema (176), i izraza (165) za Φ izmjena se topline može prikazati i izrazom:

$$\dot{Q} = \dot{C}_1 \Phi (\vartheta_1' - \vartheta_2'). \quad (191)$$

Najveći mogući toplinski tok zadan je, prema drugom stavku termodinamike, vrijednostima $\dot{C}_1$, ϑ_1' i ϑ_2' , pa je

$$\dot{Q}_{\max} = \dot{C}_1 (\vartheta_1' - \vartheta_2'). \quad (192)$$

Stupanj iskoristivosti topline ε definira se omjerom:

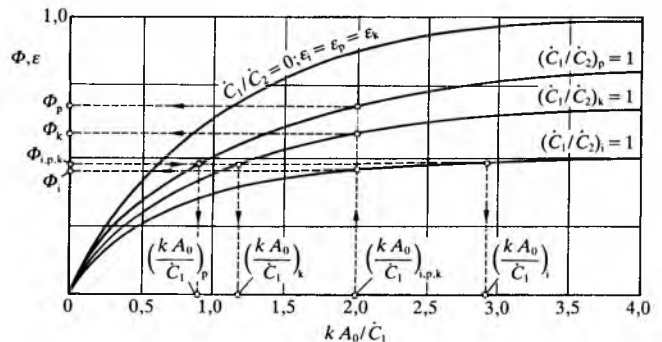
$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}}, \quad (193)$$

pa je

$$\varepsilon = \Phi, \quad (194)$$

što znači da je stupanj iskoristivosti topline upravo jednak značajki Φ bez obzira na tip izmjenjivača.

Prema stupnju iskoristivosti topline mogu se uspoređivati tipovi izmjenjivača topline. Najveće su razlike među tipovima izmjenjivača kad je $\dot{C}_1/\dot{C}_2 = 1$, a nema razlika kad je $\dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0$ (sl. 57). Ako je, npr., omjer $kA_0/\dot{C}_1$ jednak za sva tri tipa izmjenjivača topline ($kA_0/\dot{C}_1 = 2,0$ na sl. 57), najveću će vrijednost značajke Φ imati protusmjerni, a najmanju istosmjerni izmjenjivač topline. Da bi se postigao isti stupanj iskoristivosti topline, uz jednaku vrijednost značajke Φ , potrebna je mnogo veća površina istosmjernog nego protusmjernog i unakrsnog izmjenjivača topline (sl. 57). To dakako vrijedi uz jednak koeficijent prijelaza topline i jednak toplinski kapacitet slabije struje.



Sl. 57. Usporedba tipova rekuperativnih izmjenjivača topline prema stupnju iskoristivosti topline ε , odnosno prema vrijednosti značajke Φ , i – istosmjerni, p – protusmjerni, k – unakrsni izmjenjivač

Stupanj djelovanja izmjenjivača topline omjer je između stvarne izmjene topline u izmjenjivaču konačne površine ($A = A_0$) i najveće moguće izmjene topline kad bi površina dotičnog izmjenjivača bila beskonačno velika ($A \rightarrow \infty$).

U protusmjernom i unakrsnom izmjenjivaču, kad $A_0 \rightarrow \infty$, izlazna je temperatura slabije struje jednaka ulaznoj temperaturi jače struje ($\vartheta_1'' = \vartheta_2'$), pa je stupanj djelovanja

$$\eta_p = \varepsilon_p = \Phi_p. \quad (195)$$

Tada su krivulje za značajku Φ_p na slici 51 ujedno i krivulje stupnja djelovanja protusmjernog izmjenjivača topline. To isto vrijedi i za unakrsni izmjenjivač.

U istosmjernom izmjenjivaču beskonačno velike površine temperature se obiju struja izjednačuju na izlazu iz izmjenjivača (sl. 58). Ta se temperatura nalazi između ulaznih temperatura ϑ_1' i ϑ_2' . Za konačnu površinu izmjenjivača izmjena topline iznosi

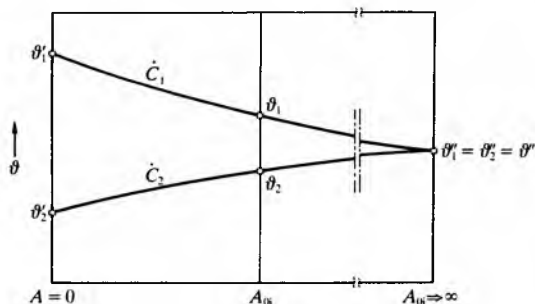
$$\dot{Q}(A_{oi}) = \dot{C}_1 (\vartheta_1' - \vartheta_1''), \quad (196)$$

a za beskonačno veliku površinu

$$\dot{Q}(A_{oi} \rightarrow \infty) = \dot{C}_1 (\vartheta_1' - \vartheta''), \quad (197)$$

pa je stupanj djelovanja

$$\eta_i = \frac{\dot{Q}(A_{oi})}{\dot{Q}(A_{oi} \rightarrow \infty)} = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta''}. \quad (198)$$



Sl. 58. Promjena temperatura u istosmjernom izmjenjivaču topline s povećanom površinom

Nepoznata se temperatura θ'' može odrediti pomoću izraza (176) ako se stavi da je $\theta_1'' = \theta_2'' = \theta''$, pa se dobiva

$$\theta'' = \frac{\dot{C}_1 \theta_1' + \dot{C}_2 \theta_2'}{\dot{C}_1 + \dot{C}_2} \quad (199)$$

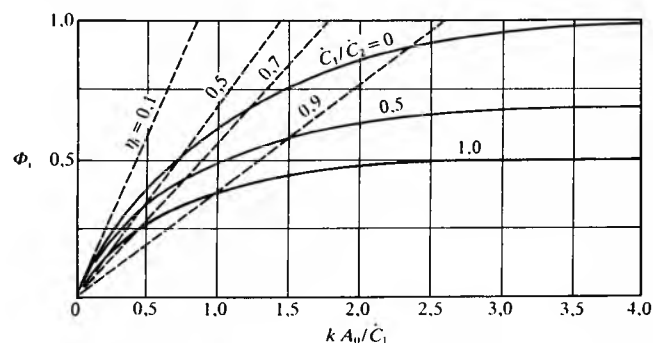
Ako se (199) uvrsti u (198), dobiva se

$$\eta_i = \left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{\theta_1' - \theta_1''}{\theta_1' - \theta_2'} \quad (200)$$

Kako je drugi član upravo jednak Φ_i u (174), stupanj je djelovanja

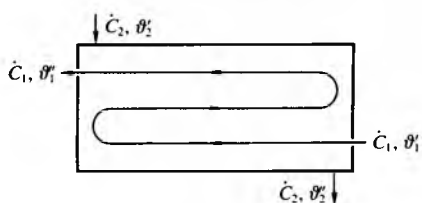
$$\eta_i = 1 - \exp \left[- \left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \frac{k A_0}{\dot{C}_1} \right] \quad (201)$$

U koordinatnom sustavu $\Phi_i, k A_0 / \dot{C}_1$ konstantne vrijednosti η_i leže na pravcima koji idu kroz ishodište koordinatnog sustava (sl. 59).



Sl. 59. Ovisnost značajke Φ_i o značajki $k A_0 / \dot{C}_1$ s pravcima konstantnog stupnja djelovanja η_i istosmjernog izmjenjivača topline

Izmjenjivači topline s višekratnim prolazom struja. Dosađnji prikaz odnosio se na izmjenjivače topline u kojima svaka struja samo jedanput prolazi kroz izmjenjivač. U praksi se upotrebljavaju i izmjenjivači kroz koje struje fluida prolaze i više puta (sl. 60). Prilike se i u njima mogu prikazati na već opisani način. Pripadni analitički izrazi i dijagrami u koordinatnom sustavu $\Phi_i, k A_0 / \dot{C}_1$ mogu se naći u literaturi i u priručnicima.



Sl. 60. Shematski prikaz izmjenjivača topline s trokrotnim prolazom jedne od struja kroz izmjenjivač

LIT.: H. S. Carslaw, I. C. Jaeger, Conduction of Heat in Solids. Oxford University Press, Oxford 1959. – L. Siegel, R. J. Howell, Thermal Radiation Heat Transfer. McGraw-Hill, New York 1972. – J. P. Holman, Heat Transfer. McGraw-Hill, Kogakusha, Ltd., Tokyo 1976. – V. P. Isochenko, V. A. Osipova, A. S. Sukomel, Heat Transfer. Mir Publishers, Moskva 1977. – F. Bošnjaković, Nauka o toplini I. Tehnička knjiga, Zagreb 1978. – U. Grigull, H. Sandner, Wärmeleitung. Springer-Verlag, Berlin 1979. – H. D. Baehr, Thermodynamik. Springer-Verlag, Berlin 1984. – A. J. Chapman, Heat Transfer. Macmillan Publishers Co., New York 1984. – K. Stephan, F. Mayinger, Thermodynamik. Springer-Verlag, Berlin 1986.

A. Galović

TISKARSKA TEHNIKA, vještina i postupci umnožavanja teksta i ilustracija (crteža i fotografija), koji se mogu svesti pod zajednički pojam *tiska*. Zamišljena prvobitno kao mehanički postupak za umnožavanje knjiga, tiskarska je tehnika postupno proširivala svoje mogućnosti i usavršavala proces izradbe tiskovnih proizvoda. Tehnički napredak u XIX. st. stvorio je uvjete za razvoj grafičke industrije, a prava je revolucija u tom području nastala krajem XX. st. primjenom računala, digitalizatora i videoopreme, što je omogućilo posve nov način unosa, obradbe i oblikovanja teksta i ilustracija te njihovu integraciju prilikom grafičkog oblikovanja i pripreme za tisak.

Od antičkog vremena pa do konca srednjega vijeka literarna su se djela umnožavala prepisivanjem. Prvi se tragovi tiskarstva nalaze u otiskivanju s reljefa u glini i vosku, a u XI. st. u Kini s reljefa od pomičnih znakova. Dalji pokušaji da se sporo i skupo prepisivanje knjiga mehanizira bila su ksilografska izdanja, knjige koje su nastale otiskivanjem rezbarenih drvenih ploča.

Pravi početak tiskarstva obilježava izum J. Gutenberga (Mainz, 1440), koji obuhvaća izradbu (lijevanje) i upotrebu pomičnih olovni tipografskih slova, te otiskivanje pomoću tiskarske preše. Izum pomičnih tipografskih slova ubraja se među najveće izume u povijesti čovječanstva i jedan je od prijelomnih trenutaka u razvoju ljudskog društva.

Prvi su tiskari za svoje potrebe sami lijevali slova, primitivnim, ali vrlo preciznim instrumentima (kalupima) za lijevanje. Već krajem XV. st. lijevanje je slova postalo samostalnom djelatnošću. Postupak se sastojao u izradbi čeličnog žiga (*patrice*) pojedinačnog slovnog znaka, koji je utiskivan u bakrenu pločicu. Ta je pločica zatim brižljivo obrađivana i tako se dobivala *matrica* slovnog znaka. Matrica se postavljala kao donji dio kalupa za lijevanje tipografskih slova. Nakon ulijevanja rastaljene olovne slitine i hlađenja, kalup se rastavljao te je ostajao tipografsko slovo, spremno za slaganje u slog. Kao materijal za lijevanje upotrebljavala se slitina od ~70% olova, ~10% kositra (ili bizmuta) i ~20% antimona, kojoj je talište ~280°C, a temperatura lijevanja ~350°C.

Način rada na ručnim tiskarskim prešama nije se mijenjao skoro četiri stotine godina. Njemački tiskar F. Koenig konstruirao je 1812. prvi brzotisni stroj, koji je davao ~800 otisaka na sat. Koenig je 1816. izgradio i prvi stroj za obostrani tisak, a 1817. dvookretajni brzotisni stroj. Godine 1830. konstruirao je I. Adam u Bostonu jednostavan tiskarski stroj, prototip zaklopnog stroja. Patent za prvi rotacijski stroj prijavio je W. Bullock 1863. u Americi. Istodobno su se razvijali i novi tiskarski postupci kao litografija (A. Senefelder, 1796/97), svjetlotisak (J. Albert, 1868), duboki tisak (K. Klič, 1879) i ofsetni tisak (1905).

Današnja grafička industrija i izdavačka djelatnost razvile su se do neslučenih razmjera, a tome su, nakon izuma pomičnih slova, pridonijela još četiri ključna događaja. Prvi je bio konstrukcija stroja za lijevanje slova i slaganje sloga, čime se mehanički i u kratkom vremenu obavljao posao za koji su Gutenberg i generacije poslije njega ulagali mnogo vremena i velik trud. Druga je bitna promjena bila primjena tiskarskih preša, što je poslije kulminiralo u obliku opsežnog i brzog višebrojnog rotacijskog tiska. Treći je ključni trenutak bilo uvođenje fotografije u tiskarsku tehniku, što je, osim fotomehaničke reprodukcije, omogućilo zamjenu strojnog sloga fotoslogom. Konačno, četvrta je velika promjena u tiskarstvu nastupila primjenom elektronike. Upotrebom elektroničkih računala otvorile su se posve nove mogućnosti za pohranu informacija, slaganje teksta, oblikovanje stranica, obradu ilustracija i ispis kao oblik digitalnog tiska.

Tiskarska se tehnika sastoji od nekoliko radnih faza: od izvedbe tiskarskog sloga, reprofotografije, pripreme tiskovne forme, tiska i knjigoveške grafičke dorade. Izvedba sloga, reprofotografija i priprema tiskovne forme nazivaju se *grafičkom pripremom*.

TISKARSKI SLOG

Do svoje današnje realizacije izvedba je sloga prošla dug razvojni put, od olovni sloga s ručnim i strojnim slaganjem, preko fotosloga, do suvremenoga računalnog sloga.

Tipografija. Kao dio izvedbe sloga, tipografija se bavi područjem slova, pismovnih vrsta, sloga i prijeloma teksta. To uključuje i izbor prikladna pisma, njegov raspored po stranicama uz skup drugih grafičkih elemenata, ilustracija, crteža, vinjeta i pikograma.

Kvaliteta slovnih znakova važna je za brzinu njihova međusobnog raspoznavanja i razlikovanja. Čitljivost znakova očituje se u stupnju percepcije i ugodnosti čitanja tiskanog teksta kroz dulje vrijeme. Veći izbor pismovnih vrsta potreban je da bi se postiglo vizualno razlikovanje poruka različitih stupnjeva važnosti. Pismovni rez, razmak između redaka, vrsta isključivanja i izbor pisma pri isticanju riječi glavni su elementi za ocjenjivanje čitljivosti teksta. Izbor pisma ovisi o namjeni teksta i tiskarskoj tehnici, pa i o sadržaju teksta. Pisma se svrstavaju u klasične, groteskne, tehničke, rukopisne i ukrasne oblike s mnogo podskupina. Svako pismo ima varijante po pismovnom rezu: tanko, normalno, podebljano, debelo, izrazito debelo. Prema nagibu pismo je obično (uspravno), kurzivno (koso) ili elektronički kurzivno, a prema širini klasificirano je od ultrauskoga do višestruko proširenoga. Slova imaju različite debljinske vrijednosti, koje se